

Corso di
MECCANICA QUANTISTICA

Prof. Gianluca Grignani

Prova Scritta

24 Settembre 2014

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso. È ammesso l'uso di calcolatori portatili.

1. Un elettrone in un atomo di idrogeno percorre un'orbita circolare di raggio $r = 1$ cm.

- a) Calcolare l'ordine di grandezza del numero quantico totale n .
- b) Sapendo che la posizione dell'elettrone nell'orbita è determinata con l'incertezza di 0.01 cm, valutare l'ordine di grandezza dell'indeterminazione su n , tenendo conto che si può scrivere la seguente relazione di indeterminazione

$$\Delta\varphi \Delta p_\varphi \geq \frac{\hbar}{2}$$

tra l'anomalia dell'elettrone, φ , e il suo momento coniugato, p_φ .

2. Due particelle identiche di spin $1/2$, non interagenti e in moto unidimensionale, sono vincolate sul segmento: $-\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2}$ (buca infinita di potenziale). Una di esse si trova nello stato $u_1(x)$ e l'altra nello stato $u_2(x)$ (dove u_1 e u_2 sono, rispettivamente, lo stato fondamentale e il primo stato eccitato dell'energia di una particella nella buca infinita).

- a) Calcolare la probabilità di trovarle entrambe nella stessa metà della buca (per esempio, nella metà di destra: $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$) nei due casi in cui lo stato di spin (supposto, ovviamente, fattorizzato rispetto alla parte spaziale) sia di singoletto o di tripletto.
- b) Confrontare con l'analogo risultato che si ottiene nel caso di particelle distinguibili e dare un'interpretazione fisica delle differenze trovate.

3. Un numero elevato di atomi di idrogeno nello stato fondamentale si trova fra le lamine di un condensatore a facce piane parallele. Un impulso di tensione, applicato al condensatore, produce tra le lamine un campo elettrico omogeneo dato da

$$\mathcal{E}(t) = \begin{cases} \mathcal{E}_0 e^{-t/\tau} & t \geq 0, \\ 0 & t < 0. \end{cases}$$

- a) Trattando gli effetti di questo campo sugli atomi come una perturbazione dipendente dal tempo, calcolare al primo ordine perturbativo, dopo un tempo abbastanza lungo, la frazione di atomi nello stato $2p$ ($m = 0$), in termini del raggio di Bohr a_0 , della differenza di energia $\hbar\omega$ tra lo stato $2p$ e lo stato fondamentale, del parametro τ , di \mathcal{E}_0 e della carica elettrica e .

- b) Qual è la frazione di atomi nello stato $2s$?