

## Prova Scritta

25 Giugno, 2014

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso. È ammesso l'uso di calcolatrici.

1. Una particella di massa  $m$ , in moto unidimensionale, è sottoposta ad una forza elastica con costante di richiamo dipendente dal tempo. La sua hamiltoniana è allora data da

$$\frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}k(t)x^2,$$

dove la funzione  $k(t)$  ha la forma seguente:

$$k(t) = \begin{cases} k_1 & \text{se } t \leq 0 \\ k_2 & \text{se } t > 0. \end{cases}$$

Dall'equazione di Schrödinger dipendente dal tempo segue che la funzione d'onda,  $\psi(x, t)$ , è continua per  $t = 0$ , cioè

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \psi(x, \epsilon) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \psi(x, -\epsilon). \quad (1)$$

Questa equazione permette di determinare la  $\psi(x, t)$  per  $t > 0$  una volta che sia nota per  $t < 0$ .

Assumendo che per  $t < 0$  la particella sia nello stato fondamentale,

- calcolare il valor medio dell'energia per  $t > 0$ ;
- calcolare la probabilità che per  $t > 0$  la particella si trovi nello stato fondamentale.

Inoltre:

- dimostrare l'equazione (1) qualunque sia la  $\psi(x, t)$  per  $t < 0$ .

2. Nello stato fondamentale dell'atomo di idrogeno, dire quanto vale

$$(\Delta r)(\Delta p_r),$$

prodotto degli scarti di  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  e di  $p_r$ , componente radiale della quantità di moto.

3. Una particella di spin 1/2 ha la seguente hamiltoniana

$$H = a + b(\sigma_z + \sqrt{3}\sigma_x)$$

( $\sigma_i$  = matrici di Pauli). Al tempo  $t = 0$  lo stato della particella è descritto dallo spinore  $\chi_+$  autostato di  $S_z$  con autovalore  $\hbar/2$ .

- Determinare gli autovalori e gli autospinori dell'hamiltoniana.
- Determinare la funzione d'onda al generico istante  $t > 0$ .
- Determinare i possibili risultati di una misura dell'energia e le rispettive probabilità al generico istante  $t > 0$ .