

Prova Scritta

22 Luglio 2016

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso. È ammesso l'uso di calcolatori portatili.

1. In problemi unidimensionale è noto che gli operatori di traslazione \hat{T}_a e di parità \hat{P} operano sulla generica funzione d' onda, $\psi(x)$, come segue

$$\hat{T}_a \psi(x) = \psi(x + a) , \quad \hat{P} \psi(x) = \psi(-x) .$$

Dire come \hat{T}_a e \hat{P} operano sull' ampiezza di probabilità di impulso $\varphi(p)$ legata a $\psi(x)$ nel modo consueto.

2. Una particella di massa m in moto tridimensionale è soggetta ad un potenziale centrale $V(r)$ ($r = |\vec{r}|$) che soddisfa alla condizione $\lim_{r \rightarrow \infty} V(r) = 0$.

La particella si trova in un autostato dell' energia $u_E(\vec{r})$ corrispondente all' autovalore E . In questo stato l' ampiezza di probabilità di impulso, normalizzata, è data da

$$\varphi_E(\vec{p}) = \frac{\sqrt{8\alpha^5}}{\pi} \frac{1}{(p^2 + \alpha^2)^2}$$

Ricavare la forma esplicita del potenziale $V(r)$ e dell' autovalore E in termini di m , \hbar ed α (oltre che di r per il potenziale, ovviamente).

(Tenere presente il seguente integrale:

$$\int_0^\infty dt \frac{t \sin bt}{(t^2 + a^2)^2} = \frac{\pi b}{4a} e^{-ab} .)$$

3. La funzione di spin di un sistema di tre particelle non identiche di spin 1/2 è data da

$$\psi = \chi_+^{(1)} \chi_+^{(2)} \chi_-^{(3)} .$$

- a) Calcolare il valor medio nello stato ψ del quadrato dello spin totale S^2 ($\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \vec{S}_3$ con \vec{S}_i operatore di spin della i -esima particella).
- b) Usando solamente il risultato ottenuto al punto a, oltre a nozioni generali della teoria, dire quali sono i possibili risultati di una misura di S^2 e quali le rispettive probabilità.