

Corso di
MECCANICA QUANTISTICA

Prova Scritta

22 Luglio 2020

- È permessa la consultazione di un solo libro di testo.

1. Per un oscillatore armonico unidimensionale si consideri l'insieme di *stati coerenti*, parametrizzati da un numero complesso z e definiti da

$$\psi(z) = e^{-|z|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} u_n \quad (1)$$

dove le u_n sono le autofunzioni dell'hamiltoniana dell'oscillatore armonico.

- Mostrare che le $\psi(z)$ sono normalizzate.
 - Provare che le $\psi(z)$ sono autostati dell'operatore di distruzione a con autovalore z .
 - Calcolare in $\psi(z)$ il valor medio dell'operatore numero N , $\langle N \rangle = \mathcal{N}$, e l'indeterminazione su N , (ΔN) .
 - Mostrare che per grandi numeri di occupazione, $\mathcal{N} \rightarrow \infty$, l'indeterminazione relativa, $(\Delta N)/\mathcal{N}$, tende a zero.
 - Si supponga che il sistema sia all'istante iniziale $t = 0$ nello stato (1). Provare che lo stato all'istante t è ancora autostato dell'operatore di distruzione a con un autovalore dipendente dal tempo. Calcolare la probabilità di trovare il sistema nello stesso stato ad un istante successivo $t > 0$. Calcolare $\langle N \rangle$ e $\langle N^2 \rangle$ e mostrare che sono indipendenti dal tempo.
2. Si aggiunga all'hamiltoniana dell'atomo di idrogeno la seguente forma semplificata dell'interazione iperfine tra lo spin dell'elettrone e lo spin del protone

$$H_{\text{hf}} = \lambda \vec{S}_e \cdot \vec{S}_p$$

dove λ è una costante reale. Si assuma che all'istante iniziale ($t = 0$) l'atomo sia nello stato fondamentale dell'hamiltoniana dell'atomo di idrogeno dove l'elettrone è in uno stato di spin su e il protone in uno stato di spin giù.

- Trovare la funzione d'onda ad ogni istante successivo $t > 0$.
- Qual è la probabilità a $t > 0$ di trovare lo spin del protone diretto verso il basso?
- Per quali istanti questa probabilità diventa 1?
- Calcolare il valor medio del momento di dipolo magnetico del sistema ad ogni $t > 0$.

Si trascurino le altre correzioni all'hamiltoniana dell'atomo di idrogeno.