Università degli Studi di Perugia - Corso di Laurea Triennale in Fisica

Corso di

MECCANICA QUANTISTICA

Prova Scritta

25 giugno 2018

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso. È ammesso l'uso di calcolatori portatili.

1. Due bosoni identici di spin zero e non interagenti fra loro sono immersi in un campo centrale. Ognuno di essi si trova in stati di singola particella caratterizzati dagli stessi numeri quantici n' e ℓ (n' = numero quantico radiale; ℓ numero quantico azimutale), con $\ell = 1$. Qual è il numero e la forma dei differenti stati di questo tipo del sistema delle due particelle? Quale sarebbe la risposta alla precedente domanda se le particelle fossero distinguibili?

2. Una particella di massa μ, senza spin, è soggetta ad un generico potenziale centrale $V(r)$ ($r = |\vec{r}|$). Si indichino con $E_{n,\ell}$ e $v_{n,\ell,m}(r,\theta,\varphi)$, rispettivamente, gli autovalori dello spettro discreto e le corrispondenti autofunzioni degli operatori H, L^2 e L_z (H=hamiltoniana e $\vec{L}$=momento angolare orbitale della particella); n, ℓ e $m$numero quantico radiale, azimutale e magnetico.

a) Cercare la corrispondenza tra $E_{n,0}$ e $v_{n,0,0}(r)$, per stati s ($\ell = 0$), e gli autovalori discreti E_n e le autofunzioni dell' energia $u_n(x)$ per un problema unidimensionale con un potenziale $U(x)$ tale che $U(x) = V(x)$ (per $x \geq 0$) e $U(x) = +\infty$ (per $x < 0$).

b) Servendosi della corrispondenza trovata, cercare le condizioni di esistenza di livelli discreti, per il potenziale tridimensionale, nel caso in cui $V(r)$ sia dato da: $V(r) = -V_0$ (per $r \leq a$; $V_0 > 0$) e $V(r) = 0$ (per $r > a$)

3. Siano $\vec{L}$ e $\vec{S}$, rispettivamente, il momento angolare orbitale e di spin di una particella di spin 1/2. Il suo stato è caratterizzato da assegnati valori dei numeri quantici ℓ, m_ℓ e m_s (legati come di consueto agli autovalori di L^2, L_z e S_z).

a) Scrivere esplicitamente questo stato e calcolare il valor medio di J^2, dove $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ è il momento angolare totale.

b) Dire quali sono i possibili risultati di una misura di J^2 e quali le rispettive probabilità, usando solamente quanto è stato ottenuto al punto a).