

Prova Scritta

22 Giugno 2016

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso. È ammesso l'uso di calcolatori portatili.

1. Una particella di massa m , in moto unidimensionale, è soggetta all'azione del seguente potenziale:

$$V(x) = \begin{cases} V_0, & \text{per } 0 \leq x < b \\ 0, & \text{per } b \leq x \leq a \\ +\infty, & \text{per } a < x \end{cases};$$

inoltre $V(-x) = V(x)$ (potenziale simmetrico).

Fissati a e b ($a > b$), dire per quale valore di V_0 ($V_0 > 0$) l'autovalore minimo dell'hamiltoniana, E_0 , è uguale a V_0 e scrivere la corrispondente autofunzione normalizzata.

2. Un atomo di idrogeno è immerso in un campo magnetico diretto lungo l'asse z . Supponendo di poter trascurare gli effetti relativistici, l'hamiltoniana, nel sistema del baricentro è quindi

$$H = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r} + \frac{eB}{2mc} (L_z + 2S_z)$$

All'istante $t = 0$ lo stato è dato da

$$\psi(r, \theta, \varphi; t = 0) = \frac{1}{\sqrt{4\pi a_0^3}} \left(\begin{array}{c} \sqrt{2} \exp(-r/a_0) \\ \frac{r}{4a_0} \cos \theta \exp[-r/(2a_0)] \end{array} \right)$$

dove a_0 è il raggio di Bohr.

- a) Determinare lo stato al tempo $t > 0$.
- b) Dire quali sono i possibili risultati di una misura di H , L^2 e J_z e le rispettive probabilità, all'istante $t = 0$ e a qualsiasi altro istante $t > 0$.
3. Una particella di spin $1/2$ e con massa infinita (in modo che i soli gradi di libertà sono quelli di spin) si trova all'istante $t = 0$ nello stato con spin $+\hbar/2$ lungo l'asse z . La sua hamiltoniana è data da

$$H = \hbar\omega(\cos \theta \sigma_x + \sin \theta \sigma_y)$$

(con ω e θ costanti reali; $\sigma_{x,y}$ sono le matrici di Pauli). Si calcoli dopo quanto tempo la componente dello spin lungo l'asse z è uguale a $-\hbar/2$.