Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Medicina e Chirurgia

Fisica

Leonello Servoli

Leonello.servoli@pg.infn.it

Tel.: 0039-348-3345847

http://www.fisgeo.unipg.it/~servoli rvoli

Il Corso: istruzioni per l'uso

Prossime lezioni:

22 ottobre	15-18	1
26 ottobre	15-18	2
28 ottobre	15-18	3
29 ottobre	15-18	4

La fisica é una scienza naturale

Studio delle leggi fondamentali della natura:

→ ***Definizione di Equazioni matematiche per i modelli;***

→ ***Confronto tra Teoria ed Esperimento, ossia tra predizioni di comportamento, e misure del comportamento stesso.***

GRANDEZZE FISICHE

1. Grandezze fisiche
2. Grandezze fondamentali e derivate
3. Sistemi di unità di misura
4. Multipli e sottomultipli
5. Ordini di grandezza

Grandezze fisiche

Definizione operativa:

Grandezza fisica → Proprietà misurabile

Es.

Sensazione di caldo/freddo	NO	(soggettiva, diversa per ciascuno)
Temperatura	SÌ	(oggettiva, uguale per tutti)

Misura di una grandezza:

- mediante un dispositivo sperimentale
- in confronto con un'altra grandezza omogenea di riferimento costante e riproducibile

Espressione di una grandezza:

numero + unità di misura

rapporto tra misura e campione di riferimento

Unità di misura

Misura di una grandezza:
- mediante un dispositivo sperimentale
- in confronto con un'altra grandezza omogenea di riferimento

costante e riproducibile

Espressione di una grandezza:

numero + unità di misura

rapporto tra misura e campione di riferimento

Es.

Lunghezza di un corpo:

Procedere all'operazione di misura mediante uno strumento

Es. misuratore A: 3 "spanne"; misuratore B: 4 "spanne"

Confrontare il risultato con un campione fisso, preso come unità di misura

"spanna" misuratore A = 20 cm → 3 "spanne" = 60 cm

"spanna" misuratore B = 15 cm → 4 "spanne" = 60 cm uguale!

MAI dimenticare l'unità di misura!

Dire "un corpo è lungo 24" non ha senso.

Dire "la densità dell'acqua è 1" non ha senso. ...e dirlo all'esame...

Grandezze fondamentali e derivate

Fondamentali

concetti intuitivi
indipendenti l'uno dall'altro
non definibili in termini
di altre grandezze

Lunghezza	[L]
Massa	[M]
Tempo	[t]
Intensità di corrente	[i]
Temperatura assoluta	[T]

Derivate

definibili in termini
delle grandezze fondamentali
mediante relazioni analitiche

Superficie	(lungh.)^2	$[L]^2$
Volume	(lungh.)^3	$[L]^3$
Velocità	(lungh./tempo)	$[L]\,[t]^{-1}$
Acceleraz.	(veloc./tempo)	$[L]\,[t]^{-2}$
Forza	(massa x acc.)	$[L]\,[M]\,[t]^{-2}$
Pressione	(forza/sup.)	$[L]^{-1}\,[M]\,[t]^{-2}$

In generale: ………… $[L]^a[M]^b[t]^c[i]^d[T]^e$

Sistemi di unità di misura

Stabilire un sistema di unità di misura =
fissare le grandezze fondamentali
e il valore dei loro campioni unitari

Sistema	[L] lungh.	[M] massa	[t] tempo	[i] intens. corrente	[T] temper. assoluta
MKS (SI) Internazionale	m metro	kg chilogr.	s secondo	A ampère	°K gr.kelvin
cgs	cm centim.	g grammo	s secondo	A ampère	°K gr.kelvin

Sistemi pratici — vari esempi

Sistemi di unità di misura

ESEMPI DI UNITA' PRATICHE

Lunghezza	angstrom, anno-luce
Tempo	minuto, ora, giorno, anno
Volume	litro
Velocità	chilometro/ora
Pressione	atmosfera, millimetro di mercurio
Energia	elettronvolt, chilowattora
Calore	caloria
……….	……….

Fattori di conversione:

MKS → cgs	1 m = 10^2 cm	1 kg = 10^3 g
cgs → MKS	1 cm = 10^{-2} m	1 g = 10^{-3} kg
MKS, cgs → pratici e viceversa	proporzioni con fattori numerici noti	

Multipli e sottomultipli

Formazione dei multipli e dei sottomultipli delle unità SI.

Alcuni prefissi, anteposti ai simboli delle unità SI, permettono di esprimere i multipli e i sottomultipli secondo quanto riportato nella tabella qui a fianco.

Esempi:

1 mm = 1 millimetro = 10^{-3} m

1 GW = 1 gigawatt = 10^{9} W

1 μF = 1 microfarad = 10^{-6} F

1 ns = 1 nanosecondo = 10^{-9} s

	fattore di moltiplicazione	*prefisso*	*simbolo*
	1 000 000 000 000 000 000 = 10^{18}	exa	E
	1 000 000 000 000 000 = 10^{15}	peta	P
	1 000 000 000 000 = 10^{12}	tera	T
	1 000 000 000 = 10^{9}	giga	G
	1 000 000 = 10^{6}	mega	M
	1 000 = 10^{3}	kilo	k
	100 = 10^{2}	etto	h
multipli	10 = 10^{1}	deca	da
sottomultipli	0,1 = 10^{-1}	deci	d
	0,01 = 10^{-2}	centi	c
	0,001 = 10^{-3}	milli	m
	0,000 001 = 10^{-6}	micro	μ
	0,000 000 001 = 10^{-9}	nano	n
	0,000 000 000 001 = 10^{-12}	pico	p
	0,000 000 000 000 001 = 10^{-15}	femto	f
	0,000 000 000 000 000 001 = 10^{-18}	atto	a

Ordini di grandezza

Per esprimere brevemente grandezze fisiche grandi o piccole:
numero a 1,2,3 cifre +
unità di misura con multiplo/sottomultiplo (di 3 in 3)

Es.

$57800\ g = 5.78 \cdot 10^4\ g = 5.78 \cdot (10^1 \cdot 10^3)\ g = 57.8\ kg$

$57.8\ kg = 57.8 \cdot 10^3\ g = 5.78 \cdot 10^4\ g$

$0.0047\ g = 4.7 \cdot 10^{-3}\ g = 4.7\ mg$

$0.00047\ g = 4.7 \cdot 10^{-4}\ g = 4.7 \cdot (10^2 \cdot 10^{-6})\ g = 470\ \mu g$

Per confrontare grandezze "infinitamente" grandi o piccole:
Ordine di grandezza = potenza di 10 più vicina al numero considerato

Es.

Atomo di idrogeno:
raggio atomo: 10^{-10} m
raggio nucleo: 10^{-15} m
→ $10^{-10}\ m / 10^{-15}\ m = 10^5$
L'atomo di idrogeno è 100000 volte più grande del suo nucleo!

Lunghezza

... Cubito, ... Piede, ... Spanna, ... Pollice.....

Dal 1793: metro (dal greco *metron*, misura)

- 1/10.000.000 distanza Polo Nord-equatore
- Barra Pt-Ir
- Distanza percorsa dalla luce nel vuoto in 1/299792458 s

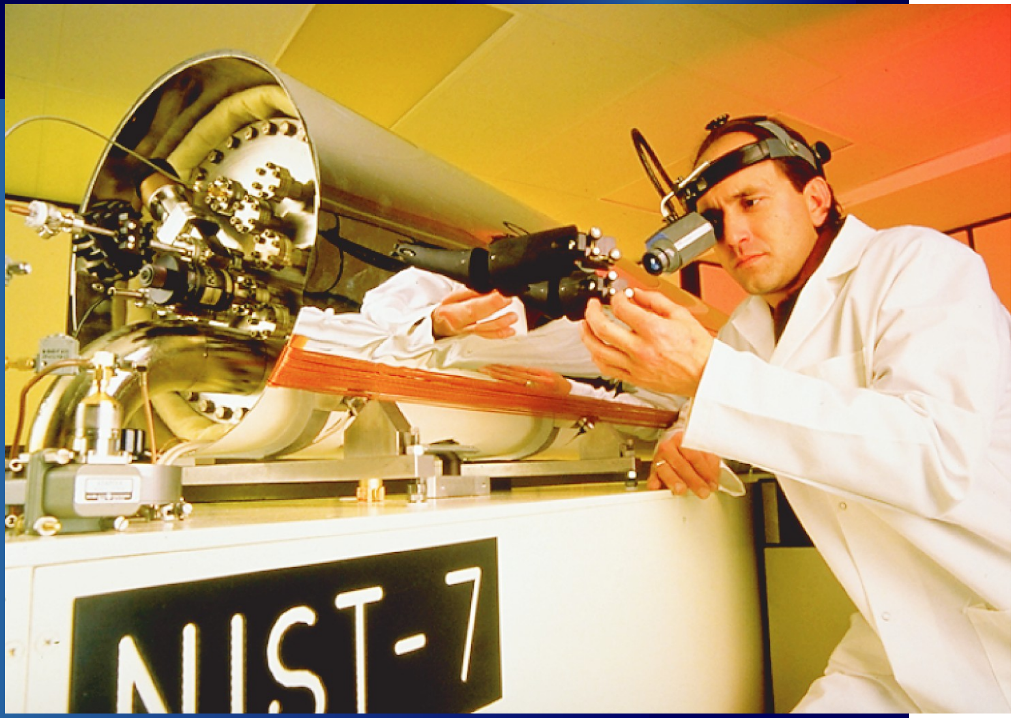
Ordini di grandezza: esempi di lunghezze

Alcune lunghezze	valore in m	
- dist. del corpo celeste più lontano	10^{25} m	*(10000 miliardi di miliardi di km)*
- distanza della stella più vicina	$3.9 \cdot 10^{16}$ m	*(40000 miliardi di km)*
- anno-luce	$9.46 \cdot 10^{15}$ m	*(9000 miliardi di km)*
- distanza Terra-Sole	$1.49 \cdot 10^{11}$ m = 149 Gm	*(150 milioni di km)*
- distanza Terra-Luna	$3.8 \cdot 10^{8}$ m = 380 Mm	*(400000 km)*
- raggio della Terra	$6.38 \cdot 10^{6}$ m = 6.38 Mm	*(6000 km)*
- altezza del Monte Bianco	$4.8 \cdot 10^{3}$ m = 4.8 km	*(5 km)*
- altezza di un uomo	$1.7 \cdot 10^{0}$ m = 1.7 m	
- spessore di un foglio di carta	10^{-4} m = 100 μm	*(1/10 di mm)*
- dimensioni di un globulo rosso	10^{-5} m = 10 μm	*(1/100 di mm)*
- dimensioni di un virus	10^{-8} m = 10 nm	*(100 angstrom)*
- dimensioni di un atomo	10^{-10} m	*(1 angstrom)*
- dimensioni di un nucleo atomico	10^{-15} m	*(1/100000 di angstrom = 1 fermi)*

Tempo

- Fino al 1956: giorno solare medio composto di 24x60x60 = 86400 s

- Dal 1956:
  - secondo: tempo occorrente alla radiazione emessa da un atomo di 133Cs per completare 9192631700 oscillazioni



Ordini di grandezza: esempi di tempi

Alcuni tempi	valore in s	
- stima dell'età dell'Universo	$4.7 \cdot 10^{17}$ s	*(15 miliardi di anni)*
- comparsa dell'uomo sulla Terra	10^{13} s	*(300000 anni)*
- era cristiana	$6.3 \cdot 10^{10}$ s	*(2000 anni)*
- anno solare	$3.15 \cdot 10^{7}$ s	
- giorno solare	$8.64 \cdot 10^{4}$ s	
- intervallo tra due battiti cardiaci	$8 \cdot 10^{-1}$ s	*(8/10 di sec.)*
- periodo di vibraz. voce basso	$5 \cdot 10^{-2}$ s	*(2/100 di sec.)*
- periodo di vibraz. voce soprano	$5 \cdot 10^{-5}$ s	*(50 milionesimi di sec.)*
- periodo vib. onde radio (FM 100 MHz)	10^{-8} s	*(10 miliardesimi di sec.)*
- periodo di vib. raggi X	10^{-18} s	*(1 miliardesimo di miliardesimo di sec.)*

Massa

- kilogrammo (kg....NON Kg, per favore !)
- Non e’ basato su una quantita’ fisica naturale
- Massa del un cilindro di Pt-Ir di Sevres
- Massa: proprieta’ intrinseca e immutabile di un oggetto
- Peso: dipende da massa e accelerazione di gravita’

Ordini di grandezza: esempi di masse

Alcune masse	valore in kg	
- massa dell'Universo (stima)	10^{55} kg	
- massa del Sole	$1.98 \cdot 10^{30}$ kg	*(2000 miliardi di miliardi di miliardi di kg)*
- massa della Terra	$5.98 \cdot 10^{24}$ kg	*(6 milioni di miliardi di miliardi di kg)*
- massa di un uomo	$7 \cdot 10^{1}$ kg	*(70 kg)*
- massa di un globulo rosso	10^{-16} kg	*(100 milionesimi di miliardesimo di g)*
- massa del protone	$1.67 \cdot 10^{-27}$ kg	*(1.6 milionesimi di miliardesimo di*
- massa dell'elettrone	$9.1 \cdot 10^{-31}$ kg	*miliardesimo di g)*

Sistema internazionale

Grandezza fondamentale	Unità SI		
	Nome	Simbolo	Definizione
Intervallo di tempo (Tempo)	secondo	s	Intervallo di tempo che contiene 9.192.631.770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione fra i due livelli iperfini dello stato fondamentale dell'atomo di cesio 133.
Lunghezza	metro	m	Lunghezza percorsa dalla luce nel vuoto nell'intervallo di tempo 1 / 299.792.458 s.
Massa	kilogrammo	kg	Massa di un campione di platino-iridio conservato nel laboratorio di pesi e misure di Sevres.
Temperatura termodinamica	kelvin	K	Frazione 1/ 273,16 della temperatura termodinamica del punto triplo dell'acqua.
Intensità di corrente elettrica	ampere	A	Intensità di corrente elettrica che, mantenuta costante in due conduttori rettilinei, paralleli, di lunghezza infinita, di sezione circolare trascurabile e posti alla distanza di 1 m l'uno dall'altro nel vuoto, produce tra i due conduttori la forza di $2x10^{7}$ N su ogni metro di lunghezza.
Intensità luminosa	candela	cd	Intensità luminosa, in una data direzione, di una sorgente che emette una radiazione monocromatica di frequenza pari a $540 \cdot 10^{12}$ hertz e che ha un' intensità di radiazione in quella direzione di 1/683 watt per steradiante.
Quantità di sostanza	mole	mol	Quantità di sostanza di un sistema che contiene tante entità elementari quanti sono gli atomi in 0,012 kg di carbonio 12. Le entità elementari devono essere specificate e possono essere atomi, molecole, ioni, elettroni, ecc. ovvero gruppi specificati di tali particelle
Grandezze fondamentali supplementari			
Angolo piano	radiante	rad	Angolo piano al centro che su una circonferenza intercetta un arco di lunghezza uguale a quella del raggio
Angolo solido	steradiante	sr	Angolo solido al centro che su una sfera intercetta una calotta di area uguale a quella del quadrato il cui lato ha la lunghezza del raggio

Il radiante

$$s = R \quad \Rightarrow \quad \theta = 1 \ rad$$

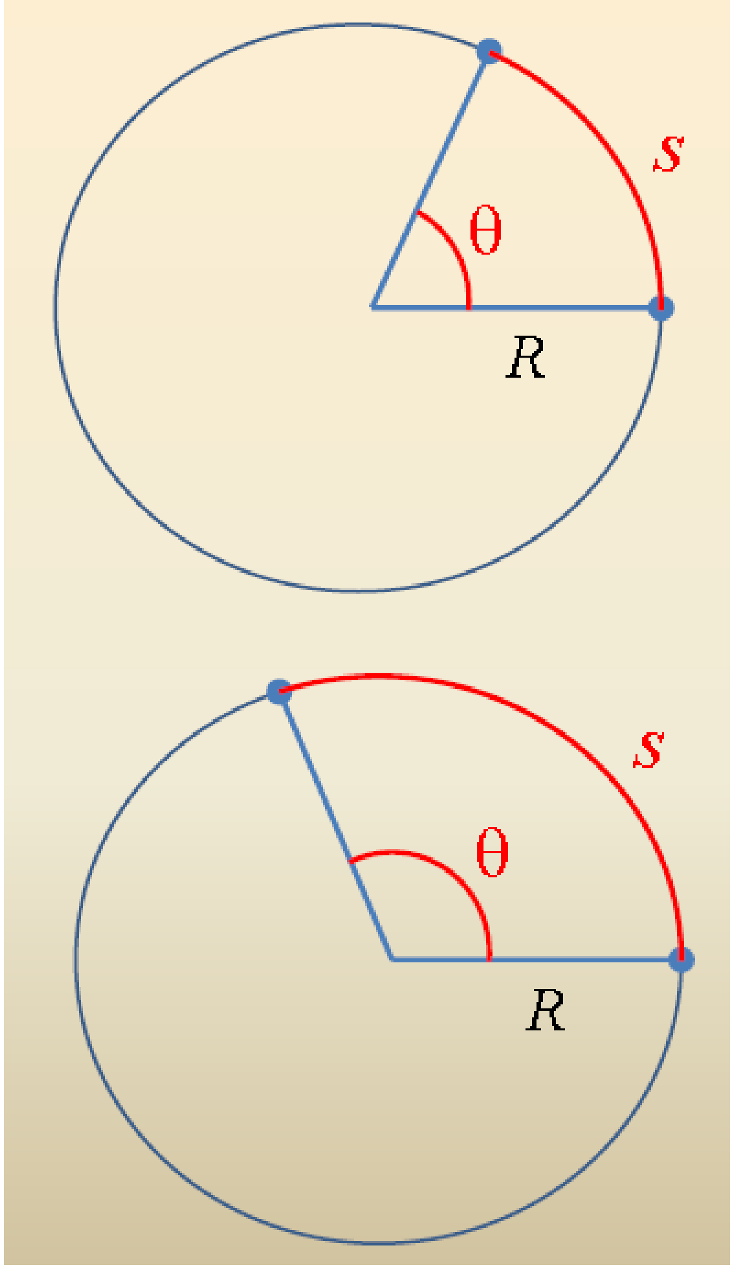
Misura degli angoli in radianti

$$\theta(radianti) = \frac{s}{R}$$

$$angolo\ giro: \ \theta = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi$$

$$angolo\ piatto: \ \theta = \frac{2\pi R/2}{R} = \pi$$

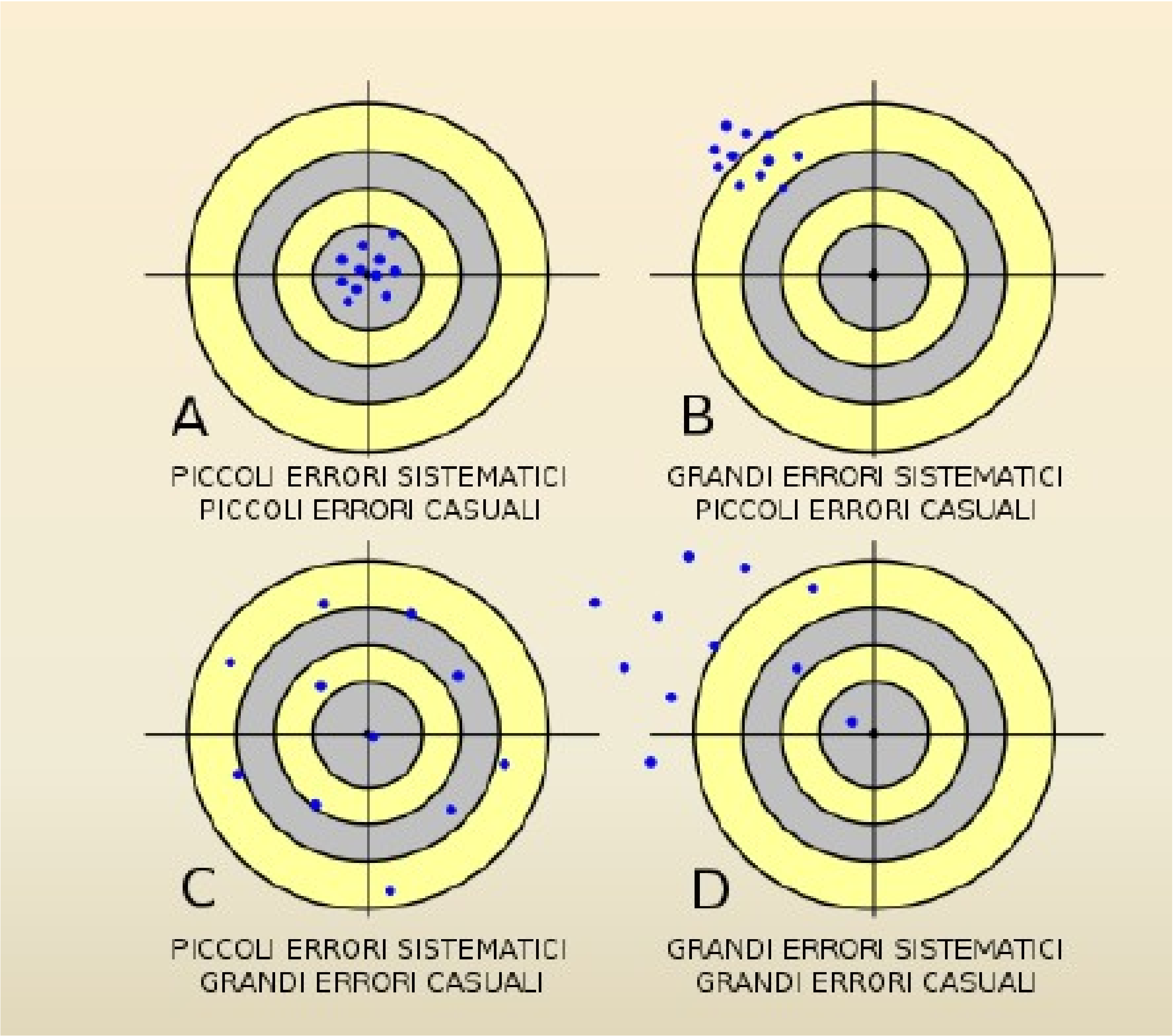
$$angolo\ retto: \ \theta = \frac{2\pi R/4}{R} = \frac{\pi}{2}$$



Errori Sistematici e Casuali

Tipo di errore	Errori sistematici	Errori casuali
Definizione	Errori associati ad un particolare strumento o ad una particolare tecnica di misura	Errori prodotti da un gran numero di variazioni, imprevedibili e non valutabili, delle condizioni sperimentali
Caratteristica	Influenzano tutte le misure nello stesso modo	Influenzano le misure in maniera differente ed apparentemente casuale
Cause	▪ Errori di calibrazione degli strumenti ▪ Errori legati all'osservatore ▪ Errori dovuti condizioni sperimentali ▪ Errori dovuti ad uso di tecniche imperfette	▪ Errori di apprezzamento e di lettura da parte dell'osservatore ▪ Fluttuazioni nei parametri che determinano il valore della grandezza in esame
Terminologia	Accuratezza	Precisione
Valutazione	Difficoltosa (utilizzo di tecniche differenti). Ridurre tali errori è possibile solamente raffinando i metodi e rendendo più accurata la realizzazione degli apparecchi.	La distribuzione casuale di questi errori consente, ripetendo numerose volte la stessa misura, di giungere ad una valutazione più precisa della grandezza in esame (applicazione di metodi statistici).

Errori Sistematici e Casuali



Medie e Dispersioni

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_N}{N} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Media aritmetica

$$\xi_i = x_i - \bar{x}$$

Scarto della i-ma misura

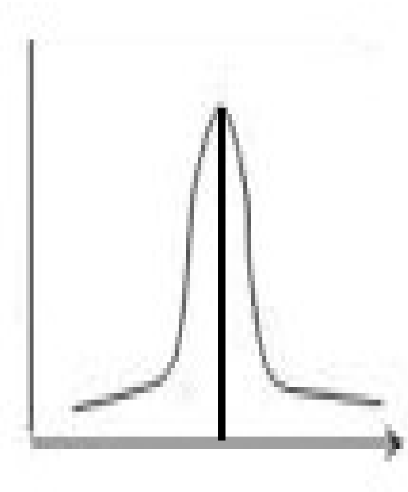
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \xi_i^2}$$

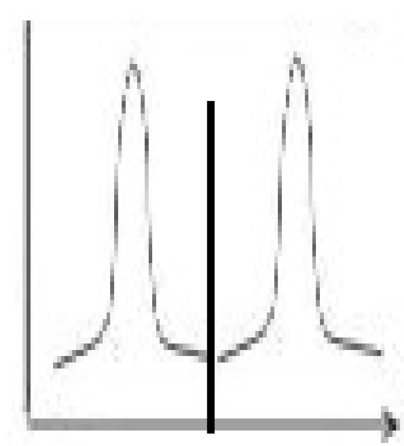
Deviazione Standard

La perdita di informazione!!!

Ricordatevi: *le operazioni di "riduzione" statistica possono far perdere informazione!*

→ ***Attenzione alla interpretazione dei risultati.***





Stessa Media.....

Ma due cose diverse..

VETTORI

- Definizione
- Componenti e modulo
- Somma e differenza
- Prodotto scalare
- Prodotto vettoriale
- Versori

Grandezze scalari e vettoriali

Per una descrizione completa del fenomeno sono necessari e sufficienti

Grandezze scalari

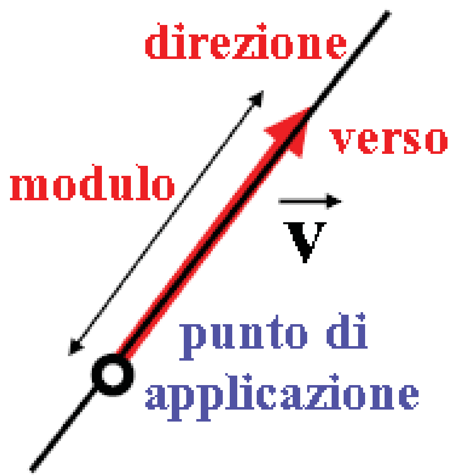
1 informazione (risultato misura):
- *valore*

Es. Massa = 10 kg

Grandezze vettoriali

3 informazioni (risultato misura):
- *modulo*
- *direzione*
- *verso*

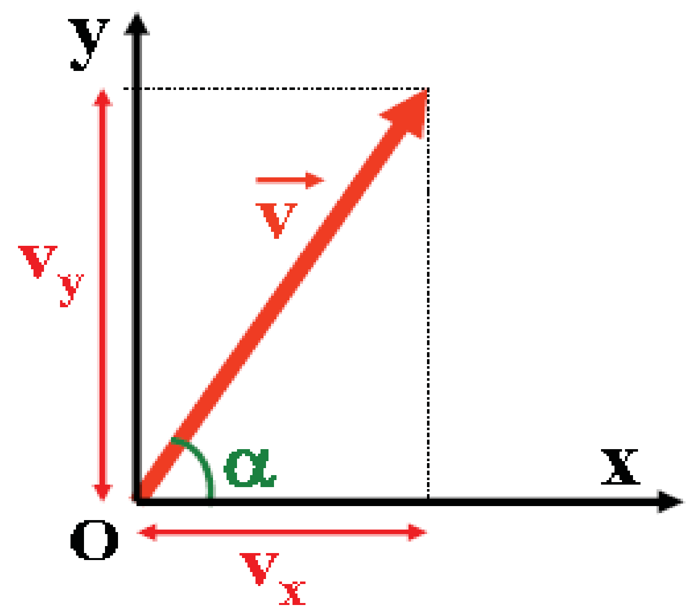
Es. **Spostamento = 10 km**
in direzione nord-sud
verso nord



Componenti e modulo di un vettore

Un vettore è univocamente descritto
nel piano 2dim dalle sue 2 componenti
nello spazio 3dim dalle sue 3 componenti

$$v_x = |\vec{v}| \cdot \cos(\alpha)$$
$$v_y = |\vec{v}| \cdot \mathrm{sen}(\alpha)$$

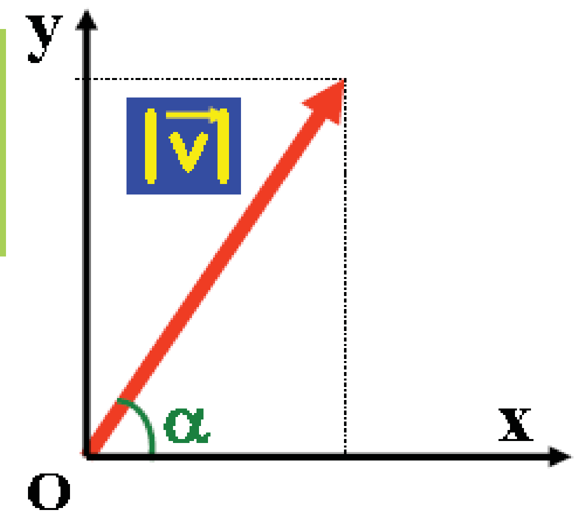


$$|\vec{v}|^2 = v_x^2 + v_y^2$$ modulo

$$= |\vec{v}|^2 \cdot [\mathrm{sen}^2(\alpha) + \cos^2(\alpha)] = |\vec{v}|^2 \cdot 1$$

Componenti e modulo di un vettore

Un vettore è univocamente descritto
nel piano 2dim dalle sue 2 componenti
nello spazio 3dim dalle sue 3 componenti

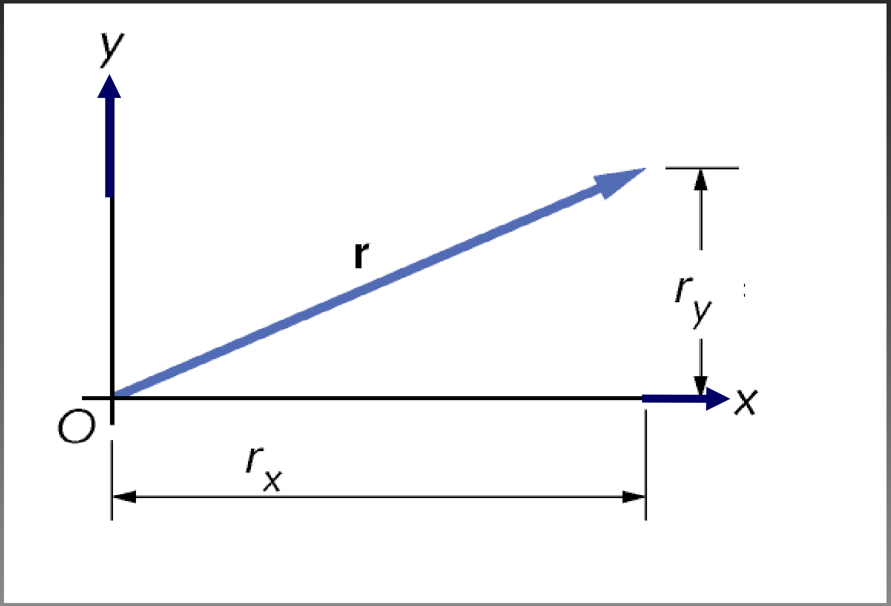


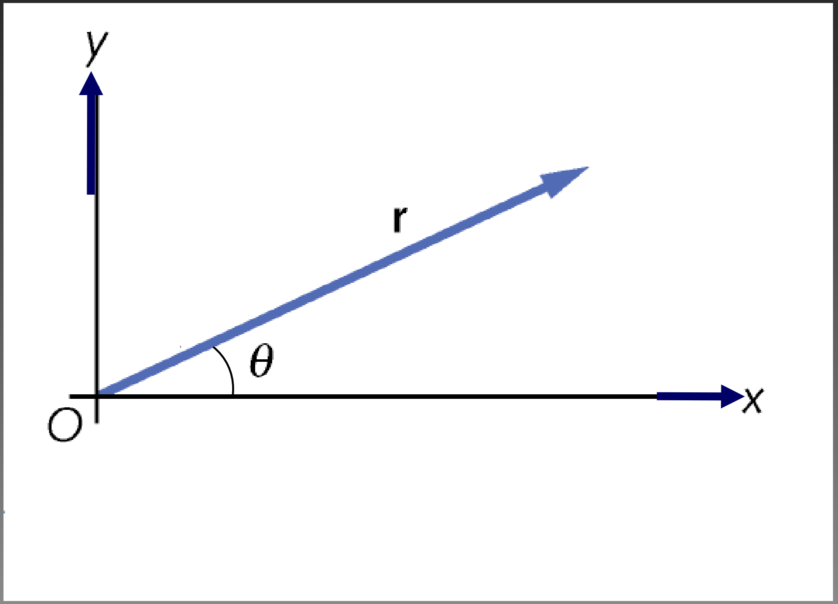
α V

$$v_x = |\vec{v}| \cdot \cos(\alpha)$$
$$v_y = |\vec{v}| \cdot \mathrm{sen}(\alpha)$$

Sempre due componenti sono....

Le componenti di un vettore





$$r_x = r \cdot \cos\theta$$

$$\mathrm{tg}\,\theta = \frac{r_y}{r_x}$$

$$r_y = r \cdot \mathrm{sen}\,\theta$$

$$r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$$

Esempio

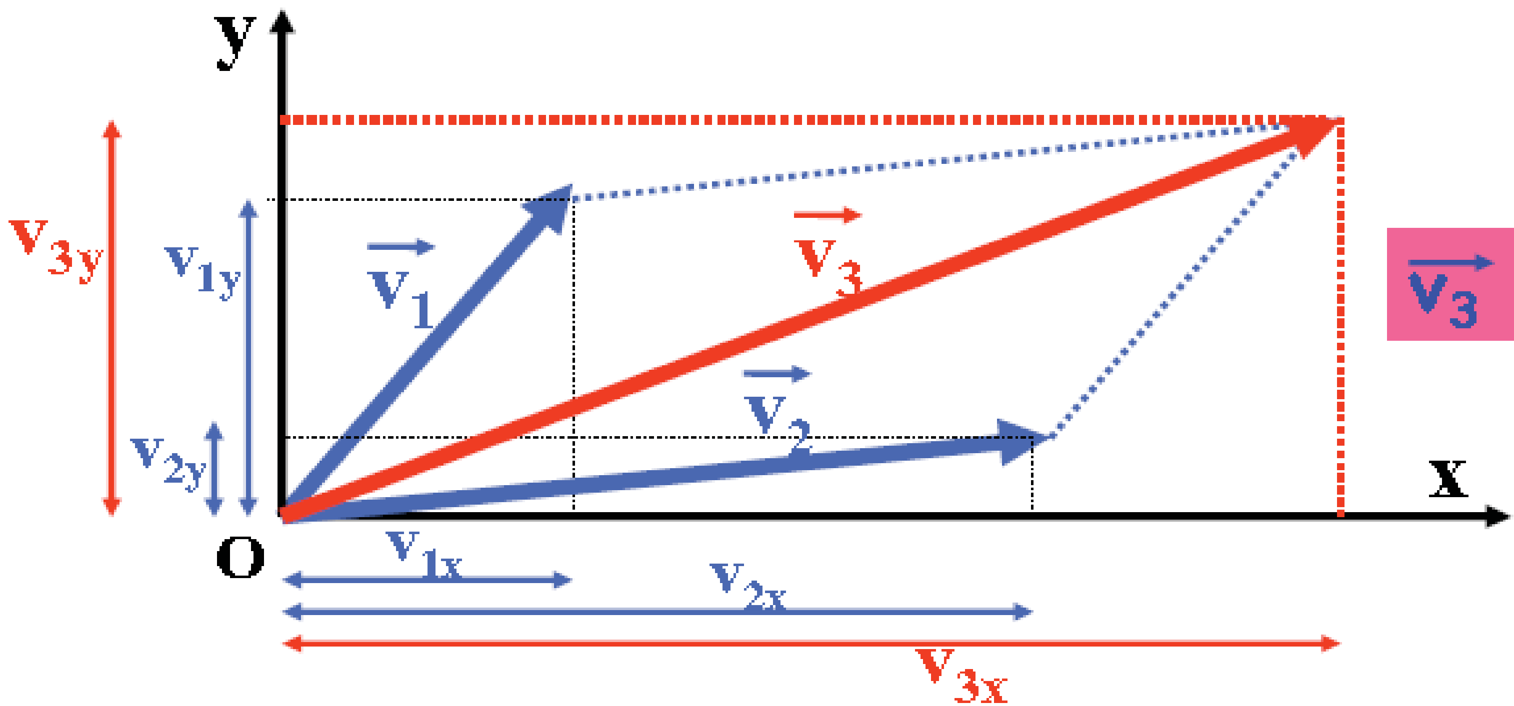
PROBLEMA: Determina le componenti di un vettore con modulo 3.5 m e direzione 66°

$$A_x = A \cdot \cos\theta = (3.5\,\mathrm{m})\cos 66^{\circ} = 1.4\,\mathrm{m}$$

$$A_y = A \cdot \mathrm{sen}\,\theta = (3.5\,\mathrm{m})\,\mathrm{sen}\,66^{\circ} = 3.2\,\mathrm{m}$$

$$\vec{A} = (1.4\,\mathrm{m})\,\hat{i} + (3.2\,\mathrm{m})\,\hat{j}$$

Somma di vettori



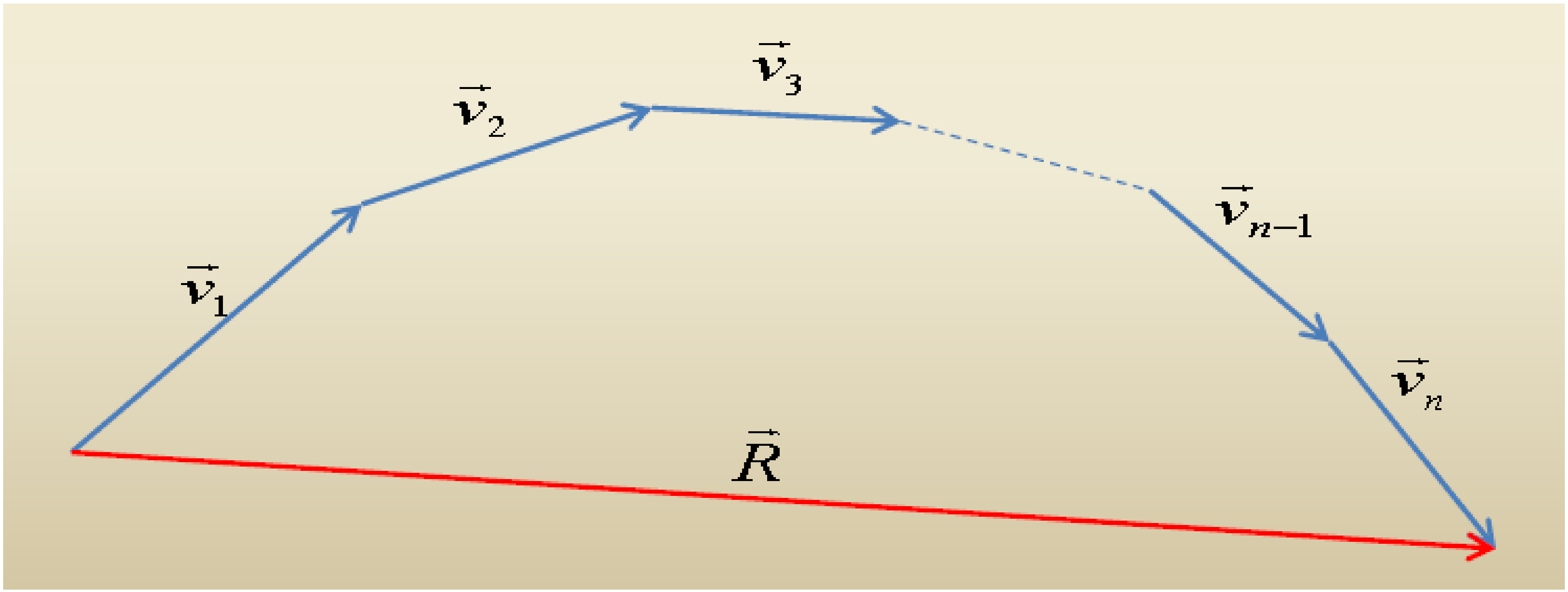
$$\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

Metodo grafico:
diagonale del parallelogrammo costruito sui vettori di partenza

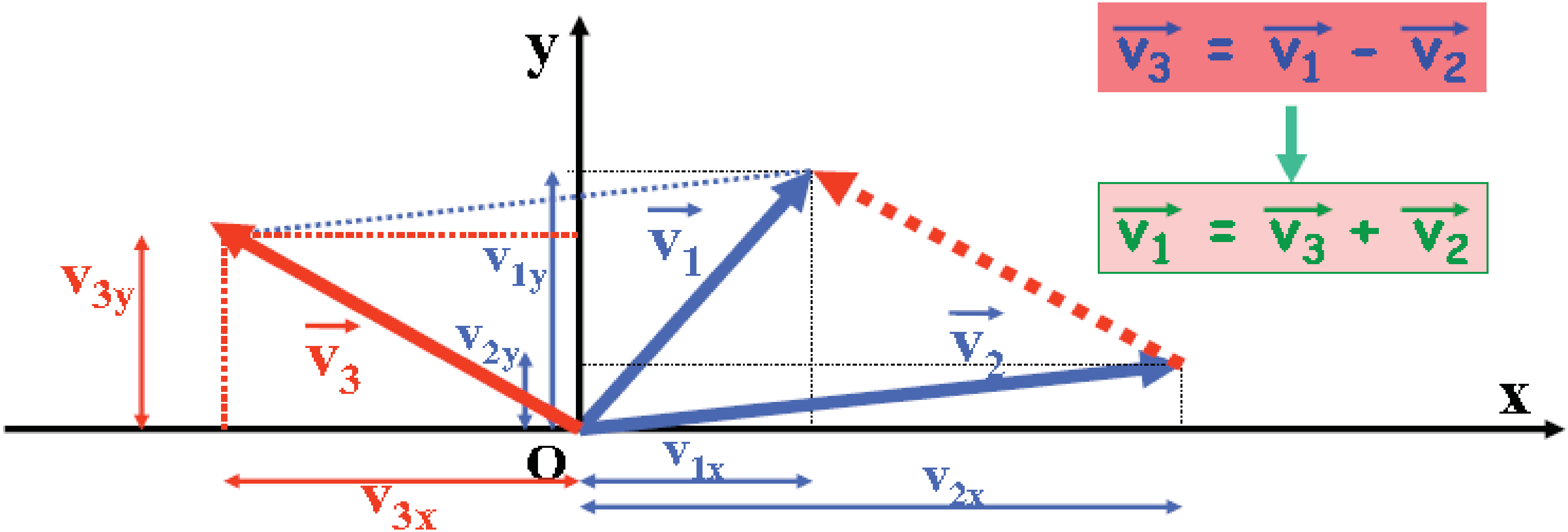
Componenti:
somma delle componenti dei vettori di partenza →

$$v_{3x} = v_{1x} + v_{2x}$$
$$v_{3y} = v_{1y} + v_{2y}$$

Somma di vettori



Differenza di vettori



$\vec{v}_3 = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$

$\vec{v}_1 = \vec{v}_3 + \vec{v}_2$

Metodo grafico:

"altra" diagonale del parallelogrammo costruito sui vettori di partenza

Componenti:

somma delle componenti dei vettori di partenza

$v_{3x} = v_{1x} - v_{2x}$

$v_{3y} = v_{1y} - v_{2y}$

"Moltiplicazioni" di vettori

Oltre alla somma e alla differenza
si possono definire 2 altre operazioni tra vettori,
chiamate prodotti
ma non corrispondenti
alla consueta idea di moltiplicazione.

Prodotto scalare di 2 vettori:
il risultato è uno scalare, non più un vettore

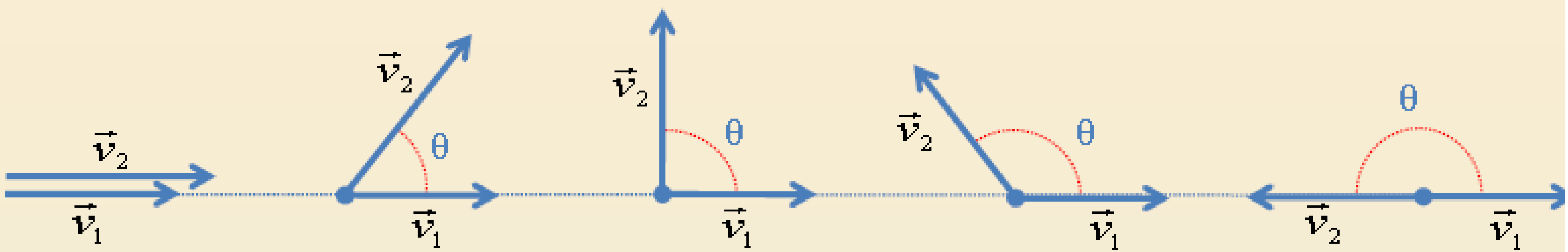
Prodotto vettoriale di 2 vettori:
il risultato è ancora un vettore

Prodotto scalare (1)

il risultato è un numero, non un vettore!

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = v_1 v_2 \cos\phi$$

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = v_{1x} v_{2x} + v_{1y} v_{2y}$$



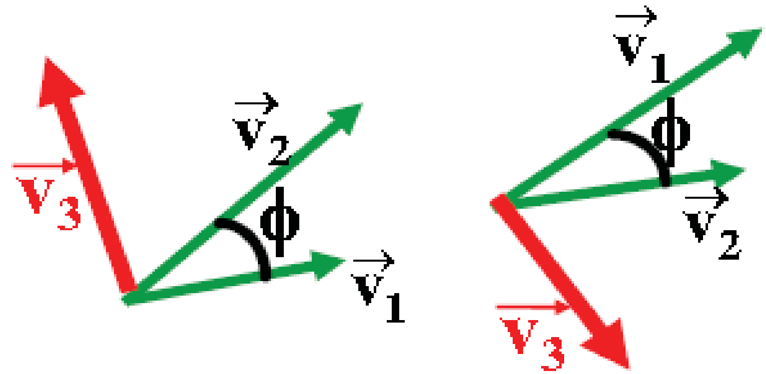
$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = v_1 v_2$	$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 > 0$	$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 0$	$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 < 0$	$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = -v_1 v_2$
$\theta = 0°$	$0 < \theta < 90°$	$\theta = 90°$	$90 < \theta < 180°$	$\theta = 180°$
$\cos\theta = 1$	$0 < \cos\theta < 1$	$\cos\theta = 0$	$-1 < \cos\theta < 0$	$\cos\theta = -1$

Prodotto scalare (2)

Vale la proprietà commutativa

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = \vec{v}_2 \cdot \vec{v}_1$$

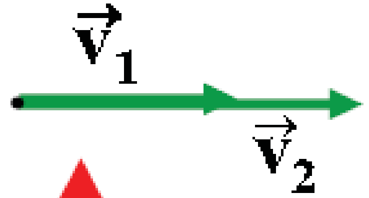
Prodotto vettoriale (1)



$$|\vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2| = v_1 v_2 \ \text{sen}\ \phi$$

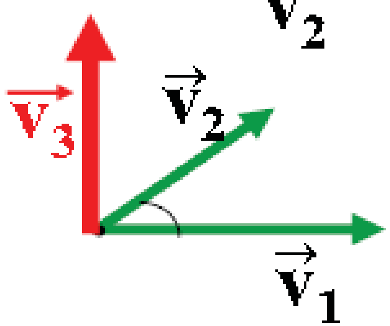
direzione $\perp$ ai 2 vettori
verso di avanzamento di una vite
sovrapponendo v_1 a v_2 (e non viceversa!)
(pollice mano destra)

$\phi = 0°$



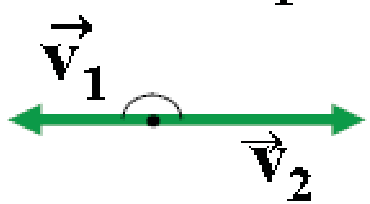
- $|\vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2| = v_1 v_2 \underbrace{\text{sen}\ \phi}_{0} = 0$

$\phi = 90°$



- $|\vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2| = v_1 v_2 \underbrace{\text{sen}\ \phi}_{+1} = v_1 v_2$

$\phi = 180°$



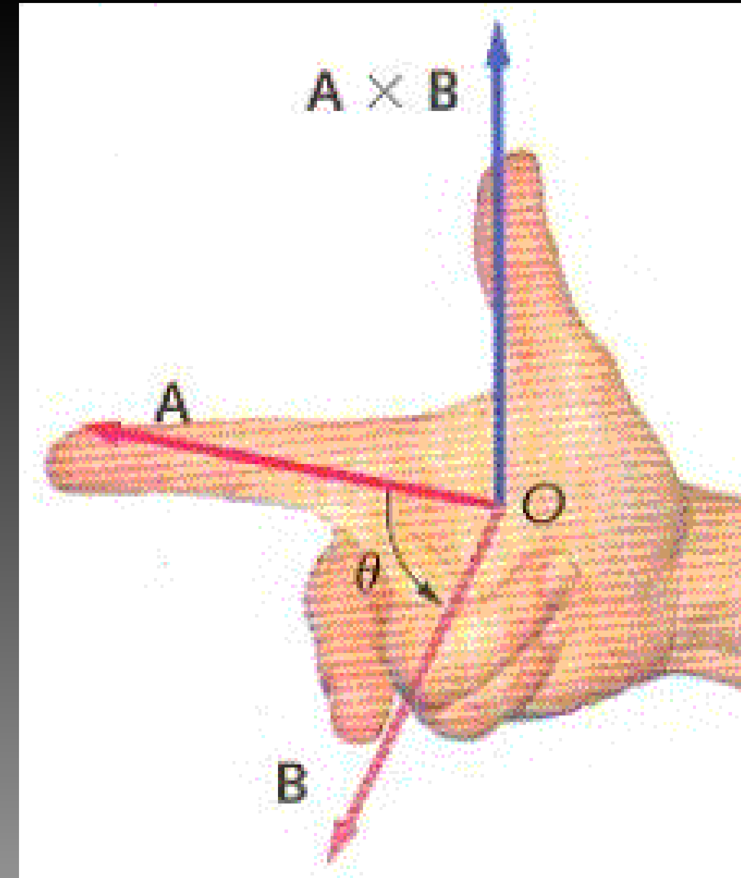
- $|\vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2| = v_1 v_2 \underbrace{\text{sen}\ \phi}_{0} = 0$

il risultato
è un vettore,
non un numero!

Regola della mano destra

- Prendo la mano destra e metto pollice, indice, medio a 90o l’uno rispetto all’altro
  - L’indice indica il verso del vettore **A**
  - Il medio indica il verso del vettore **B**
  - Il pollice indica il verso del vettore **C**

- Nota: vale anche per tutte le permutazioni cicliche, ovvero vale anche:
  - Il pollice indica il verso del vettore **A**
  - L’indice indica il verso del vettore **B**
  - Il medio indica il verso del vettore **C**



Nota: devo usare la mano destra (non la sinistra) e non devo scambiare l’ordine dei vettori

Prodotto vettoriale (2)

$$\vec{v}_3 = \vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2$$

$$\vec{v}_1\left(v_{1x}; v_{1y}; v_{1z}\right)$$
$$\vec{v}_2\left(v_{2x}; v_{2y}; v_{2z}\right)$$

$$v_{3x} = v_{1y}v_{2z} - v_{1z}v_{2y}$$

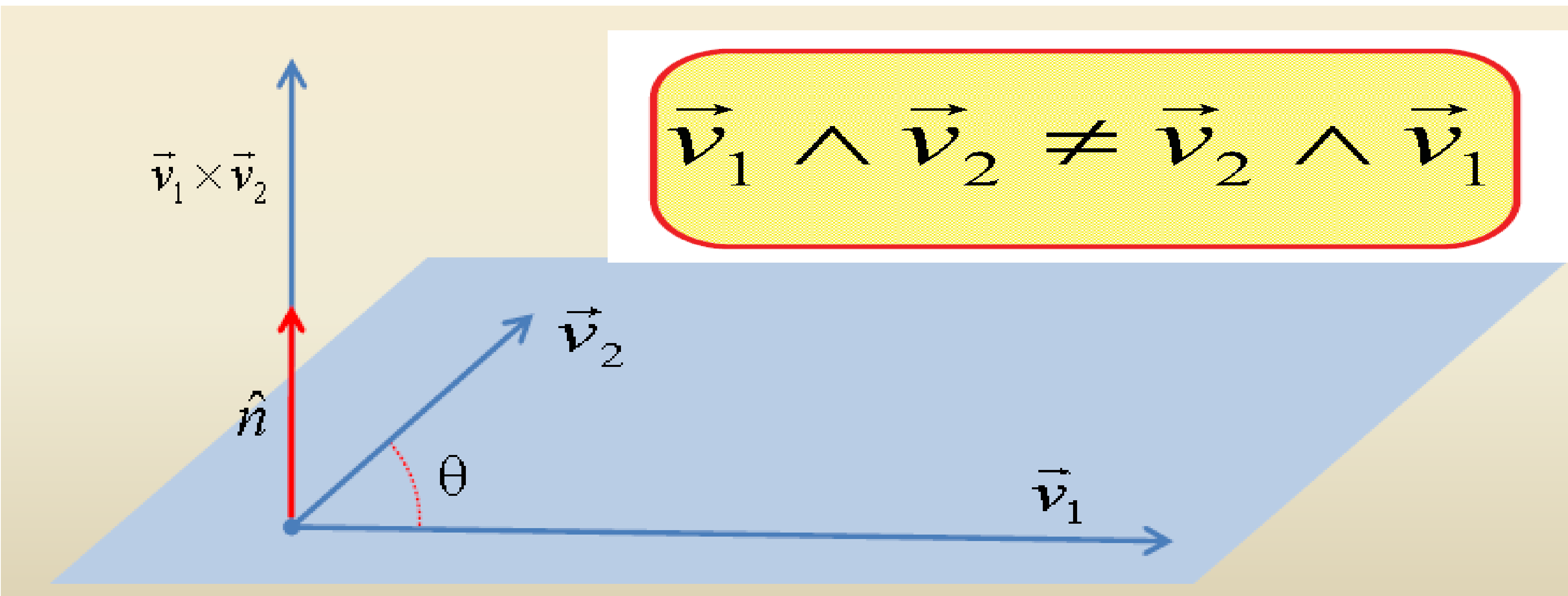
$$v_{3y} = v_{1z}v_{2x} - v_{1x}v_{2z}$$

$$v_{3z} = v_{1x}v_{2y} - v_{1y}v_{2x}$$

Prodotto vettoriale (3)

Non vale la proprietà commutativa

$$\vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2 \neq \vec{v}_2 \wedge \vec{v}_1$$



CONSERVAZIONE

Per una grandezza scalare significa che non cambia nel tempo e nello spazio
il suo valore numerico

Per una grandezza vettoriale significa che non cambiano nel tempo e nello spazio
il modulo, la direzione ed il verso

(3 valori numerici)

DIMENSIONI (1)

Il valore numerico che esprime una grandezza fisica deve essere sempre seguito dalle unità di misura con cui esso è stato rilevato

Esempi:

velocità = 10 m/s = 36 km/h

densità = 1000 kg/m^3 = 1 kg/litro

Tali unità di misura costituiscono le *dimensioni* della grandezza fisica.

Una grandezza fisica si dice *adimensioniale* se il suo valore non dipende dalle unità di misura utilizzate.

DIMENSIONI (2)

Il controllo dimensionale di una equazione è una *condizione necessaria, ma non sufficiente* per la sua correttezza.

$$s = \underbrace{\frac{1}{2}at^2}_{\mathrm{m\ s^{-2}\ s^{2}}} + \underbrace{v_0 t}_{\mathrm{m\ s^{-1}\ s}} + \underbrace{s_0}_{\mathrm{m}}$$

Spazio=spazio+spazio+spazio

L'equazione può essere corretta

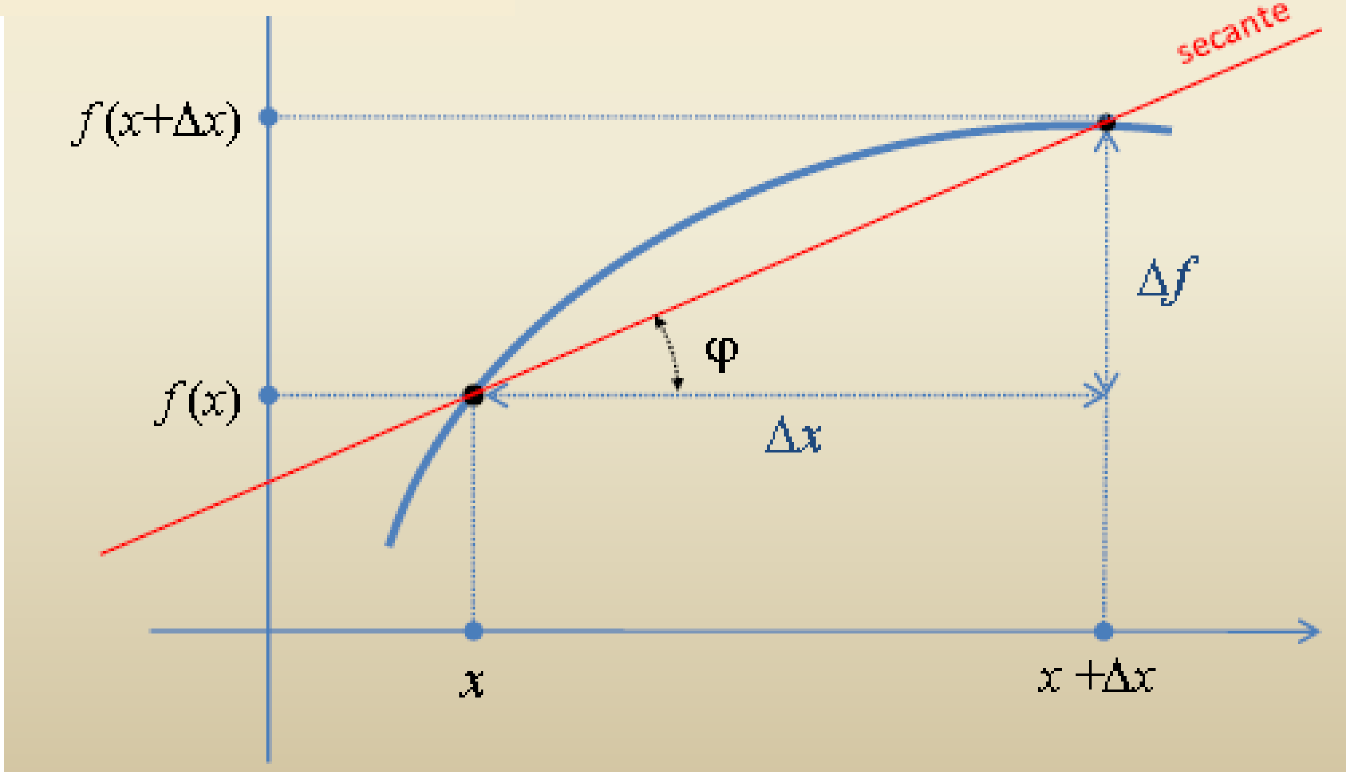
$$s = \underbrace{\frac{1}{2}at}_{\mathrm{m\ s^{-2}\ s}} + \underbrace{v_0 t^{-1}}_{\mathrm{m\ s^{-1}\ s^{-1}}} + \underbrace{s_0}_{\mathrm{m}}$$

Spazio=velocità+accelerazione+spazio

L'equazione è certamente sbagliata

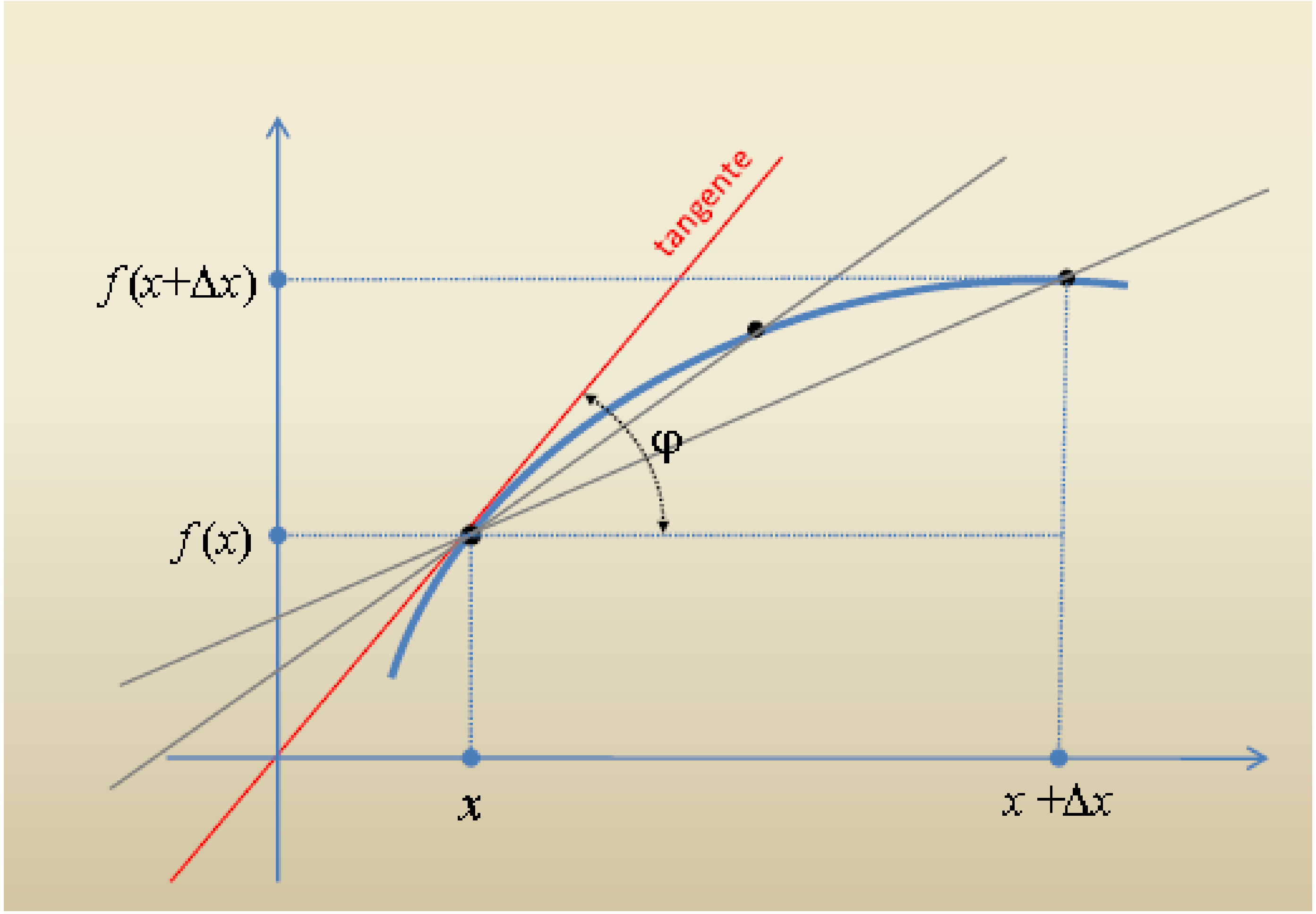
Rapporto incrementale e suo significato

$$R = \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$



Derivata di una funzione in un punto

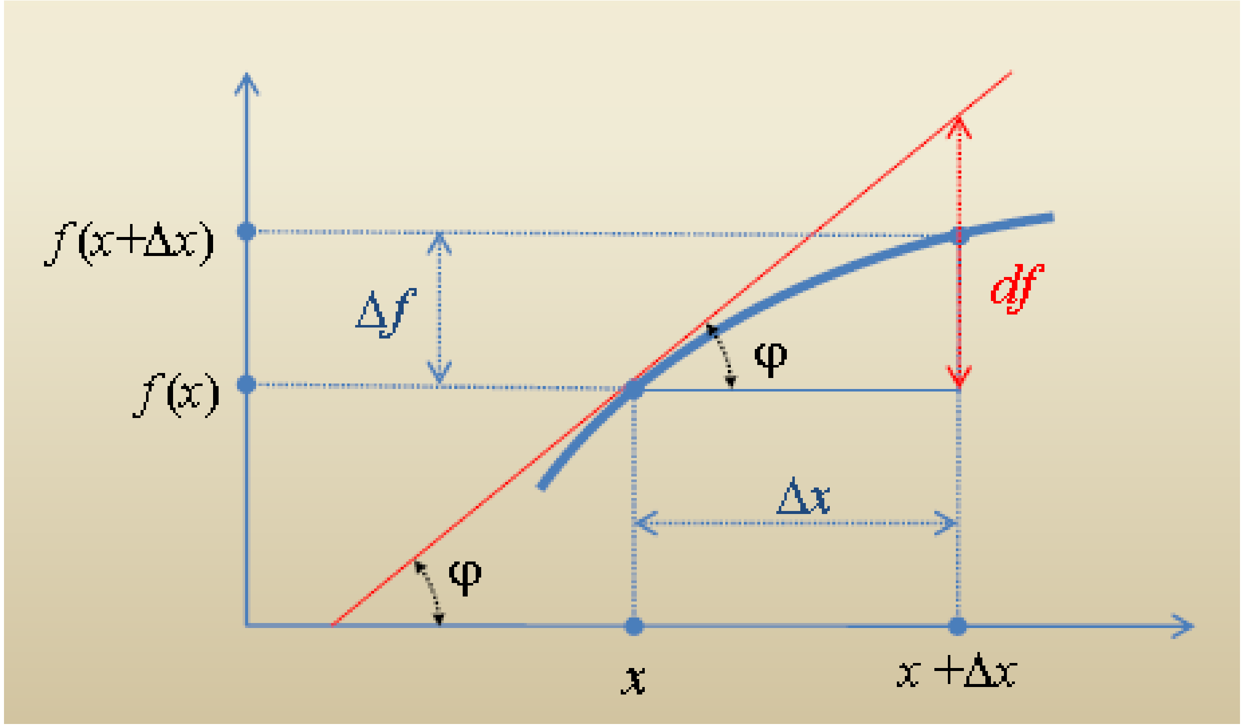
$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$



Differenziale di una funzione

$$\boxed{df = f'(x)\Delta x}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{df}{dx}}$$



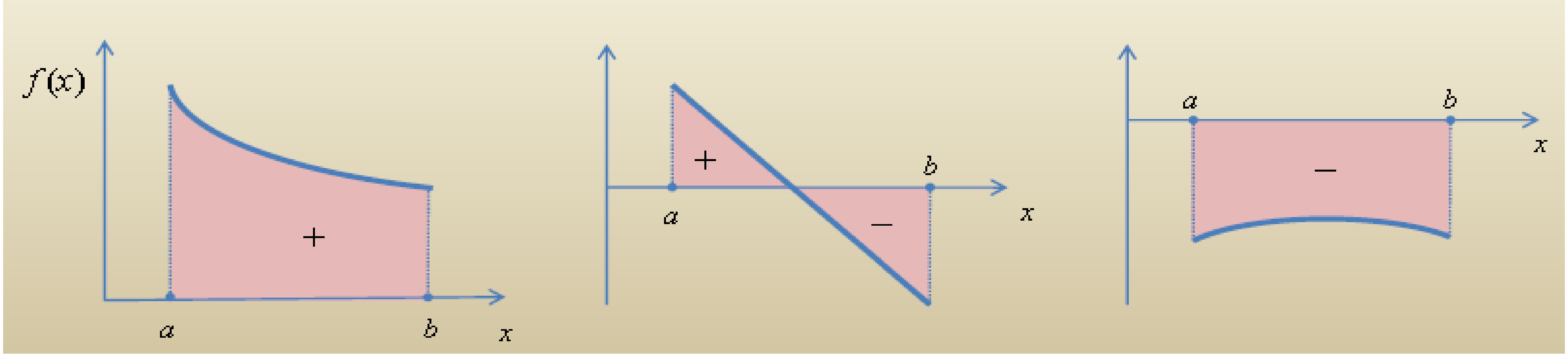
Integrale di una funzione

$$F'(x) = f(x)$$

$$\int f(x)dx = \textit{classe di tutte le primitive di } f = F(x) + \text{cost.}$$

Integrale definito:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$



Equazioni differenziali di 1° grado e di 1° ordine

$$x'(t) = g(x)f(t) \rightarrow \frac{dx}{dt} = g(x)f(t)$$

$$\frac{dx}{g(x)} = f(t)dt \rightarrow \int \frac{dx}{g(x)} = \int f(t)dt$$

$$\Longrightarrow \quad x = x(t)$$

Legge del decadimento radioattivo (1)

N_0 = numero iniziale di atomi radioattivi
N = numero di atomi non ancora decaduti
k = probabilità di decadimento di un atomo
dN = variazione di N nell'intervallo di tempo [t,t+dt]

$$dN = -kNdt \rightarrow \frac{dN}{N} = -kdt \rightarrow \int \frac{dN}{N} = -k\int dt$$

$$\ln N = -kt + C$$

$$e^{\ln N} = e^{-kt+C} = e^{-kt}e^{C} = Ce^{-kt}$$

$$N(t=0) = C \equiv N_0 \qquad \boxed{N = N_0 e^{-kt}}$$

Legge del decadimento radioattivo (2)

$$N = N_0 e^{-kt} = N_0 e^{-t/\tau} \qquad \left(\tau = \frac{1}{k}\right)$$

se $\quad t = \tau \quad \Rightarrow \quad N = N_0 e^{-1} = \dfrac{N_0}{e}$

t_d = Tempo di dimezzamento

= tempo per ridurre gli atomi di un fattore 1/ e

$$\boxed{t_d = \tau \ln 2 = \frac{\ln 2}{k}}$$

$$\ln 2 = 0.693$$