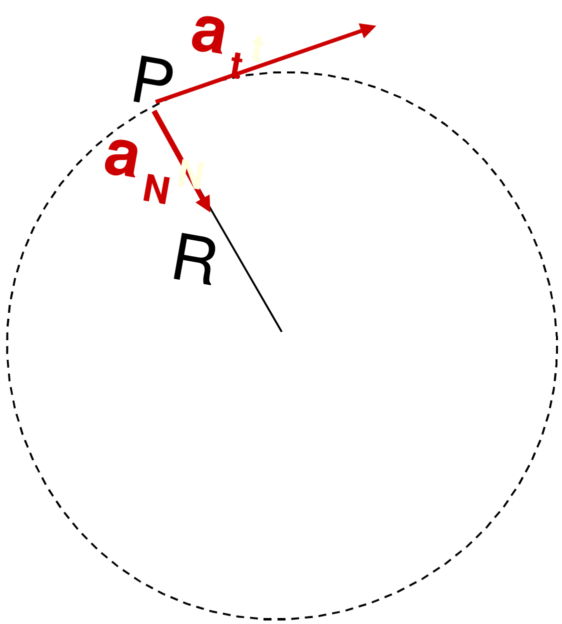
Esercizio n°2

Un punto materiale si muove su un cerchio secondo la legge oraria: $s(t) = t^3 + 2t^2$ dove s è in cm e t è in secondi. Sapendo che all'istante t = 2 s, l'accelerazione totale del punto è $16 \cdot \sqrt{2}\, cm/s^2$, calcolare il raggio del cerchio.



DATI:

Legge oraria $s(t) = t^3 + 2t^2$

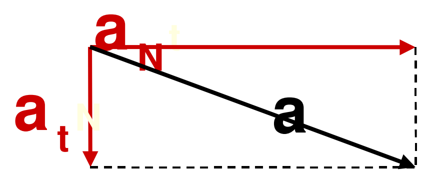
s → cm t → secondi

$t = t_0 = 2$ s $a(t_0) = 16\sqrt{2}$ cm/s²

? 1) **R**

Svolgimento esercizio 2 (1)

1) $\overrightarrow{a(t)} = \overrightarrow{a_t(t)} + \overrightarrow{a_N(t)}$



dove: $\vec{a}_t = \frac{dv}{dt}\hat{u}_t$ $\qquad \vec{a}_N = \frac{v^2(t)}{R}\hat{u}_N$

Quindi, nel problema in esame dalla legge oraria si ricava:

$$\begin{cases} v(t) = \frac{ds}{dt} = 3t^2 + 4t \\ a_t(t) = \frac{dv}{dt} = 6t + 4 \end{cases}$$

Allora: $\begin{cases} v(t_0) = 20\,cm/s \\ a_t(t_0) = 16\,cm/s^2 \end{cases}$

$$a_N(t_0) = \sqrt{a^2(t_0) - a_t^2(t_0)} = \sqrt{2(16)^2 - (16)^2}\,cm/s^2 = 16\,cm/s^2$$

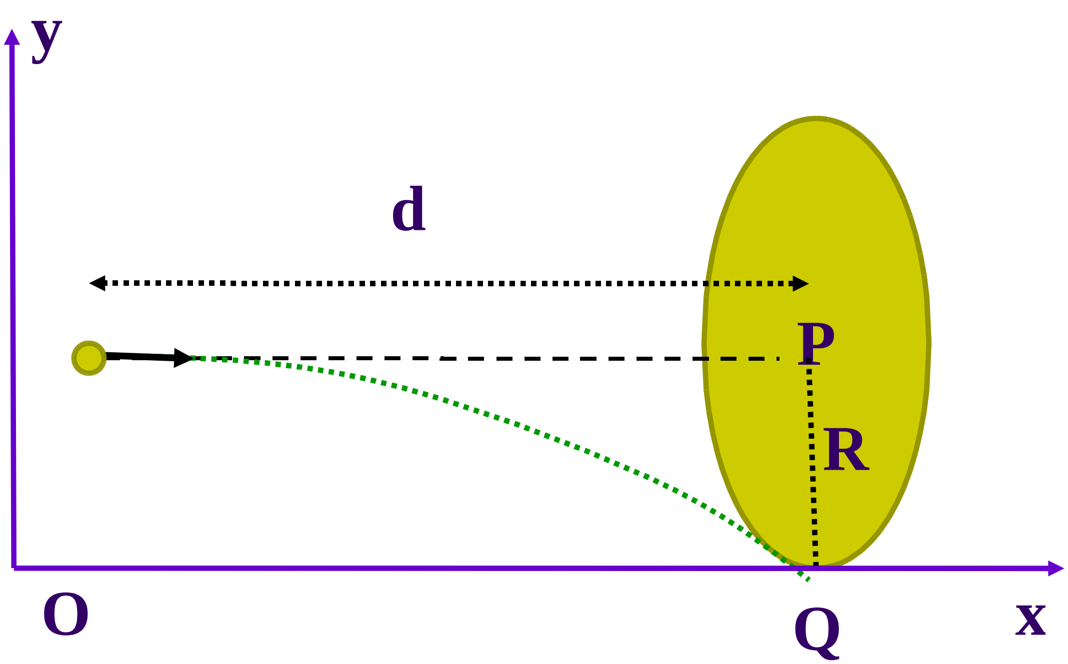
Infine, poiché $a_N(t) = \frac{v^2(t)}{R}$, si ha: $R = \frac{v^2(t_0)}{a_N(t_0)} = 25\,cm$

Esercizio n°4

Si scaglia una freccetta orizzontalmente con una velocità iniziale di 10 m/s puntando al centro P del bersaglio mostrato in figura. La freccetta dopo 0,19 s, finisce sul bordo del quadrante nel punto Q, verticalmente al di sotto di P.

(a) Qual è la distanza PQ?

(b) A che distanza dal bersaglio si trovava il lanciatore?



DATI:

$v_0 = 10\ m/s$

$\Delta t = 0,19\ s$

(a)?R

(b)? d

Svolgimento esercizio 4 (1)

(a) Fissiamo il riferimento come in figura (osservo che avrei potuto fissare l'origine degli assi anche in corrispondenza del punto di partenza della freccetta) e scriviamo le equazioni del moto.

Il moto della freccetta è un moto piano parabolico: le equazioni del moto della freccetta nelle due direzioni x ed y saranno:

$$\begin{cases} x = v_0 \, t \\ y = R - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Dopo l'intervallo di tempo Δt, avremo:

$$\begin{cases} y(\Delta t) = 0 = R - \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 \\ x(\Delta t) = d = v_0 \Delta t \end{cases}$$

Quindi:

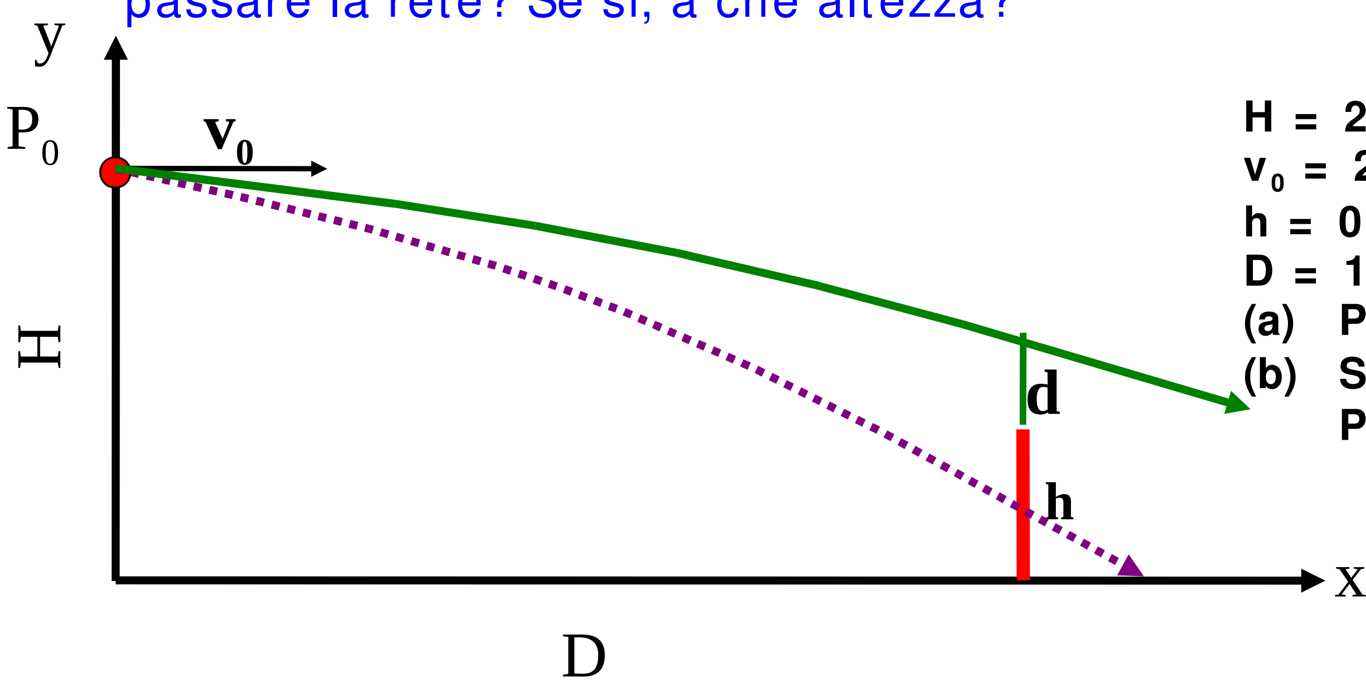
$$R = \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 = 0{,}18\, m \qquad d = v_0 \Delta t = 1{,}9\, m$$

Esercizio n°6

Un tennista serve la palla orizzontalmente da un'altezza (riferita al centro della palla) sul campo di 2,37 m a una velocità di 23,6 m/s.

(a) Riuscirà la palla a passare sopra la rete, alta 0,90 m, che si trova ad una distanza di 12,0 m? Se sì, a che altezza sulla rete (riferita al centro della palla)?

(b) Supponiamo ora che il tennista serva con un'inclinazione verso il basso di 5,00° rispetto al piano orizzontale. La palla riuscirà ancora a passare la rete? Se sì, a che altezza?



DATI:

$H = 2{,}37$ m
$v_0 = 23{,}6$ m/s
$h = 0{,}90$ m
$D = 12{,}0$ m
(a) Passa? Calcolare d
(b) Se $\theta = 5°$ Passa? Calcolare d

Svolgimento esercizio 6 (1)

(a) Appare evidente (anche dalla figura), che la palla supera la rete se nell'istante in cui x = D è y > h (linea continua).

Il moto della palla è un moto piano parabolico: le equazioni del moto della palla nelle due direzioni x ed y saranno (nel sistema di riferimento fissato in figura):

$$\begin{cases} x(t) = v_0\, t \\ y(t) = H - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Calcoliamo l'istante di tempo t_1 in cui x= D:

$$D = v_0 t_1 \Rightarrow \quad t_1 = \frac{D}{v_0}$$

L'altezza della palla sul campo all'istante t_1 è $y(t_1)$:

$$y(t_1) = H - \frac{1}{2} g t_1^2 = H - \frac{gD^2}{2v_0^2} = 1{,}10\,\mathrm{m}$$

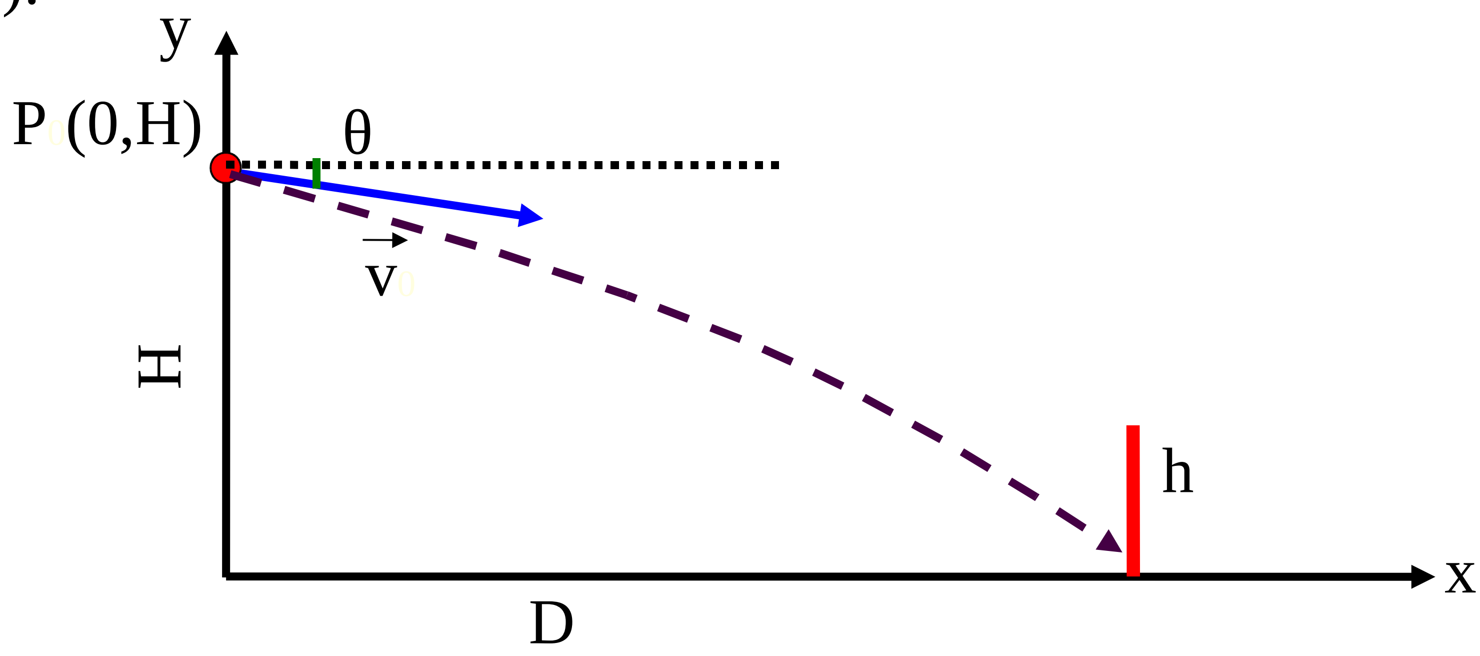
$y(t_1) > h$: la palla supera la rete!

Svolgimento esercizio 6 (2)

La pallina supera la rete di:

$$d = y(t_1) - h = 1,10\,m - 0,90\,m = 0,20\,m$$

(b):



Svolgimento esercizio 6 (3)

Questa volta le equazioni del moto saranno:

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos\theta \cdot t \\ y(t) = H - v_0 sen\theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow \qquad t_1 = \frac{D}{v_0 \cos\theta}$$

E quindi:

$$y(t_1) = H - v_0\, sen\theta \frac{D}{v_0 \cos\theta} - \frac{1}{2} g \frac{D^2}{v_0^2 \cos^2\theta} \Rightarrow$$

$$y(t_1) = H - D tg\theta - \frac{1}{2} g \frac{D^2}{v_0^2 \cos^2\theta} = 0{,}043\,m$$

$y(t_1) < h$: la palla non supera la rete!

Esercizio n°2

Una cassa di massa 136 kg è appoggiata sul pavimento. Un operaio tenta di spingerla applicando orizzontalmente una forza di 412 N. (a) dimostrate che, se il coefficiente di attrito statico vale 0,37, la cassa non si sposta. (b) Un secondo operaio interviene in aiuto tirando su la cassa in direzione verticale. Quale è la minima forza verticale che consentirà lo spostamento della cassa appoggiata sul pavimento? (c) Se la forza applicata dal secondo operaio fosse orizzontale, concorde alla forza applicata dal primo operaio, anziché verticale, quale valore minimo dovrebbe avere per far spostare la cassa?

DATI:

M = 136 kg

F = 412 N

$\mu_s = 0.37$

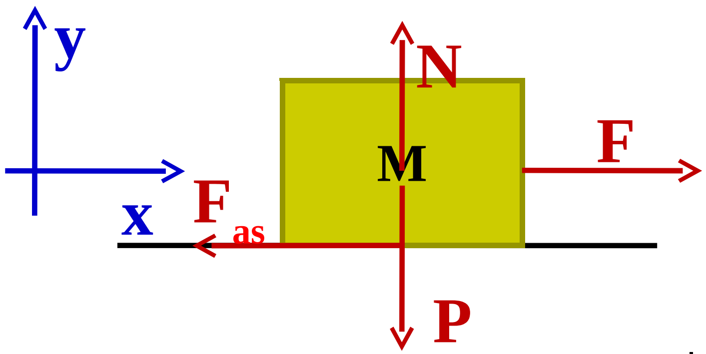
?Dimostrare che la cassa non si sposta

?F_2 minima verticale tale che la cassa si sposti

?F_2 minima orizzontale tale che la cassa si sposti

Svolgimento esercizio 2 (1)

a) Disegniamo le forze in gioco e scriviamo l'equazione dinamica nelle condizioni di equilibrio statico:



$$\vec{F}+\vec{F}_{as}+\vec{P}+\vec{N}=0$$

$$\begin{cases} x: F-F_{as}=0 \\ y: N-Mg=0 \end{cases}$$

Il corpo non si muove finché $\left|\vec{F}_{as_{max}}\right| \geq \left|\vec{F}\right|$ quindi fino a che $\mu_s N \geq F$

$$\Rightarrow \mu_s N \geq F \Leftrightarrow \mu_s Mg \geq F$$

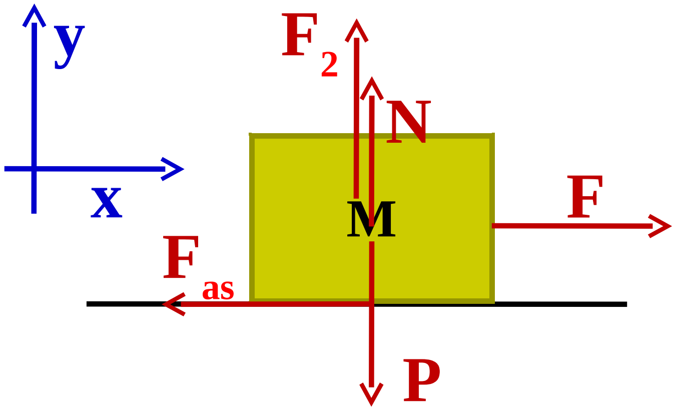
Con i valori di F, μ_s ed M dati si verifica sempre:

$$\mu_s Mg > F \Leftrightarrow 493{,}15\, N > 412\, N$$

Il corpo di massa M non si sposta

Svolgimento esercizio 2 (2)

b) Disegniamo le forze in gioco nel caso dell'applicazione di una seconda forza F_2 verticale e scriviamo l'equazione dinamica nel caso delle condizioni di equilibrio:



$$\vec{F}+\vec{F}_2+\vec{F}_{as}+\vec{P}+\vec{N}=0$$

$$\begin{cases} x: F-F_{as}=0 \\ y: N+F_2-Mg=0 \end{cases}$$

Il corpo non si muove finché $\left|\vec{F}_{as_{max}}\right| \geq \left|\vec{F}\right|$ quindi fino a che $\mu_s N \geq F$

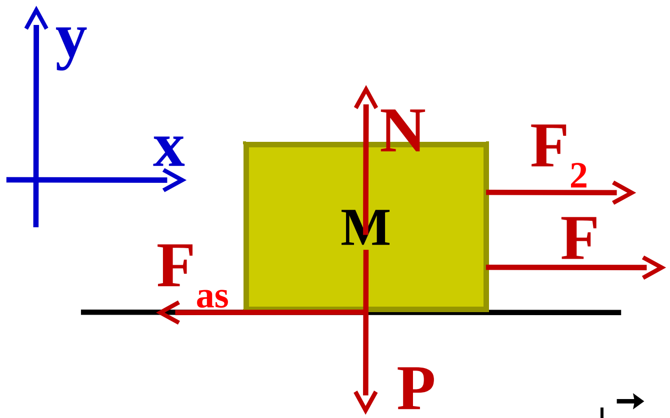
$$\Rightarrow \mu_s N \geq F \Leftrightarrow \mu_s\left(Mg-F_2\right) \geq F \Rightarrow \mu_s\left(F_2-Mg\right) \leq -F \Rightarrow$$

Affinché il corpo si sposti si deve avere dunque:

$$F_2 > Mg-\frac{F}{\mu_s} \Rightarrow \qquad F_{2_{\min}} = Mg-\frac{F}{\mu_s} = 219\,N$$

Svolgimento esercizio 2 (3)

c) Disegniamo le forze in gioco nel caso dell'applicazione di una seconda forza F_2 parallela e concorde ad F e scriviamo l'equazione dinamica nel caso delle condizioni di equilibrio:



$$\vec{F}+\vec{F}_2+\vec{F}_{as}+\vec{P}+\vec{N}=0$$

$$\begin{cases} x: F+F_2-F_{as}=0 \\ y: N-Mg=0 \end{cases}$$

Il corpo non si muove finché $\left|\vec{F}_{as_{max}}\right| \geq \left|\vec{F}+\vec{F}_2\right|$ quindi fino a che $\mu_s N \geq F+F_2$

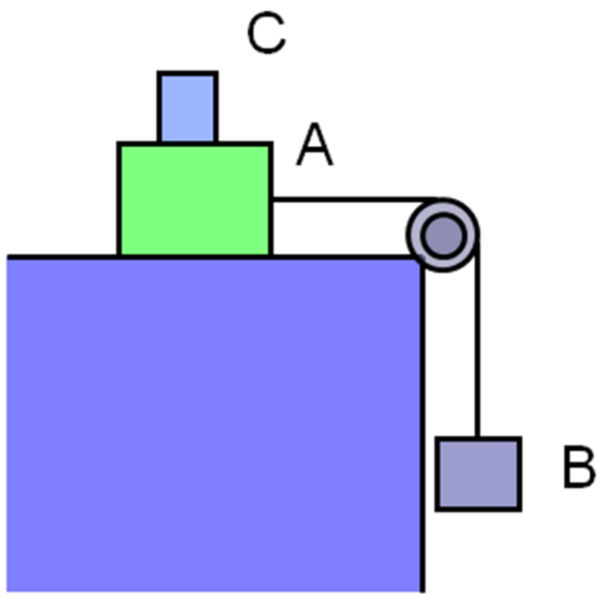
$$\Rightarrow \mu_s N \geq F+F_2 \Leftrightarrow \mu_s Mg \geq F+F_2 \Rightarrow F_2 \leq \mu_s Mg - F \Rightarrow$$

Affinché il corpo si sposti si deve avere dunque:

$$F_2 > \left(\mu_s Mg - F\right) \Rightarrow \quad F_{2_{\min}} = \mu_s Mg - F = 81\,N$$

Esercizio n°3

Nella figura, A è un blocco di massa 4,4 kg e B un blocco di massa 2,6 kg. I coefficienti di attrito statico e dinamico fra A ed il piano sono rispettivamente 0,18 e 0,15. (a) Determinare quale è la massa minima di un blocco C da collocare al di sopra di A per impedirgli di spostarsi. (b) Se C viene rimosso improvvisamente, quale sarà l'accelerazione di A?



DATI:

$m_A = 4,4$ kg

$m_B = 2,6$ kg

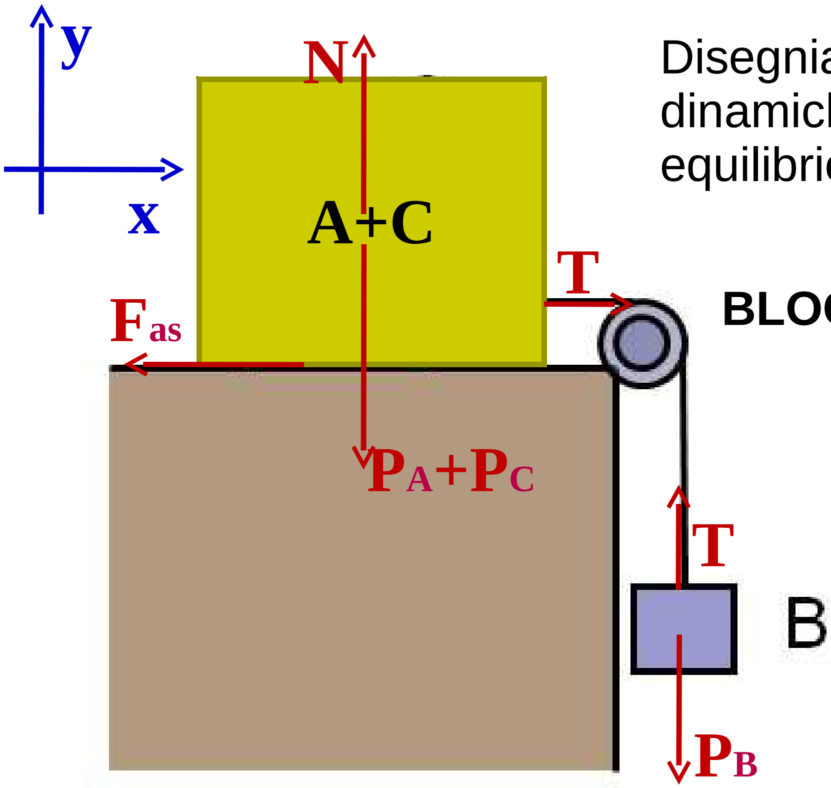
$\mu_s = 0,18$ $\mu_d = 0,15$

(a)? C_{min} per impedire ad A di muoversi

(b)? C rimosso, a_A

Svolgimento esercizio 3 (1)

a) La situazione equivale ad avere un blocco di massa totale (m_A + m_C), dato che tra i due blocchi non c'è attrito:



Disegniamo le forze in gioco e scriviamo le equazioni dinamiche per i due blocchi nelle condizioni di equilibrio:

BLOCCO A+C $\vec{T}+\vec{F}_{as}+\vec{N}+\vec{P}_A+\vec{P}_C=0$

$$\begin{cases} x: T-F_{as}=0 & (1) \\ y: N-P_A-P_C=0 & (2) \end{cases}$$

Sappiamo che: $|\vec{F}_{as}|\leq \mu_s N$

Quindi dalla (1) e dalla (2) si ha: $T=F_{as}\leq \mu_s N=\mu_s\left(P_A+P_C\right)$ (3)

Svolgimento esercizio 3 (2)

BLOCCO B: $\vec{T}+\vec{P}_B=0 \Rightarrow T-P_B=0 \Leftrightarrow T=P_B \quad (4)$

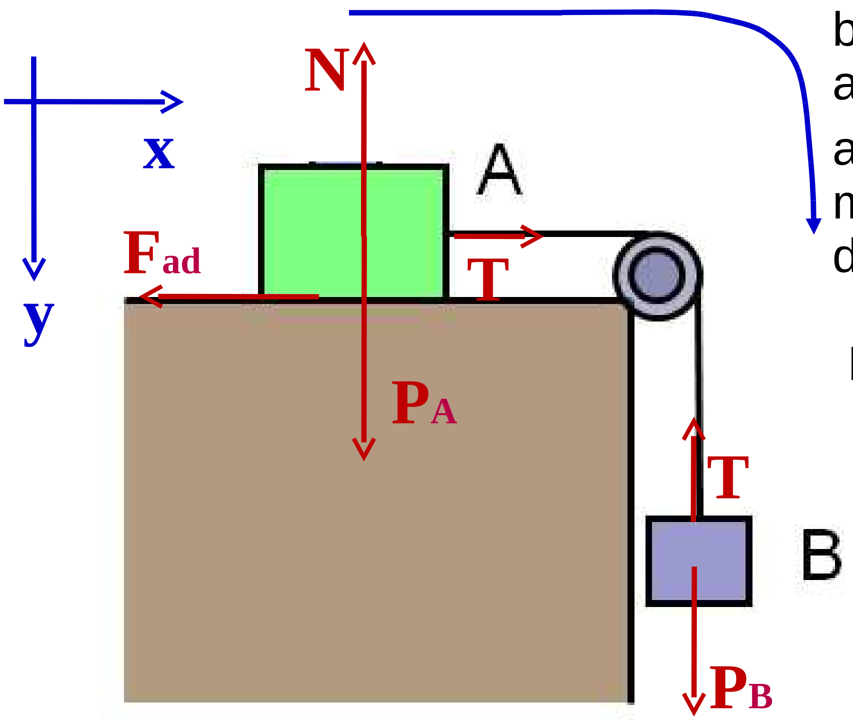
Dalla (3) e dalla (4) si ricava:

$$P_B=T\le\mu_s\left(P_A+P_B\right)\Leftrightarrow m_B g\le\mu_s\left(m_A+m_c\right)g\Rightarrow$$

$$m_C\ge\frac{m_B}{\mu_s}-m_A\Rightarrow \qquad m_{C_{\min}}=\frac{m_B}{\mu_s}-m_A=10\,kg$$

Svolgimento esercizio 3 (3)

b) Rimuovendo il blocco C si avrà:



Disegniamo le forze in gioco e scriviamo le equazioni dinamiche per i due blocchi che si muoveranno con accelerazioni a_A e a_B. Fissiamo il verso degli assi in base all'ipotetico moto. Immaginiamo che B si muova verso il basso e che A si muova verso destra.

BLOCCO A

$$\begin{cases} x: T - F_{ad} = m_A a_A & (1) \\ y: P_A - N = 0 & (2) \end{cases}$$

BLOCCO B:

$$m_B g - T = m_B a_B \qquad (3)$$

Osserviamo che i due blocchi si muoveranno con la stessa accelerazione $a_A = a_B = a$

Svolgimento esercizio 3 (4)

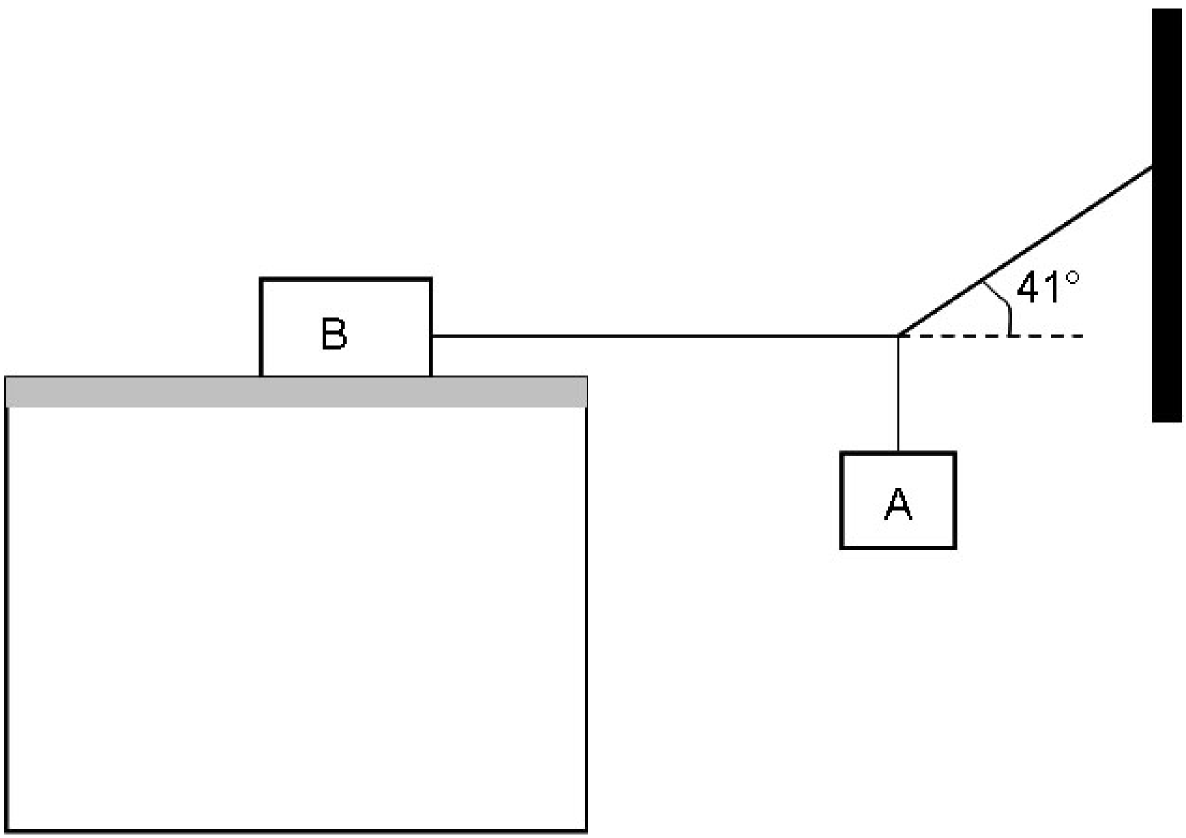
Quindi dalla (1) (2) e (3) e sapendo che $\left|\vec{F}_{ad}\right| = \mu_d N$, si ha:

$$a = \frac{\left(T - F_{ad}\right)}{m_A} = \frac{m_B\left(g-a\right) - \mu_d N}{m_A} = \frac{m_B\left(g-a\right) - \mu_d m_A g}{m_A} \Rightarrow$$

$$a = \frac{m_B - \mu_d m_A}{m_A + m_B} g = 2{,}72 \, {}^{m}\!/_{s^2}$$

Esercizio n°5

Il blocco B della figura pesa 712 N. Per un coefficiente di attrito statico fra B ed il tavolo pari a 0.25, trovare il peso massimo di A per cui B resterà a riposo.



DATI:

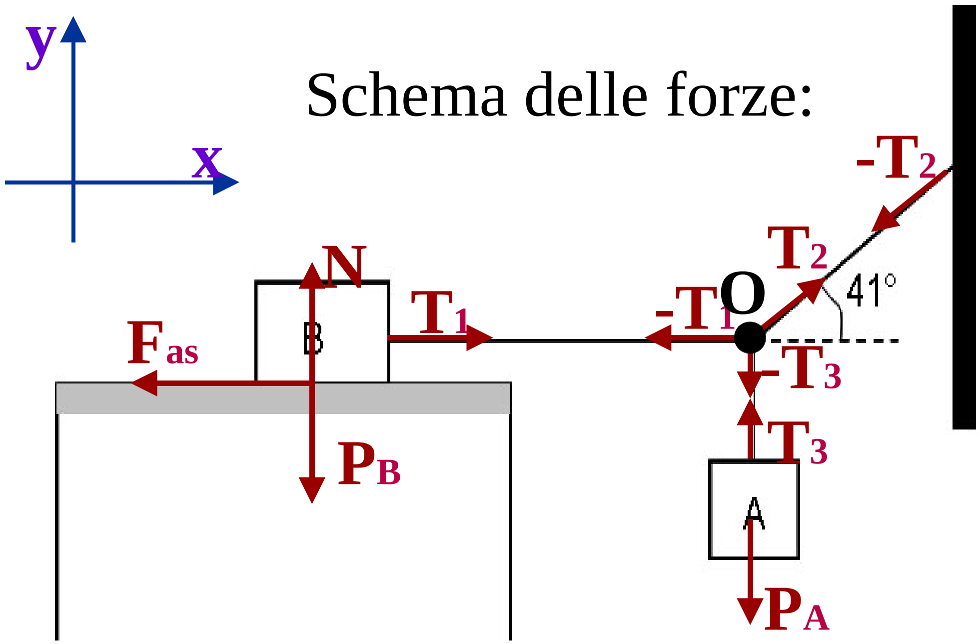
P_B = 712 N

μ_S = 0.25

α= 41°

?P_A affinchè B resti fermo

Svolgimento esercizio 5 (1)



1) Equazione dinamica del punto materiale di massa m_B nelle condizioni di equilibrio:

$$\vec{P}_B + \vec{N} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{as} = 0$$

La precedente equazione vettoriale diventa in componenti:

$$\begin{cases} x: \rightarrow T_1 - F_{as} = 0 \\ y: \rightarrow N - P_B = 0 \end{cases}$$

Quindi: $$T_1 \leq F_{as_{max}} = \mu_s N = \mu_s P_B \quad (1)$$

2) Equazione dinamica del punto materiale di massa m_A nelle condizioni di equilibrio:

$$\vec{T}_3 + \vec{P}_A = 0 \Rightarrow y: \rightarrow T_3 - P_A = 0$$

Allora: $$T_3 = P_A \quad (2)$$

Svolgimento esercizio 5 (2)

1) Consideriamo il punto O: la somma vettoriale di tutte le forze in tale punto deve essere nulla!!

$$\vec{T}_2 + \left(-\vec{T}_1\right) + \left(-\vec{T}_3\right) = 0$$

La precedente equazione vettoriale diventa in componenti:

$$\begin{cases} x: \rightarrow T_2 \cdot \cos\alpha - T_1 = 0 \\ y: \rightarrow T_2 \cdot sen\,\alpha - T_3 = 0 \end{cases}$$

Quindi: $$\frac{T_3}{T_1} = tg\,\alpha \qquad (3)$$

Mettendo insieme le tre equazioni ricavate (1), (2) e (3) si ricava:

$$P_A = T_3 = T_1 \cdot tg\,\alpha \leq \mu_s P_B\, tg\,\alpha \Rightarrow \qquad P_{A_{\max}} = \mu_s P_B\, tg\,\alpha = 154.7\mathrm{N}$$