Università degli Studi di Perugia - Corso di Laurea Triennale in Fisica

Corso di

MECCANICA QUANTISTICA

Primo compito d'esonero

12 aprile 2021

- Ogni problema vale 15/30. Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere un punteggio non inferiore a 15/30.
- È permessa la consultazione di un libro di testo e degli appunti del corso.

1. Lo stato di una particella di massa m, soggetta al potenziale di oscillatore armonico, è descritta, al tempo $t = 0$, dalla funzione d' onda:

$$\psi(x, 0) = c_0 u_0(x) + c_1 u_1(x) + c_2 u_2(x) \ , \tag{1}$$

dove $u_n(x)$ sono gli autostati dell'oscillatore armonico con autovalore E_n, $n \in \mathbb{N}$. Sapendo che il valor medio dell'energia è $\frac{3}{2}\hbar\omega$ e il valor medio del numero di occupazione al quadrato $\hat{N}^2$, dove $\hat{N} = \hat{a}^\dagger a$, è $5/3$,

a) si dica quali sono i possibili risultati di una misura di energia con le relative probabilità.

b) Si calcoli l'indeterminazione $\Delta\hat{N}$ sul numero di occupazione.

Supponendo poi che sullo stato (1) il valor medio di $\hat{x}$ sia zero e il valor medio di $\hat{x}^2$ sia $\frac{9+2\sqrt{2}}{6\alpha^2}$, $\alpha = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}$,

c) si scriva la funzione d'onda ad un tempo t generico.

d) Si determinino i valori medi di energia, $\hat{x}$ e $\hat{x}^2$ al tempo t.

e) Se la particella, oltre ad essere sottoposta al potenziale armonico lungo x, fosse anche confinata lungo y in un intervallo $|y| < L$, si dica (con la funzione d'onda (1), opportunamente normalizzata e annullantesi per $|y| > L$) quale sarebbe la distribuzione di probabilità per i vari livelli energetici.

2. Lo stato di una particella di massa m, non soggetta a forze, è descritto all'istante $t = 0$ dalla funzione d'onda:

$$\psi(x, 0) = \begin{cases} A \sin \frac{\pi x}{L}, & \text{per } |x| \leq L \\ 0, & \text{per } |x| > L \end{cases}$$

a) Calcolare la costante di normalizzazione A.

b) Determinare la distribuzione di probabilità per i possibili valori dell'energia.

c) Impostare il calcolo della funzione d'onda del pacchetto a un tempo t generico.

d) Calcolare esplicitamente al tempo t le indeterminazioni $(\Delta x)_t$ e $(\Delta p)_t$ e determinare se dipendono o meno dal tempo.

e) Il prodotto $(\Delta x)_t(\Delta p)_t$ aumenta con t?