

Corso di
MECCANICA QUANTISTICA

1° Compito di Esonero

10 Aprile 2015

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione al 2° esonero è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso. È ammesso l'uso di calcolatori portatili.

1. Trovare i livelli energetici di una particella di massa m nel potenziale

$$V(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}kx^2, & x > 0, \\ \infty, & x \leq 0, \end{cases}$$

- a) usando le condizioni di quantizzazione di Wilson-Sommerfeld.
- b) Confrontare il risultato ottenuto con quello che si deriva dall'equazione di Schrödinger.

2. Una particella di massa m in moto unidimensionale è soggetta al potenziale

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ V_0, & 0 < x < L, \\ 0, & x \geq L, \end{cases}$$

con $V_0 > 0$. Per $x \leq 0$ (regione *I*) e $x \geq L$ (regione *III*) la particella si trova in un autostato dell'energia con $E \geq V_0$, dato da

$$\psi_I(x) = Ae^{ikx}, \quad \psi_{III}(x) = Fe^{ikx}.$$

- a) Trovare le autofunzioni dell'energia per ogni valore di x .
- b) Calcolare i coefficienti di riflessione e trasmissione della barriera.

3. All'istante $t = 0$ la funzione d'onda che descrive lo stato di una particella di massa m soggetta ad un potenziale armonico di costante di richiamo $k = \omega^2 m$, è una sovrapposizione di due autostati adiacenti dell'energia.

- a) Scrivere la funzione d'onda all'istante t .
- b) Mostrare che i valori medi di x e p all'istante t possono essere messi nella forma

$$\begin{aligned} \langle x \rangle_t &= A \cos(\omega t - \delta), \\ \langle p \rangle_t &= -Am\omega \sin(\omega t - \delta), \end{aligned}$$

in accordo con il teorema di Ehrenfest.