

Corso di
MECCANICA QUANTISTICA

Prova Scritta

2 Settembre 2020

- È permessa la consultazione di un solo libro di testo.

1. Si consideri un oscillatore armonico unidimensionale di massa m , pulsazione ω e hamiltoniana

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 .$$

- a) Si determinino i valori medi $\langle x \rangle_t$ e $\langle p \rangle_t$ all'istante t , in termini degli stessi valori medi all'istante $t = 0$, $\langle x \rangle_0$ e $\langle p \rangle_0$.

- b) Si mostri che il valore medio di x^2 all'istante t , $\langle x^2 \rangle_t$, soddisfa all'equazione differenziale

$$\frac{d^2 \langle x^2 \rangle_t}{dt^2} + 4\omega^2 \langle x^2 \rangle_t = \frac{4\langle H \rangle}{m} . \quad (1)$$

- c) Si ricavi la soluzione dell'equazione differenziale (1) e si scriva $(\Delta x)_t^2$ in termini di

$$\langle x^2 \rangle_0 , \quad \langle p^2 \rangle_0 , \quad \langle xp + px \rangle_0 .$$

- d) Supponendo che la funzione d'onda all'istante iniziale, $\psi(x, 0)$, sia una funzione reale pari, scrivere come si semplifica $(\Delta x)_t^2$.

- e) Nel caso di una funzione d'onda che soddisfi alle ipotesi del punto d), si consideri il limite $t \ll \omega^{-1}$ in $(\Delta x)_t^2$. Se con T e V si indicano l'energie cinetica e potenziale, si mostri che se $\langle V \rangle_0 > \langle T \rangle_0$ allora $\langle x^2 \rangle_t < \langle x^2 \rangle_0$, viceversa, se $\langle V \rangle_0 < \langle T \rangle_0$ allora $\langle x^2 \rangle_t > \langle x^2 \rangle_0$.

2. Si consideri un elettrone con momento angolare totale $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$. Si supponga di conoscere i numeri quantici ℓ ed M , del momento angolare orbitale e della componente z del momento angolare totale, \vec{J} .

- a) Quali sono i possibili valori del numero quantico J associato al momento angolare totale?

- b) Calcolare i valori medi di \vec{S} e \vec{L} sugli stati che si ottengono al variare dei possibili valori di J .

- c) Calcolare il valor medio del momento magnetico dell'elettrone su questi stati.