

2° Compito di Esonero

10 giugno 2016

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso. È ammesso l'uso di calcolatori portatili.

1. Per un atomo di idrogeno, nello stato fondamentale, calcolare la probabilità di trovare l'elettrone ad una distanza dal nucleo maggiore di quella massima consentita, per l'energia data, dalla teoria classica.
2. Una particella di massa m , in moto tridimensionale, si muove con accelerazione g nel campo gravitazionale, supposto uniforme (si scelga, per fissare le idee, l'asse z verticale e diretto verso l'alto). Essa è inoltre riflessa da una superficie piana, perfettamente elastica, posta in $z = 0$.
 - a) Si scriva l'hamiltoniana tridimensionale, H , e si calcolino gli autovalori e le autofunzioni comuni alle tre osservabili commutanti: H , p_x e p_y . (Usare per gli zeri della funzione di Airy $Ai(\xi)$, tutti sul semiasse negativo, l'espressione approssimata (errore inferiore al 1%):

$$\xi_n \simeq - \left[\frac{3\pi}{8} (4n - 1) \right]^{2/3} \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

3. La funzione d'onda di due particelle identiche di spin 1 è fattorizzata in una parte orbitale e una parte di spin. La parte orbitale $u(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$, è una funzione simmetrica rispetto allo scambio di \vec{r}_1 con \vec{r}_2 . Siano, inoltre, $\varphi_{m_1}^{(1)}$ e $\varphi_{m_2}^{(2)}$ ($m_1, m_2 = 0, \pm 1$), rispettivamente gli autospinori di S_{1z} e di S_{2z} corrispondenti agli autovalori $m_1\hbar$ e $m_2\hbar$.
 - a) Scrivere in termini di $\varphi_{m_1}^{(1)}$ e $\varphi_{m_2}^{(2)}$ la parte di spin della funzione d'onda sapendo che è un autostato di S_z con autovalore $+\hbar$ ($\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2 =$ spin totale).
 - b) La funzione di spin così trovata è anche autostato di S^2 ? E, in caso affermativo, con quale autovalore?