Università degli Studi di Perugia - Corso di Laurea Triennale in Fisica

Corso di

MECCANICA QUANTISTICA

Prova Scritta

28 Settembre 2016

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso. È ammesso l'uso di calcolatori portatili.

1. Lo stato all'istante t generico di una particella di massa m, in moto unidimensionale, è descritto dalla seguente funzione d'onda:

$$\psi(x,t) = N\left[1 + xb(t)\right] e^{\varphi(x,t)}$$

dove

$$b(t) = \sqrt{\frac{2m\omega}{\hbar}} e^{-i\omega t} \ , \qquad \varphi(x,t) = -\frac{\omega}{2}\left(\frac{mx^2}{\hbar} + it\right) \ .$$

N è una costante di normalizzazione che non è necessario conoscere ed ω una costante positiva con le dimensioni di una pulsazione.
Determinare il potenziale $V(x)$ a cui la particella è sottoposta facendo uso dell' equazione di Schrödinger dipendente dal tempo.

2. Valutare numericamente il coefficiente di trasmissione di un elettrone nell' attraversamento di una barriera rettangolare di potenziale di altezza $V_0 = 10\ eV$ e di larghezza $L = 10^{-8}cm$. Per i seguenti quattro valori dell' energia:

$$E_e = \frac{V_0}{2} \ , \qquad E_e = V_0 \ , \qquad E_e = V_0 + \frac{\hbar^2\pi^2}{4m_eL^2} \ , \qquad E_e = V_0 + \frac{\hbar^2\pi^2}{2m_eL^2}$$

Ripetere il calcolo per il protone e confrontare i due casi.

3. Si dimostri che l' autofunzione dello stato fondamentale dell' atomo di idrogeno è autofunzione anche della componente z (in particolare) del seguente operatore vettoriale (vettore di Laplace-Runge-Lenz):

$$\vec{A} = \frac{1}{2m}\left(\vec{p}\times\vec{L} - \vec{L}\times\vec{p}\right) - \frac{e^2}{r}\vec{r}$$

precisandone l' autovalore corrispondente. (Si consiglia di usare la seguente espressione per A_z:

$$A_z = \frac{1}{m}\left(p_xL_y - p_yL_x - i\hbar p_z\right) - \frac{e^2}{r}z$$

dopo averne dimostrato la validità.)