

Prova Scritta

25 gennaio 2019

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso.

1. Un atomo di idrogeno si trova in uno stato $2P_{3/2}$.

- a) Scrivere esplicitamente l'espressione di questo stato, tenendo conto che è anche autostato di J_z corrispondente all'autovalore generico, ma fissato, $m_j\hbar$ e dire quali valori può assumere il numero quantico m_j .
- b) Calcolare (svolgendo tutti i calcoli e gli integrali necessari) il valor medio, in questo stato, del seguente operatore di tipo "spin-orbita":

$$F = \frac{\vec{L} \cdot \vec{S}}{r^3}.$$

Verificare inoltre che il risultato ottenuto è un caso particolare di espressioni ben note nello studio della struttura fine dell'atomo di idrogeno.

- c) Dire quale sarebbe il valor medio di F in uno stato caratterizzato dai numeri quantici $n = 2$, $\ell = 1$, m_ℓ e m_s generici.

2. Trovare, al primo ordine perturbativo, il cambiamento nei livelli energetici di un atomo idrogenoide prodotto dall'incremento di un'unità della carica nucleare (dovuto, per esempio, ad un'emissione beta). Usando il risultato esatto per le energie di questi livelli, prima e dopo l'incremento, discutere la validità dell'approssimazione usata.

3. La funzione d'onda di due particelle identiche di spin 1 è fattorizzata in una parte orbitale e in una parte di spin. La parte orbitale, $u(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$, è una funzione simmetrica rispetto allo scambio di \vec{r}_1 con \vec{r}_2 . Siano, inoltre, $\varphi_{m_1}^{(1)}$ e $\varphi_{m_2}^{(2)}$ ($m_1, m_2 = 0, \pm 1$), rispettivamente, gli autospinori di S_{1z} e di S_{2z} corrispondenti agli autovalori $m_1\hbar$ e $m_2\hbar$.

- a) Scrivere in termini di $\varphi^{(1)}$ e $\varphi^{(2)}$ la parte di spin della funzione d'onda sapendo che è un autostato di S_z con autovalore $+\hbar$ ($\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2 = \text{spin totale}$).
- b) La funzione d'onda così trovata è anche autostato di S^2 ? E, in caso affermativo, con quale autovalore?