Università degli Studi di Perugia - Corso di Laurea Triennale in Fisica

Corso di

MECCANICA QUANTISTICA

Prova Scritta

17 giugno 2020

- È permessa la consultazione di un solo libro di testo.

1. Una particella che si muove nello spazio tridimensionale è descritta dalla funzione d'onda

$$\psi(r) = Ne^{-\alpha r} \tag{1}$$

dove N è un fattore di normalizzazione e α un parametro reale.

a) Calcolare la costante di normalizzazione N.

b) Calcolare i valori di aspettazione

$$\langle \vec{r} \rangle \ , \quad \langle r \rangle \ , \quad \langle r^2 \rangle \ ,$$

nello stato (1).

c) Calcolare le varianze $(\Delta\vec{r})^2$ e $(\Delta r)^2$.

d) Calcolare la probabilità di trovare la particella nella regione

$$r > \Delta r$$

e) Se la funzione d'onda (1) descrive una particella libera all'istante $t = 0$ determinare la funzione d'onda nello spazio dei momenti $\widetilde{\psi}(\vec{k}, t)$ ad ogni istante $t > 0$.

f) Calcolare la varianza $(\Delta\vec{p})^2$.

g) Mostrare che la funzione d'onda all'istante t è isotropa, cioè che

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi(r, t)$$

qual è il valore di aspettazione di $\vec{r}$ all'istante t, $\langle \vec{r} \rangle_t$.

2. Un atomo di idrogeno si trova immerso in un campo magnetico esterno diretto come l'asse z, $\vec{B} = B\hat{k}$. Assumendo che l'atomo sia inizialmente, cioè al tempo $t = 0$, nello stato $\psi^{\ell}_{n,J,M}$, con $J = \ell + \frac{1}{2}$, calcolare le probabilità di trovare l'atomo ad un istante successivo $t > 0$ negli stati, $\psi^{\ell}_{n,J',M}$ con $J' = \ell + \frac{1}{2}$ e $J' = \ell - \frac{1}{2}$. Si trascurino le correzioni di struttura fine e iperfine.