Università degli Studi di Perugia - Corso di Laurea Triennale in Fisica

Corso di

MECCANICA QUANTISTICA

Prova Scritta

26 settembre 2018

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso. È ammesso l'uso di calcolatori portatili.

1. Una particella in moto unidimensionale è sottoposta al seguente potenziale

$$\begin{cases} V_0(>0), & \text{per } x < -a \\ -V_0, & \text{per } -a \leq x \leq 0 \\ 0, & \text{per } x > 0 \end{cases} .$$

Determinare per quali valori di V_0 esiste un autostato dell' energia con $E = 0$ e scrivere l' autofunzione corrispondente.

2. Una particella di massa μ è vincolata a muoversi sulla superficie di un cilindro di raggio unitario, con l' asse coincidente con l' asse z. Essa è sottoposta all' azione del potenziale $V(z,\varphi) = \frac{1}{2}\mu\omega^2 z^2$, indipendente da φ. L' hamiltoniana è, quindi, separabile nelle coordinate φ e z ed è data da:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\left(\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) + \frac{1}{2}\mu\omega^2 z^2 .$$

a) Mostrare che $L_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi}$ commuta con H e trovare gli autovalori di H e L_z e le autofunzioni comuni.

b) Supponendo che all' istante $t = 0$ la particella sia descritta dalla seguente funzione d' onda normalizzata

$$\psi(z,\varphi) = \sqrt{\frac{\alpha}{6\pi\sqrt{\pi}}}(1+\zeta)e^{-\frac{1}{2}\zeta^2}\left(e^{i\varphi} + e^{2i\varphi}\right) , \quad \left(\zeta = \alpha z \; , \; \alpha = \sqrt{\frac{\mu\omega}{\hbar}}\right)$$

si dica, in una misura di energia all' istante t generico quali saranno i possibili risultati e quali le rispettive probabilità.

3. Una particella neutra di spin $\frac{1}{2}$ e di momento magnetico $\vec{\mu} = g\vec{\sigma}$ (dove g è una costante reale e σ_x, σ_y e σ_z sono le matrici di Pauli), è immersa in un campo magnetico uniforme, ma variabile con il tempo, diretto lungo l' asse z: $\vec{B}(t) = B(t)\hat{k}$. Assumendo che i soli gradi di libertà siano quelli di spin, determinare, all' istante t generico, la forma della funzione d' onda di spin nonché i valori medi di σ_x, σ_y e σ_z.