

Corso di
MECCANICA QUANTISTICA

Prof. Gianluca Grignani

2° Compito di Esonero

23 Giugno, 2014

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso. È ammesso l'uso di calcolatrici.

1. Una particella in moto sul piano (x, y) ha la seguente hamiltoniana

$$H = \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2) + \frac{1}{2} m \omega^2 (x^2 + y^2)$$

(oscillatore armonico bidimensionale isotropo).

- a) Determinare gli autovalori di H e il loro grado di degenerazione. Scrivere poi esplicitamente le autofunzioni corrispondenti ai primi due livelli di energia.
- b) Si consideri l'operatore $L_z = xp_y - yp_x$ e si mostri che commuta con H . Scrivere, sempre limitatamente ai primi due livelli energetici, le autofunzioni comuni a questi due operatori.

2. Determinare la funzione d'onda e l'energia dello stato fondamentale di una particella di massa m vincolata a stare all'interno di una sfera di raggio R .

Si abbiano ora due particelle identiche non interagenti immerse in questo potenziale. Si determini la loro funzione d'onda complessiva quando entrambe le particelle si trovano nello stato fondamentale. Discutere i due casi: a) bosoni di spin 0; b) fermioni di spin 1/2.

3. Si consideri l'hamiltoniana di una particella di spin 1/2 immersa in un campo magnetico B uniforme e costante che si ottiene trascurando il termine cinetico:

$$H = \mu \vec{B} \cdot \vec{\sigma} .$$

Nel caso in cui B giace nel piano (x, z) con

$$\epsilon \equiv \frac{B_x}{B_z} \ll 1 ,$$

si determinino, con il formalismo della teoria delle perturbazioni indipendenti dal tempo, gli autovalori di H fino all'ordine ϵ^2 incluso, e gli autostati fino all'ordine ϵ . Confrontare i risultati già ottenuti con la soluzione esatta per gli autovalori e gli autospinori.