Università degli Studi di Perugia - Corso di Laurea Triennale in Fisica

Corso di

MECCANICA QUANTISTICA

Prof. Gianluca Grignani

# 1° Compito di Esonero

17 Aprile 2014

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione al 2° esonero è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso. È ammesso l'uso di calcolatori portatili.

**1.** Una particella di massa $m$, vincolata in una dimensione, è soggetta al potenziale

$$V(x) = \begin{cases} 0\ , & 0 < x < a\ ; \\ V_0\ , & a \leq x \leq a+b\ ; \\ +\infty\ , & x < 0 \ \text{ e } \ x > a+b\ . \end{cases}$$

a) Usando le condizioni di quantizzazione di Wilson-Sommerfeld trovare l' equazione a cui deve soddisfare l' energia $E$ della particella nel caso $E > V_0$.

b) Trovare l' analoga equazione per $E$ che si ottiene risolvendo l' equazione di Schrödinger.

c) Mostrare che per $E \gg V_0$ le due equazioni sono equivalenti.

**2.** L' Hamiltoniana di una particella di massa $m$ in una dimensione è:

$$H = \frac{p^2}{2m} + Ax^n$$

con $n$ intero non negativo.

a) Per quali valori di $A$ ed $n$ il sistema ammette stati legati?

b) Calcolare il commutatore di $xp$ con $H$.

c) Calcolare il valor medio del potenziale, $\langle V \rangle$, e dell' energia cinetica, $\langle T \rangle$, su uno stato stazionario di energia $E$, in termini di $E$.

d) Scrivere la relazione tra $\langle T \rangle$ e $\langle V \rangle$ (teorema del viriale quantistico).

**3.** Una particella di massa $m$ in moto unidimensionale è soggetta al potenziale (reale) $V(x) = V(-x)$, con $V(0) = 0$. Una soluzione dell' equazione di Schrödinger dipendente dal tempo è data da

$$\psi(x,t) = \sqrt{\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}} \exp\left[ -\frac{\alpha^2}{2}(x-b)^2 + \frac{i}{\hbar} c\, x + i\, d \right]$$

dove $\alpha$ è una costante positiva e $b$, $c$ e $d$ sono funzioni reali del tempo.

a) Sapendo che $\langle p \rangle_{t=0} = 0$, determinare esplicitamente $\alpha$, $b$, $c$, $d$ e il potenziale $V(x)$.

b) Qual è il significato fisico di $b$ e $c$?