

## Prova Scritta

8 Settembre 2021

- Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere un punteggio non inferiore a 10/20.
- È permessa la consultazione di un libro di testo e degli appunti del corso.

**1. 8 punti**

Si consideri una particella di massa  $m$  nel piano  $(x, y)$  soggetta al potenziale:

$$V(x, y) = \frac{1}{2}m(\omega^2 x^2 + 9\omega^2 y^2) .$$

- a) Si scriva la forma degli autostati e dello spettro dell'hamiltoniana e si discuta la degenerazione dei primi livelli, fino al primo livello degenere compreso.
- b) Si aggiunga ora una perturbazione del tipo

$$H_p = \lambda y^4$$

e si calcoli la correzione all'energia degli stati, da quello fondamentale fino al primo livello degenere compreso, al primo ordine perturbativo, discutendo l'eventuale rimozione della degenerazione del livello. (Suggerimento: si utilizzi la notazione matriciale).

**2. 8 punti**

Si considerino due particelle [(1) e (2)] di spin  $1/2$ , fattore  $g = 2$ , carica  $q$  e  $2q$  rispettivamente. Trascurando i gradi di libertà di tipo traslazionale la loro Hamiltoniana è data da

$$H_0 = \gamma \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 .$$

- a) Si trovino lo spettro e le autofunzioni di  $H_0$ .
- b) Si introduca l'hamiltoniana di interazione,  $H_I$ , che si genera quando si accende un campo magnetico costante  $\vec{B} = B\hat{z}$  lungo l'asse delle  $z$ .
- c) Si calcolino le correzioni al primo ordine della teoria delle perturbazioni dovute all'hamiltoniana di interazione del punto b). Si dica se la degenerazione viene rimossa.
- d) Se ora il campo  $\vec{B} = B\hat{z}$  che viene acceso al tempo  $t = 0$  ha una dipendenza temporale del tipo  $\vec{B}(t) = e^{-\sigma t} B\hat{z}$ , si dica quali sono le transizioni permesse per lo stato fondamentale e se ne calcolino le probabilità di transizione.

**3. 4 punti**

Un sistema di due particelle di spin  $1/2$  si trova nello stato con spin totale  $S = 1$  e  $S_y = 0$ .

- a) Si scriva lo stato del sistema in termini degli autospinori di  $S_z^{(1)}$  e  $S_z^{(2)}$ .