

## Prova Scritta

23 Settembre 2015

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso. È ammesso l'uso di calcolatori portatili.

1. Una particella di massa  $m$ , vincolata in una dimensione, è soggetta al potenziale

$$V(x) = \begin{cases} +\infty, & x < 0; \\ -V_0, & 0 \leq x \leq a; \\ 0, & x > a. \end{cases}$$

- Fissato  $a$ , calcolare il valore minimo che deve avere  $V_0$  affinché esista uno stato legato.
- Calcolare l'autovalore dell'energia e l'autofunzione corrispondente quando  $V_0$  ha autovalore minimo.
- Calcolare la probabilità relativa di trovare la particella negli intervalli  $0 \leq x \leq a$  e  $a \leq x \leq 2a$ .
- Calcolare il valore che deve avere  $V_0$  affinché esistano  $(n + 1)$  livelli di cui il più alto coincida con quello trovato al punto b).

2. Una particella si muove in un potenziale centrale attrattivo della seguente forma:

$$V(r) = A_n r^n$$

( $n = -1, 1, 2, 3, \dots$ ; inoltre, ovviamente:  $A_{-1} < 0$ ,  $A_n > 0$  per  $n = 1, 2, 3, \dots$ ).

Si applichi il metodo variazionale allo stato fondamentale ( $l = 0$ ) usando

$$\psi(\vec{r}) = e^{-\alpha r}, \quad (\alpha > 0)$$

come funzione di prova con parametro variazionale  $\alpha$ . Per  $n = -1$  e  $n = +2$  confrontare i risultati ottenuti con quelli esatti.

3. Un sistema di spin 1 si trova in un autostato di  $S_z$  con autovalore 0.

- Dimostrare che in tale stato i valori medi di  $S_x$  e di  $S_y$  sono entrambi nulli.
- Se, viceversa, si sa che i valori medi di  $S_x$ ,  $S_y$  e  $S_z$  sono tutti nulli, si può dire che lo stato in cui ciò si verifica è determinato? In caso negativo trovare l'insieme di questi stati. (Si consiglia di scrivere lo stato generico di spin, a meno di una fase arbitraria, nella seguente forma normalizzata

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix},$$

con  $b$  costante reale positiva, mentre  $a$  e  $c$  sono costanti complesse, tali che  $|a|^2 + b^2 + |c|^2 = 1$ ).