Università degli Studi di Perugia - Corso di Laurea Triennale in Fisica

Corso di

Meccanica Quantistica

Prof. Gianluca Grignani

Prova Scritta

10 Settembre, 2014

- Ogni problema vale 10/30. Per l'ammissione all'orale è necessario ottenere la sufficienza, 18/30.
- È permessa la consultazione dei testi e degli appunti del corso. È ammesso l'uso di calcolatrici.

1. Per un determinato sistema quantistico, l'operatore corrispondente alla variabile dinamica A, non commuta con l'hamiltoniana. Esso possiede autovalori a_1 e a_2 a cui corrispondono le autofunzioni

$$\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u_1 + u_2) \ , \qquad \varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u_1 - u_2) \ ,$$

dove u_1 e u_2 sono autofunzioni dell' hamiltoniana con autovalori E_1 ed E_2.

Se il sistema è nello stato $\psi = \varphi_1$, all' istante $t = 0$, calcolare il valor medio di A al generico istante $t > 0$ in termini di a_1, a_2, E_1 e E_2 (oltre, ovviamente, che di t e di $\hbar$).

2. Un fascio di atomi di spin 1/2 e momento agolare orbitale nullo, passa attraverso un magnete di tipo "Stern e Gerlach", il cui campo magnetico (medio) è diretto lungo un versore $\hat{n}$ che forma un angolo θ con l' asse-z. Tra i fasci emergenti, quello in cui gli spin sono paralleli ad $\hat{n}$, passa attraverso un secondo magnete di Stern e Gerlach con il campo magnetico lungo l' asse-z. In che rapporto sono, nei due fasci emergenti dal secondo magnete, i numeri degli atomi con spin paralleli e antiparalleli all' asse-z?

3. L' effetto delle dimensioni finite del nucleo, in un generico atomo, è quello di innalzare le energie degli stati elettronici rispetto ai valori teorici ottenuti per nucleo puntiforme. In particolare per l'atomo di idrogeno si consideri, per semplicità, il nucleo come uno strato sferico uniforme di carica totale $+e$ e di raggio $b \simeq 10^{-13}$ cm. Con questo modello di nucleo l' hamiltoniana è data da $H = T + V(r)$ ($V(r)$ è il potenziale dell' elettrone atomico nel campo creato da questo strato sferico) anziché $H_0 = T + V_0(r)$ ($V_0(r) = -e^2/r$), che si ha per nucleo puntiforme. Naturalmente possiamo scrivere:

$$H = T + V = (T + V_0) + (V - V_0) \equiv H_0 + H_p$$

a) Dare la forma esplicita di $V(r)$.

b) Considerando $H_p = V - V_0$ come una perturbazione, si calcoli, al primo ordine, la variazione relativa dell' energia dello stato fondamentale dell' atomo di idrogeno in termini di b e del raggio di Bohr a_0, $b/a_0 \simeq 10^{-5}$.