Università degli Studi di Perugia - Corso di Laurea Triennale in Fisica

Corso di

MECCANICA QUANTISTICA

Prova Scritta

7 Luglio 2021

- Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere un punteggio non inferiore a 10/20.
- È permessa la consultazione di un libro di testo e degli appunti del corso.

1. 7 punti

Si consideri una particella di spin 1/2 soggetta all'hamiltoniana:

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + \frac{2A}{\hbar}\vec{p} \cdot \vec{S}$$

a) Si determinino lo spettro e le autofunzioni dell'hamiltoniana.

b) Si calcoli l'operatore di evoluzione temporale $U(t,0)$ associato ad H.

Al tempo $t = 0$ si prepari la particella nello stato:

$$\psi(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}/\hbar}}{h^{3/2}} \ ,$$

c) si valuti la probabilità di spin flip al tempo t.

2. 7 punti

Un neutrone è legato in un nucleo. Il sistema è approssimativamente descritto da una buca sferica di potenziale di raggio a e di profondità $-V_0$ ed è in uno stato s.

a) Si derivino le autofunzioni dell'energia e la condizione che determina gli autovalori.

b) Si calcoli l'indeterminazione sull'impulso del sistema.

Si consideri il caso ipotetico in cui la profondità della buca abbia il valore speciale $V_0 \simeq 9\hbar^2\pi^2/16m_n a^2$.

c) Si dimostri che in questo caso c'è un unico stato legato e se ne calcoli l'energia.

3. 7 punti

Una particella di massa m e carica q si muove in una dimensione tra due muri impenetrabili di una buca infinita di potenziale

$$V(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq L/2 \\ \infty, & |x| > L/2 \end{cases} \ .$$

Si consideri un campo elettrico uniforme E che agisce sulla particella e si tratti l'hamiltoniana che ne consegue come una perturbazione.

a) Si calcoli al primo ordine perturbativo la correzione all'energia dello stato fondamentale.

b) Supponendo che il sistema si trovi nello stato descritto dalla funzione d'onda del livello fondamentale della buca infinita corretto al primo ordine perturbativo, si calcoli la probabilità $\mathcal{P}_{1\to 2}$ di trovare la particella nel primo stato eccitato.

c) Si consideri ora il caso di un campo elettrico dipendente dal tempo della forma $E(t) = E_0\theta(t)e^{-t/\tau}$, dove $\theta(t)$ è la funzione di Heaviside. Si calcoli la probabilità di transizione del sistema,$\mathcal{P}_{1\to 2}(t)$, al primo stato eccitato al primo ordine in teoria perturbativa dipendente dal tempo, per tempi $t \gg \tau$.