

Corso di
MECCANICA QUANTISTICA

Prof. Gianluca Grignani

Prova Scritta

24 Luglio, 2013

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso. È ammesso l'uso di calcolatori portatili.

1. Una particella di massa m in moto unidimensionale si trova in uno stato stazionario descritto dalla seguente funzione d'onda

$$u(x) = \begin{cases} A \cos kx, & (|x| \leq \frac{\pi}{4k}), \\ \frac{A}{\sqrt{2}} e^{\pi/4 - k|x|}, & (|x| > \frac{\pi}{4k}), \end{cases}$$

con A e k costanti reali positive.

- Si dimostri che la particella non può essere libera, ma sottoposta ad un potenziale attrattivo (dire di che forma).
 - Si determini la regione nella quale è costretta una particella classica della stessa energia.
 - Si calcoli l'energia di legame della particella.
 - Si calcoli la probabilità di trovare la particella nella regione $|x| \leq \frac{\pi}{4k}$.
 - Si calcoli il valor medio dell'energia cinetica nello stato considerato.
2. Due particelle identiche di massa m non interagenti fra loro, sono vincolate sul segmento $0 \leq x \leq L$.
- Scrivere la funzione d'onda dello stato fondamentale se le particelle sono bosoni.
 - Scrivere la funzione d'onda dello stato fondamentale se le particelle sono fermioni, trascurando lo spin.
 - Se le particelle sono fermioni di spin $1/2$ scrivere le funzioni d'onda di energia minima corrispondenti agli autovalori 0 e $2\hbar^2$ di \vec{S}^2 , dove $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$ è lo spin totale.
 - Se le particelle interagiscono fra loro attraverso un potenziale

$$V = -\lambda \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2,$$

calcolare le correzioni al primo ordine perturbativo in λ alle energie calcolate in c).

3. Si consideri una particella di massa m , carica e , senza spin, legata elasticamente (oscillatore tridimensionale isotropo). Si discuta l'effetto Zeeman lineare sul livello fondamentale e sul primo livello eccitato (per semplicità si scelga l'asse z parallelo al campo magnetico \vec{B}).