Università degli Studi di Perugia - Corso di Laurea Triennale in Fisica

Corso di

MECCANICA QUANTISTICA

Prof. Gianluca Grignani

Prova Scritta

29 giugno 2017

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso. È ammesso l'uso di calcolatori portatili.

1. Una particella di massa m è vincolata su di un segmento di lunghezza L. Sapendo che una misura dell'energia dà con uguale probabilità i valori $E_2 = 4\hbar^2\pi^2/2mL^2$ e $E_3 = 9\hbar^2\pi^2/2mL^2$ e che all'istante $t = 0$ la probabilità di trovare la particella nella prima metà del segmento è doppia rispetto alla probabilità di trovarla nella seconda metà, si determini ad un generico istante t la probabilità di tovare la particella nella prima metà del segmento.

2. Due oscillatori armonici di massa m_1 e m_2 e uguale frequenza ν interagiscono attraverso un potenziale ancora di oscillatore armonico dipendente dalla distanza relativa. L'Hamiltoniana complessiva del sistema sarà perciò

$$H = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2 2}{m_2} + \frac{1}{2}m_1\omega^2 x_1^2 + \frac{1}{2}m_2\omega^2 x_2^2 + \lambda^2(x_1 - x_2)^2$$

a) Trovare gli autovalori esatti.

b) Calcolare la correzione al primo ordine perturbativo (assumendo $\lambda(x_1 - x_2)^2$ come perturbazione) all'energia del sistema dei due oscillatori disaccoppiati nello stato fondamentale.

3. Una particella di spin $\frac{1}{2}$ si trova in uno stato descritto dalla funzione d'onda

$$\psi(\vec{r}) = f(r)\, Y_1^1(\theta, \varphi)\, \frac{1}{\sqrt{2}}\, (\chi_+ + \chi_-) \qquad (1)$$

dove $f(r)$ è una funzione normalizzata, $\chi_\pm$ indicano gli autostati di S_z.

a) Considerando gli operatori di momento angolare:

$$L_x,\, L_y,\, L_z,\, L^2$$
$$S_x,\, S_y,\, S_z,\, S^2$$
$$J_x,\, J_y,\, J_z,\, J^2$$

indicare di quali tra questi lo stato (**??**) è autostato e con quale autovalore.

b) Calcolare il valor medio di J_x, J_y, J_z sullo stato.

c) Quali sono i possibili risultati di una misura di J_z e di J^2 e quali le rispettive probabilità?