

Corso di  
MECCANICA QUANTISTICA

Prof. Gianluca Grignani

## Prova Scritta

15 Gennaio 2015

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso. È ammesso l'uso di calcolatori portatili.

1. Una particella di massa  $m$  è vincolata sull'asse  $x$  nell'intervallo  $-L/2 \leq x \leq L/2$  (buca di potenziale infinitamente profonda). Essa si trova in uno stato tale che una misura dell'energia conduce per 2/3 delle volte al valore  $E_2$  e per 1/3 delle volte al valore  $E_4$  (essendo  $E_1$  l'energia dello stato fondamentale).

- a) Scrivere la funzione d'onda più generale compatibile con questa condizione, all'istante  $t = 0$ .
- b) Determinare tra gli stati trovati al punto a), quello per il quale, al tempo  $t_0 = mL^2/(6\hbar\pi)$ , la probabilità di trovare la particella nelle vicinanze del punto  $x_0 = L/8$  è massima.

2. Due particelle identiche di massa  $m$  interagiscono tra loro con un potenziale di oscillatore armonico isotropo con costante di richiamo  $k$ .

- a) Determinare gli autovalori e le autofunzioni dell'hamiltoniana  $H$  nel caso di bosoni di spin 0 e di fermioni di spin 1/2.
- b) Scrivere la più generale funzione d'onda di due bosoni di spin 0 che sia una sovrapposizione degli stati appartenenti ai due livelli di minore energia tali che:  $\langle E \rangle = 5\hbar\omega/2$ .

3. Una particella di spin 1/2 si trova in uno stato di spin in cui i valori medi di  $S_x$  e  $S_y$  sono

$$\langle S_x \rangle = \frac{\hbar\alpha}{2}, \quad \langle S_y \rangle = \frac{\hbar\beta}{2},$$

con  $\alpha$  e  $\beta$  compresi tra -1 e 1.

- a) Mostrare che deve valere la condizione  $\alpha^2 + \beta^2 \leq 1$ .
- b) Per quanto riguarda la probabilità di trovare lo spin della particella parallelo o antiparallelo all'asse  $z$ , far vedere che per  $\alpha^2 + \beta^2 < 1$  ci sono due soluzioni, mentre per  $\alpha^2 + \beta^2 = 1$  ce n'è una sola e determinare quale.