

Corso di  
**MECCANICA QUANTISTICA**

Prof. Gianluca Grignani

**Prova Scritta**

25 settembre 2013

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso. È ammesso l'uso di calcolatori portatili.

1. Una particella di massa  $m$  si trova in una buca infinita di potenziale di larghezza  $L$  (l'origine dell'asse  $x$  è nel centro della buca). Le probabilità di trovare le due energie  $\hbar^2\pi^2/(2mL^2)$  e  $2\hbar^2\pi^2/(mL^2)$  sono entrambe uguali a  $1/2$ . Si sa, inoltre, che al tempo  $t = 0$  la distribuzione di probabilità è simmetrica rispetto all'origine.

- a) Scrivere la funzione d'onda all'istante  $t > 0$ , sapendo che la probabilità di trovare la particella a sinistra dell'origine è inizialmente crescente nel tempo.
- b) Determinare il tempo dopo il quale la funzione d'onda e la distribuzione di probabilità assumono nuovamente i valori iniziali.

2. Un elettrone è sottoposto all'azione di un potenziale di oscillatore armonico isotropo e ad una perturbazione di tipo potenziale coulombiano repulsivo. Si trascura lo spin. La sua hamiltoniana ha quindi la seguente forma:

$$H = H_0 + H_p, \quad H_0 = \frac{\vec{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 r^2, \quad H_p = \frac{Ze^2}{r}.$$

- a) Si calcolino al primo ordine perturbativo le correzioni ai due livelli più bassi di  $H_0$ :  $E_1 = \frac{3}{2}\hbar\omega$ ,  $E_2 = \frac{5}{2}\hbar\omega$ . Le degenerazioni sono eliminate?
- b) Discutere la validità dell'approssimazione.

3. L'hamiltoniana di una particella di spin 1 è data da

$$H = \omega \left( 2\sqrt{2}S_x + S_z \right),$$

dove  $\omega$  è una costante reale positiva con dimensioni dell'inverso di un tempo.

- a) Trovare per  $H$  gli autovalori e gli autospinori, questi ultimi come sovrapposizioni di autostati di  $S_z$ :  $\varphi_{+1}$ ,  $\varphi_0$  e  $\varphi_{-1}$ .
- b) Se all'istante  $t = 0$  la particella si trova nello stato  $\varphi_{+1}$ , determinare lo stato di spin al generico istante  $t > 0$ .