

Prova Scritta

23 febbraio 2018

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso. È ammesso l'uso di calcolatori portatili.

1. Una particella di massa m , in moto unidimensionale, è sottoposta all'azione del potenziale $V(x) = Ax^{-2}$. Dimostrare che il valor medio di x^2 , in un generico stato $\psi(x, t)$, è una funzione quadratica del tempo

$$\langle x^2 \rangle_t = \alpha t^2 + \beta t + \gamma$$

e determinare le espressioni esplicite di α , β e γ .

2. Siano $u_{n\ell m}(r, \theta, \varphi)$ le consuete autofunzioni dell'atomo di idrogeno (trascorrendo lo spin). Da considerazioni generali e dal calcolo diretto dire per quali valori dei numeri quantici n , ℓ e m è non nullo il seguente elemento di matrice

$$(u_{100}, z u_{n\ell m}) .$$

Lo si valuti poi esplicitamente per il più basso valore possibile di n .

3. Dato un sistema di particelle di spin 1/2 non identiche, trovare gli autovalori e gli autospinori dell'operatore

$$A = a\sigma_{1x} + b\sigma_{2z}$$

dove a e b sono costanti e $\vec{S}_1 = (\hbar/2)\vec{\sigma}_1$ e $\vec{S}_2 = (\hbar/2)\vec{\sigma}_2$ gli operatori di spin delle due particelle.