Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Medicina e Chirurgia

Fisica

Leonello Servoli
Leonello.servoli@pg.infn.it
Tel.: 0039-348-3345847

http://www.fisgeo.unipg.it/~servoli

Il Corso: istruzioni per l'uso

Prossime lezioni:

22 ottobre	15-18	1
26 ottobre	15-18	2
28 ottobre	15-18	3
29 ottobre	15-18	4
4 novembre	15-18	5
5 novembre	15-18	6
6 novembre	15-18	6

Forze elastiche: cosa sono?

In molti sistemi, quando ci si allontana dalla posizione di equilibrio, si generano **forze di richiamo** che tendono a riportare il sistema nella situazione iniziale.

Le forze di richiamo possono essere approssimate proprio con una espressione proporzionale alla variazione che il sistema subisce.

$$F = -k\,x$$

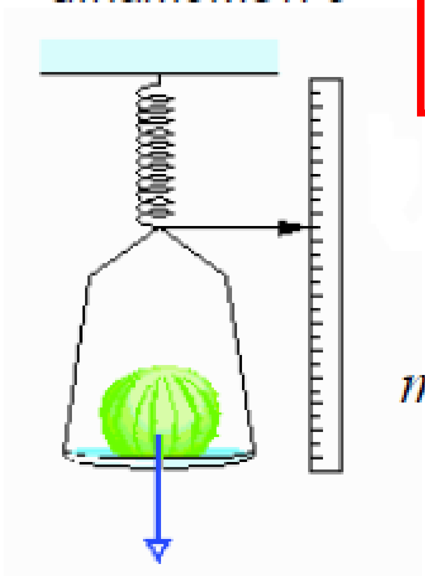
FORZE ELASTICHE: LE MOLLE

Consideriamo una molla ideale di costante elastica k.
Queste molle esercitano forze elastiche del tipo

$$\vec{F} = -k\vec{x} \qquad \left\{ \left[k \right] = Nm^{-1} \right\}$$

dove x è l'elongazione della molla ed il segno meno indica che la forza si oppone allo spostamento.

dinamometro



Poiché il dinamometro è in equilibrio deve valere, per il I° Principio della Dinamica

$$\vec{P} + \vec{F} = 0$$

$$mg - kx = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{mg}{k}$$

Misura diretta della forza

Forze Elastiche: Pendolo

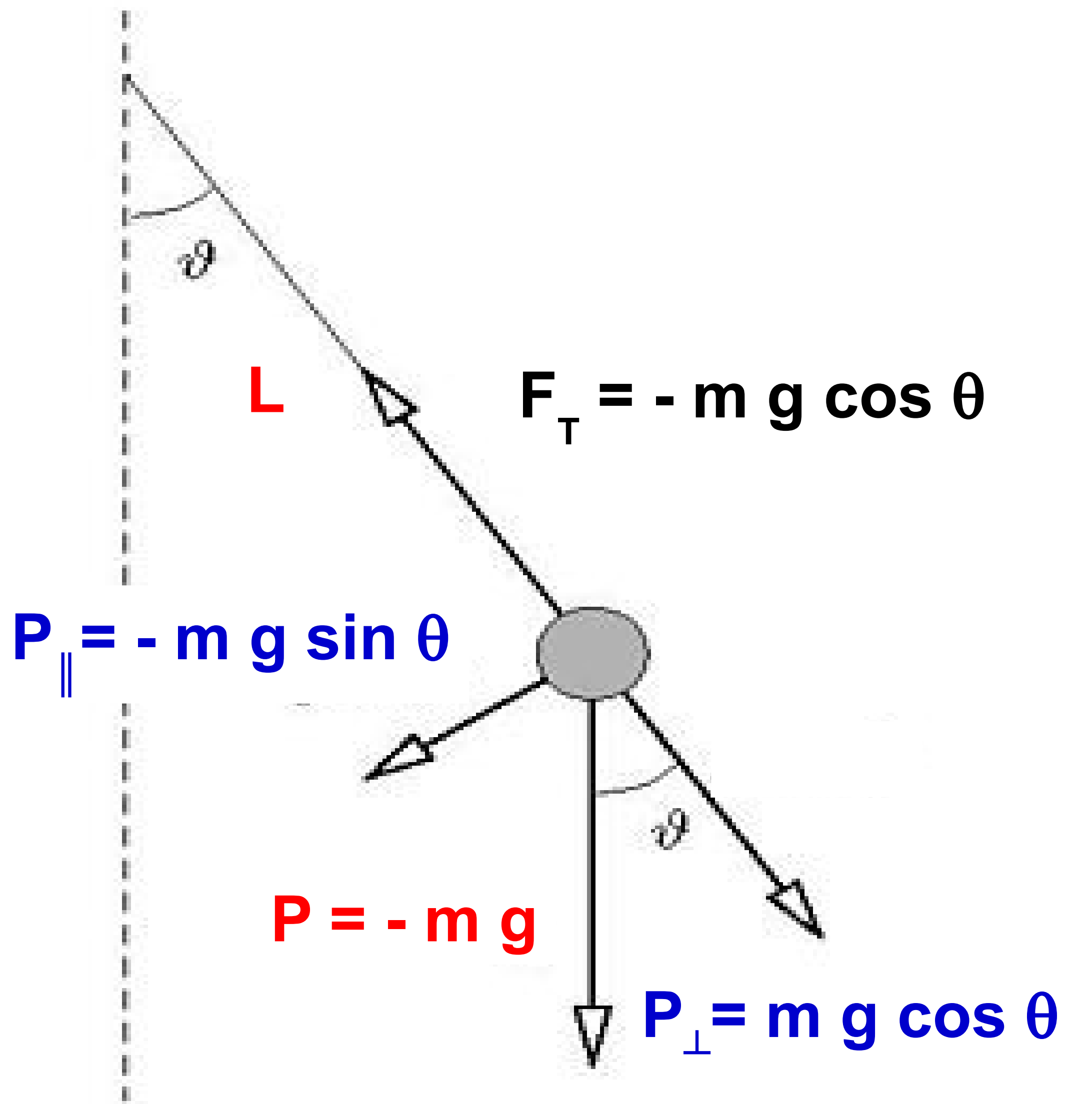
Se θ è piccolo, allora:

$\sin\theta \sim \theta$ ossia :

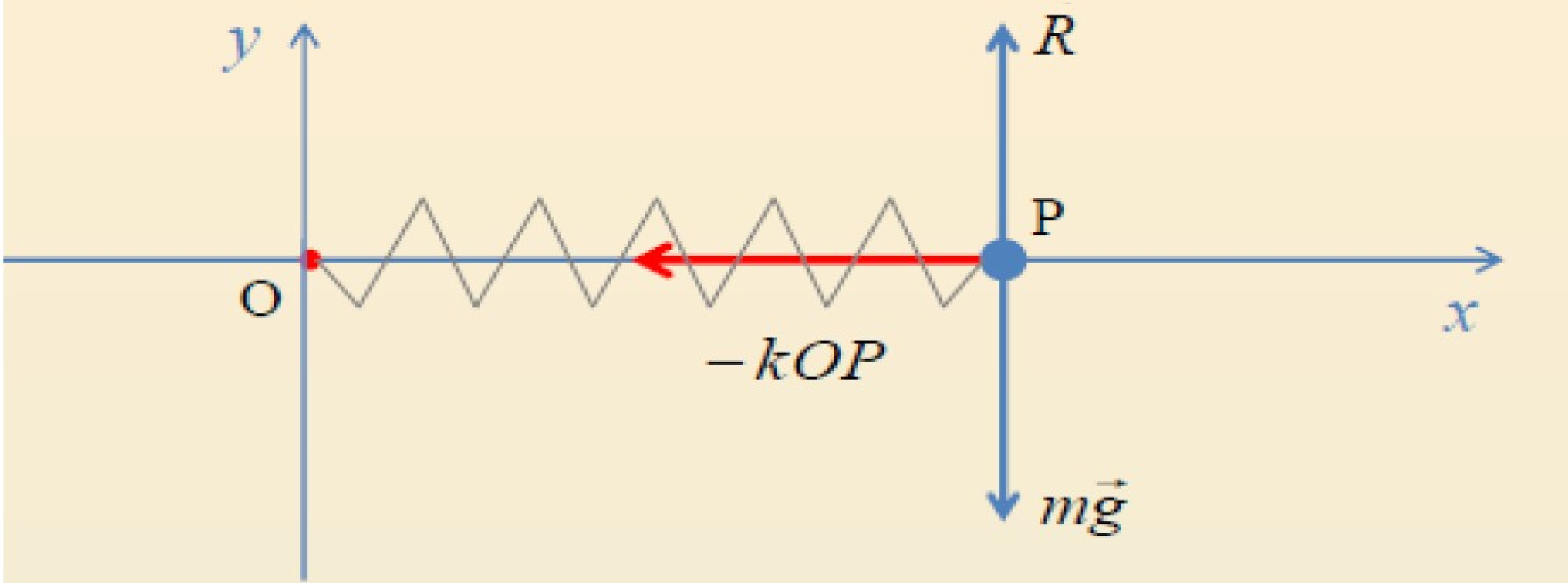
$P_{\parallel} \sim - m\, g\, \theta = - m\, g\, x$

dove $x = L\,\theta$;

Ossia la forza è elastica.



Oscillazioni libere



1) Forze agenti: $m\vec{g},\ -kOP,\ \vec{R}$

2) Equazione della dinamica $m\vec{a} = \vec{F} \quad \rightarrow \quad m\vec{a} = m\vec{g} - kOP + \vec{R}$

Oscillazioni libere

3) Proiezione sugli assi x e y

$$\begin{cases} ma_x = -kx \\ 0 = -mg + R \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 x \\ R = mg \end{cases}$$

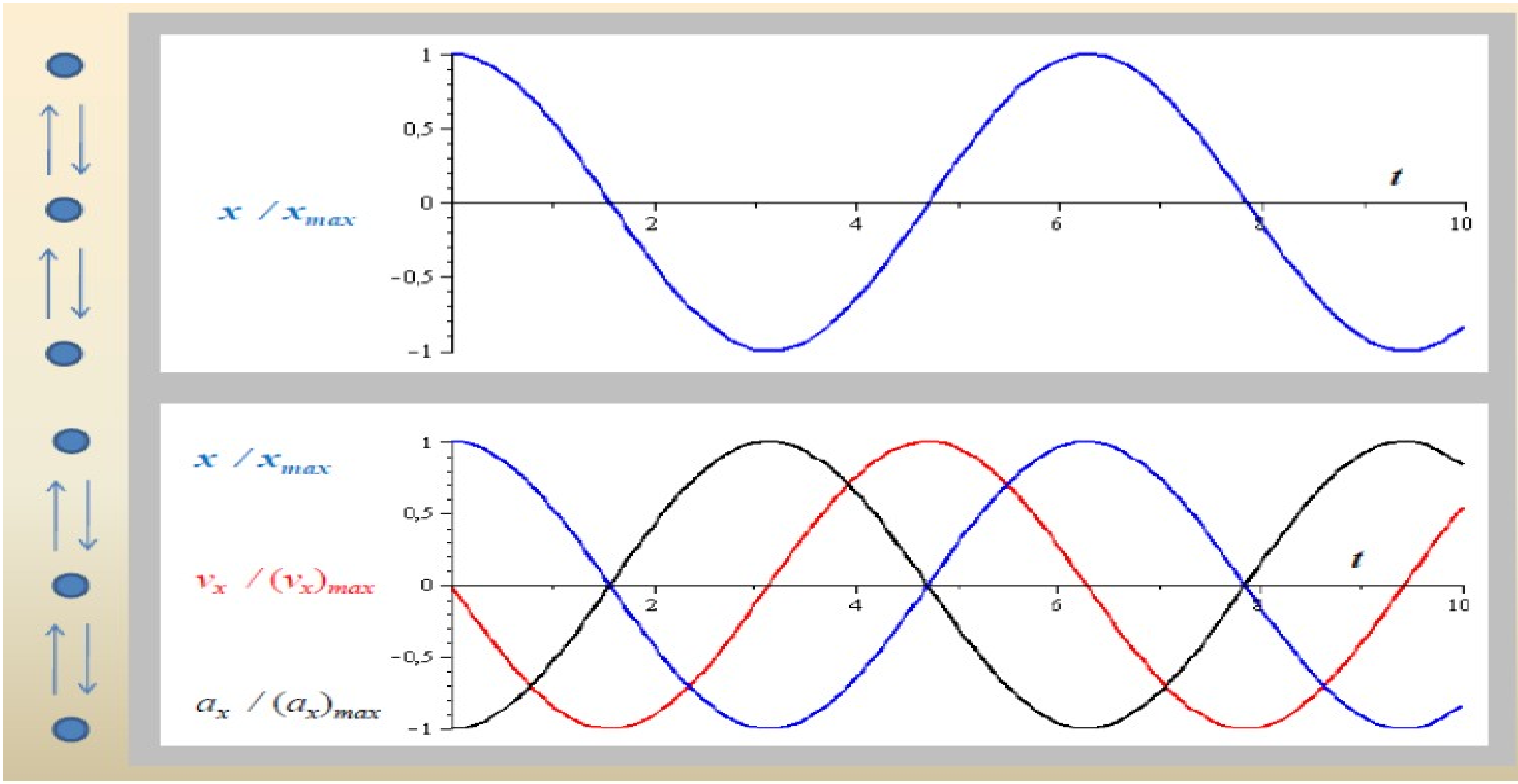
$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \theta_0)$$

$$v_x(t) = \frac{dx}{dt} = -\omega_0 A\sin(\omega t + \theta_0)$$

$$a_x(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 A\cos(\omega t + \theta_0)$$

$$\boxed{\begin{array}{lll} x = x_{max} = A & v_x = 0 & a_x = (a_x)_{min} = -\omega_0^2 A \\ x = 0 & v_x = (v_x)_{min} = -|\omega_0| A & a_x = 0 \\ x = x_{min} = -A & v_x = 0 & a_x = (a_x)_{max} = \omega_0^2 A \\ x = 0 & v_x = (v_x)_{max} = |\omega_0| A & a_x = 0 \end{array}}$$

Oscillazioni libere



$$x = x_{max}\cos(\omega t + \varphi) \qquad v = -x_{max}\,\omega\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\boxed{a} = -x_{max}\,\omega^2\cos(\omega t + \varphi) = \boxed{-x\,\omega^2}$$

Forze Elastiche: Pendolo

Se θ è piccolo, allora:

$\sin\theta \sim \theta$ ossia :

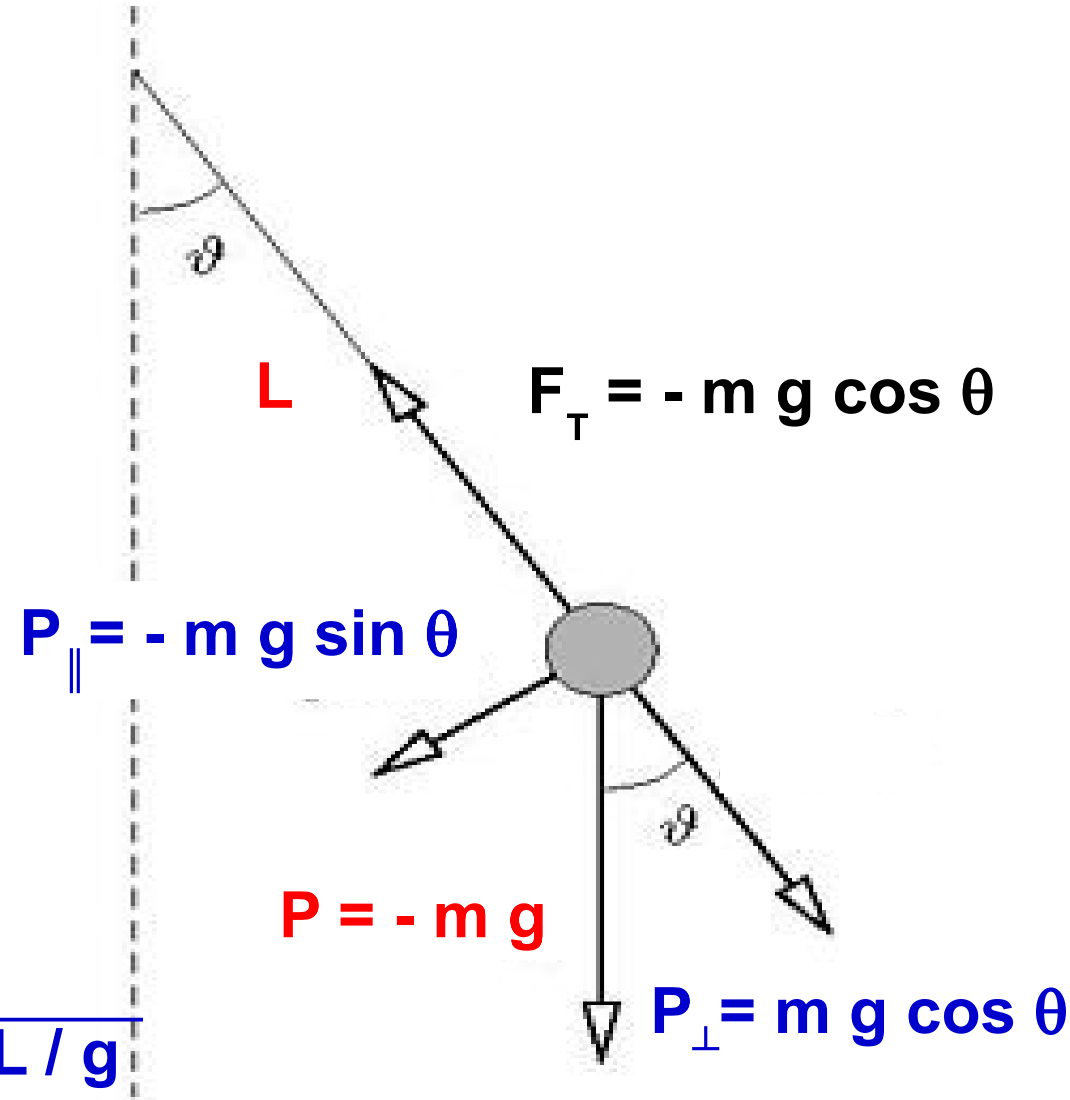
$P_{\parallel} \sim -m\,g\,\theta = -m\,g\,x$

dove $x = L\,\theta$;

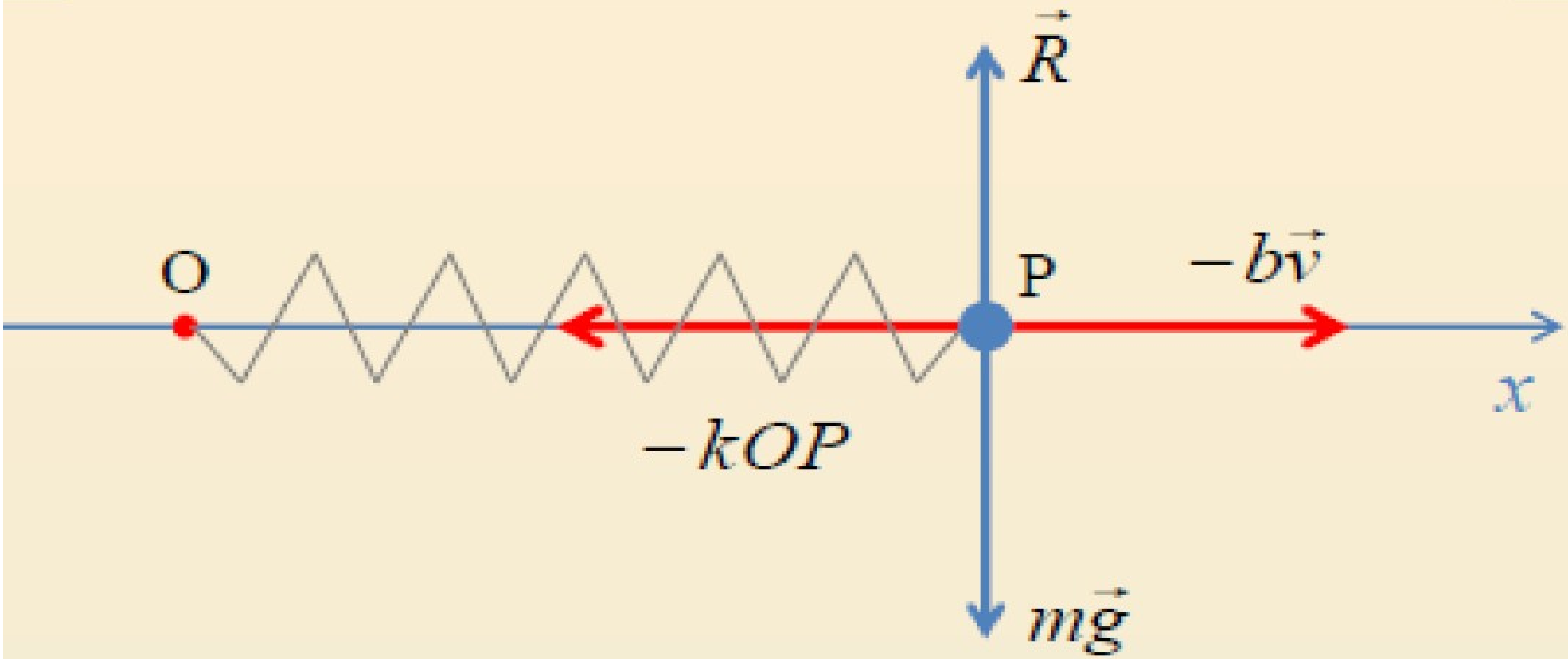
Ossia la forza è elastica.

$a = P_{\parallel} \sim /m = g\,\theta = g\,x\,/\,L = \omega^2\,x$

Da cui: T=periodo = $2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{L/g}$



Oscillazioni smorzate



1) Forze agenti: $m\vec{g},\ -kOP,\ \vec{R},\ -b\vec{v}$

2) Equazione della dinamica $m\vec{a} = \vec{F} \rightarrow m\vec{a} = m\vec{g} - kOP - b\vec{v} + \vec{R}$

Oscillazioni smorzate

3) Proiezione sugli assi x e y

$$\begin{cases} ma_x = -kx - bv_x \\ 0 = -mg + R \end{cases} \qquad \begin{cases} m\dfrac{d^2x}{dt^2} + b\dfrac{dx}{dt} + kx = 0 \\ R = mg \end{cases}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

dove $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ $\quad \gamma = \dfrac{b}{2m}$

$\omega_0 > \gamma \quad \rightarrow \quad x(t) = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega_S t + \theta_0)$ $\qquad \omega_S = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ $\qquad$ piccoli smorzamenti: oscillazioni smorzate

$\omega_0 = \gamma \quad \rightarrow \quad x(t) = e^{-\gamma t}(c_1 + c_2 t)$ $\qquad$ smorzamento critico

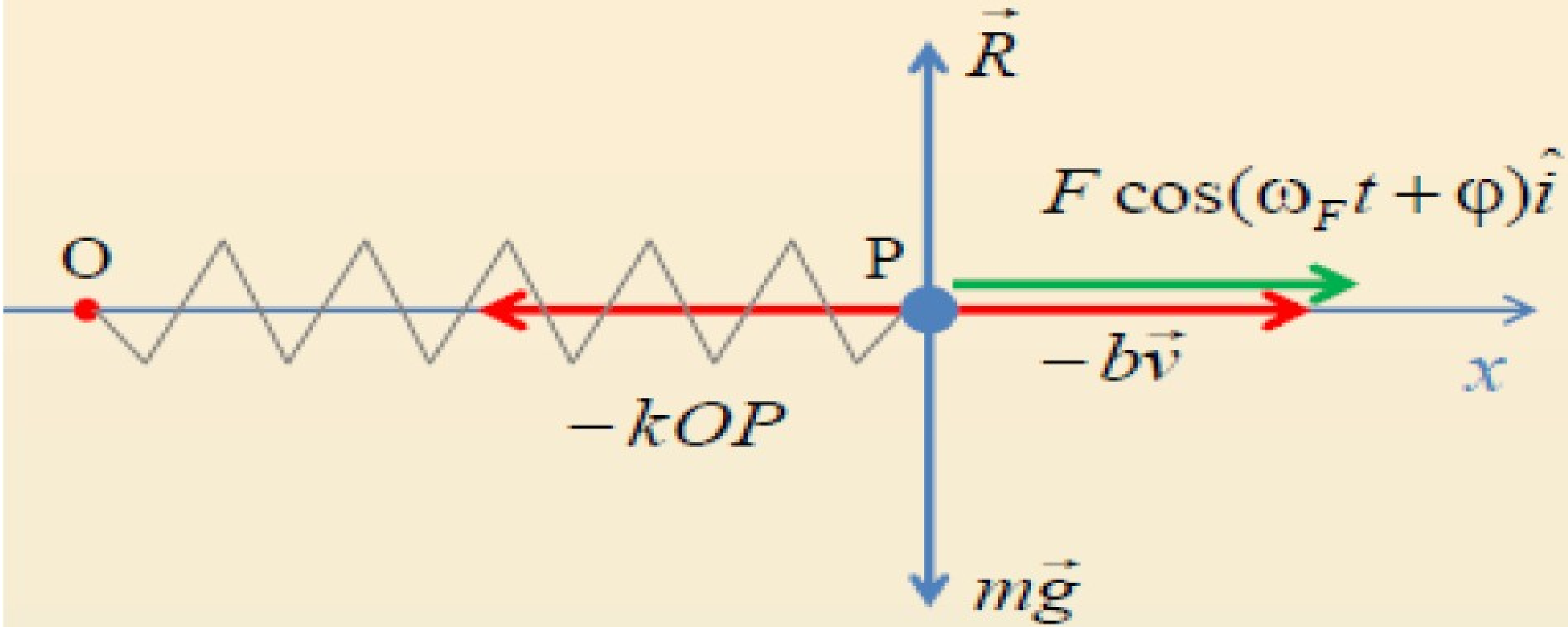
$\omega_0 < \gamma \quad \rightarrow \quad x(t) = c_1 e^{\left(-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}\right)t} + c_2 e^{\left(-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}\right)t}$ $\qquad$ grandi smorzamenti: smorzamento aperiodico

Oscillazioni smorzate

Tutte e tre queste modalità sono utilizzate nella vita pratica.

Orologi meccanici, Ammortizzatori auto;

Oscillazioni forzate



1) Forze agenti: $m\vec{g},\ -kOP,\ \vec{R},\ -b\vec{v},\ \ F\cos(\omega_F t+\varphi)\hat{i}$

2) Equazione della dinamica $m\vec{a}=\vec{F} \quad \rightarrow \quad m\vec{a}=m\vec{g}-kOP-b\vec{v}+\vec{R}+F\cos\left(\omega_F t+\varphi\right)\hat{i}$

Oscillazioni forzate

3) Proiezione sugli assi x e y

$$\begin{cases} ma_x = -kx - bv_x + F\cos(\omega_F t + \varphi) \\ 0 = -mg + R \end{cases}$$

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x}{dt^2} + b\dfrac{dx}{dt} + kx = F\cos(\omega_F t + \varphi) \\ R = mg \end{cases}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F}{m}\cos(\omega_F t + \varphi_F)$$

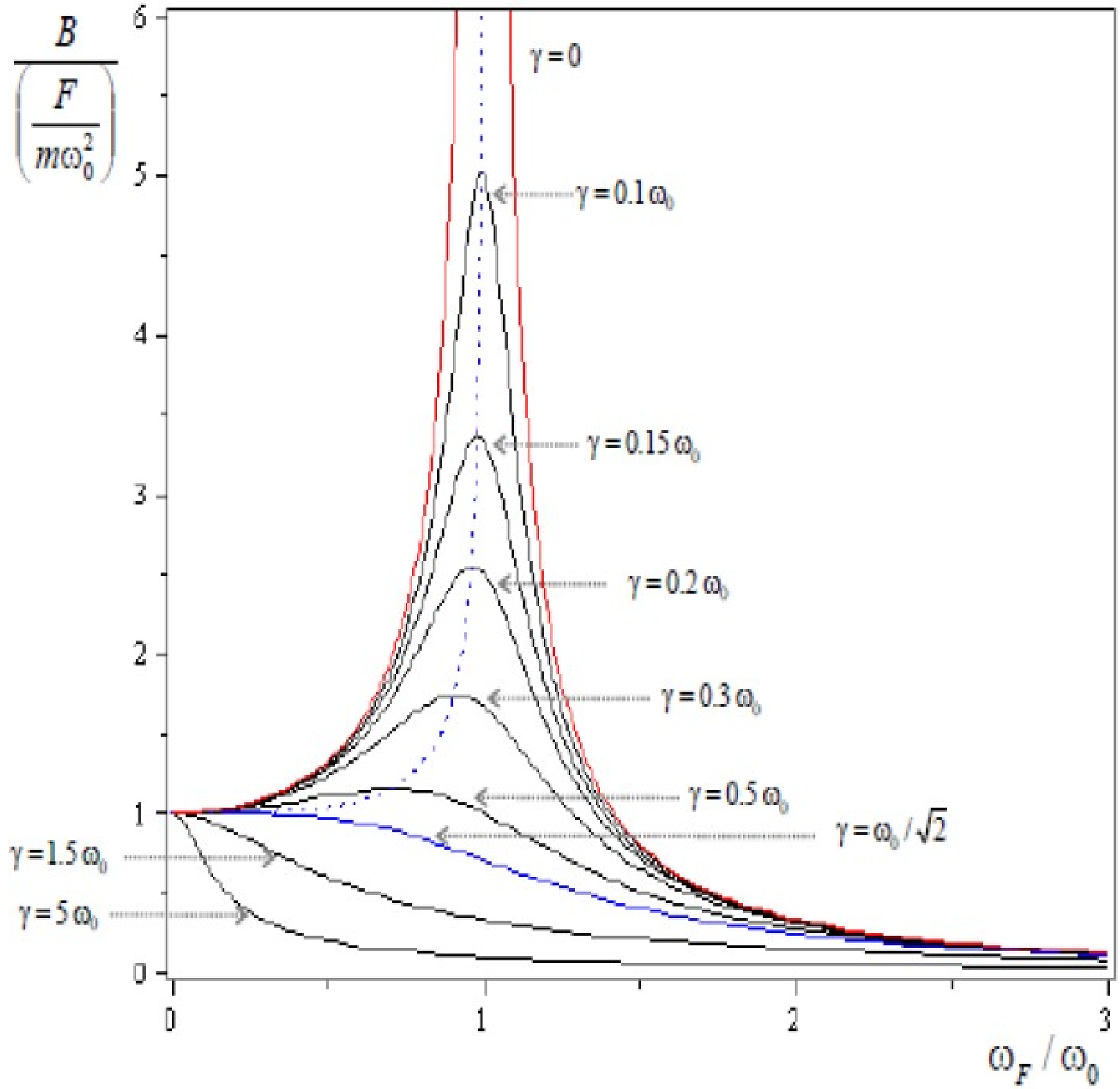
dove $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ $\gamma = \dfrac{b}{2m}$

$$x(t) = B\cos(\omega_F t + \varphi)$$

$$B = \frac{F/m}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_F^2\right)^2 + 4\gamma^2\omega_F^2}}$$

Oscillazioni forzate

Per piccoli smorzamenti $\left(\gamma < \omega_0/\sqrt{2}\right)$ l'ampiezza cresce quanto più la frequenza della forza esterna ω_F si avvicina alla frequenza delle oscillazioni libere ω_0 (frequenza propria), e quanto più piccolo è lo smorzamento γ.



Esercizi:

1) Calcolare la lunghezza di un orologio a pendolo che ha un ticchettio ogni secondo.

Se ticchettio ogni secondo allora: Periodo T = 1 secondo;

Quindi: **$L = g\,T^2 / (4\,\pi^2) = 9.81\ [m/s^2]\,(1\,[s])^2 / 4\,(3.1415^2)$;**

L = 0.25 m.

Indipendente dalla massa ==> possibile costruire orologi precisi.

(scoperta fatta da Galileo osservando le oscillazioni di una lampada nel Duomo di Pisa).

Il Lavoro

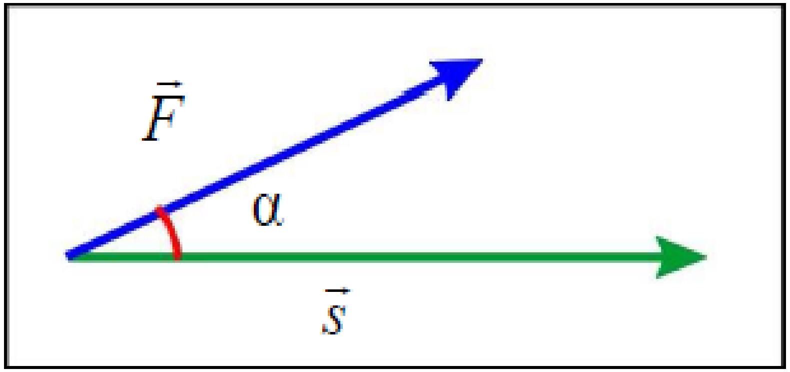
Usare grandezze vettoriali per descrivere i fenomeni può essere complicato e quindi si utilizzano anche approcci alternativi quando possibile.

L'effetto di una forza applicata ad un corpo che si muove può essere anche descritto utilizzando una nuova quantità fisica scalare: ***il lavoro.***

Il lavoro, essendo descritto da un unico numero, avrà qualche informazione in meno della descrizione vettoriale.
Ma può essere ugualmente efficace, **anzi spesso è migliore perché più semplice da applicare.**

LAVORO

Se un corpo agisce una forza ***F***, il lavoro compiuto dalla forza per uno spostamento ***s*** è



$$L = \int F \cos\alpha \, ds = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

se la forza è costante

$$L = F \cdot s \cdot \cos\alpha = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

IL LAVORO E' UNO SCALARE

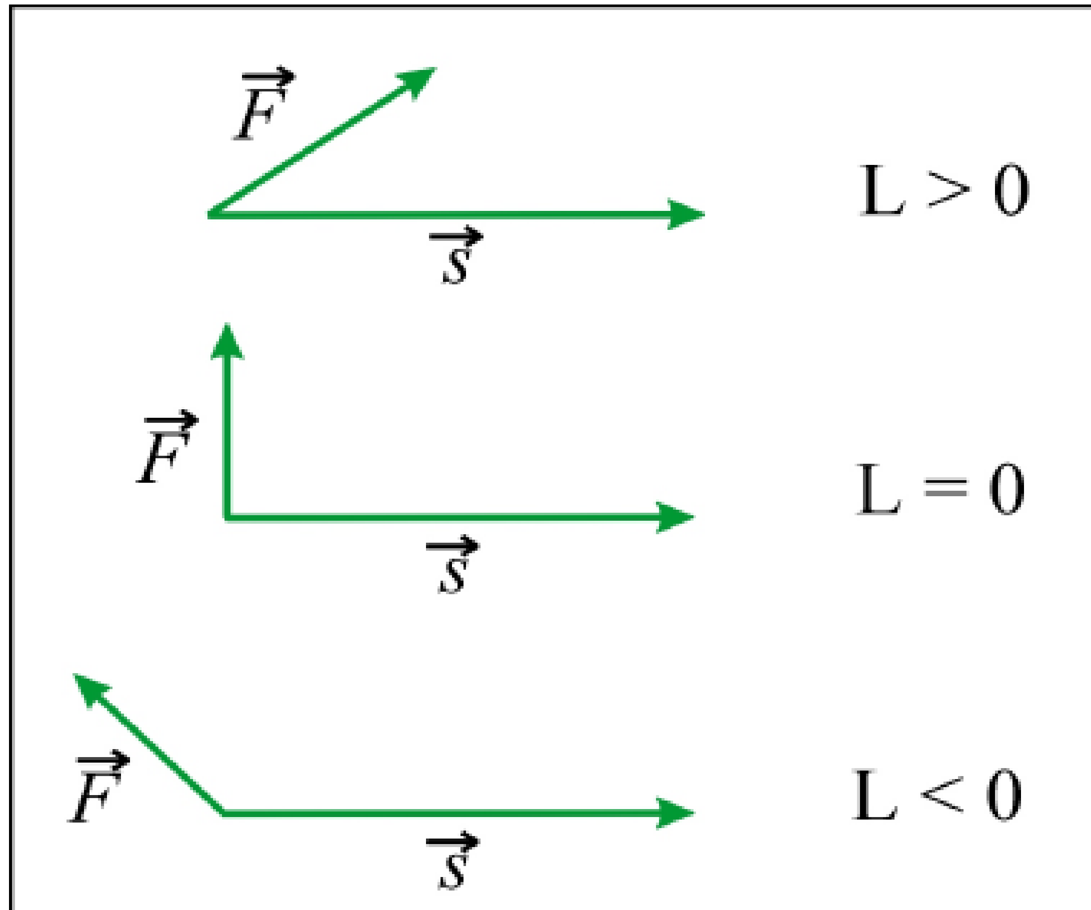
LAVORO

Il lavoro può essere

positivo

nullo

negativo



LAVORO

L'unità di misura del lavoro nel S.I. si chiama joule: lavoro compiuto dalla forza di 1 N che si sposta di 1 m parallelamente alla direzione della forza.

$$J = N \cdot m = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$$

Nel sistema C.G.S. l'unità di lavoro si chiama erg.

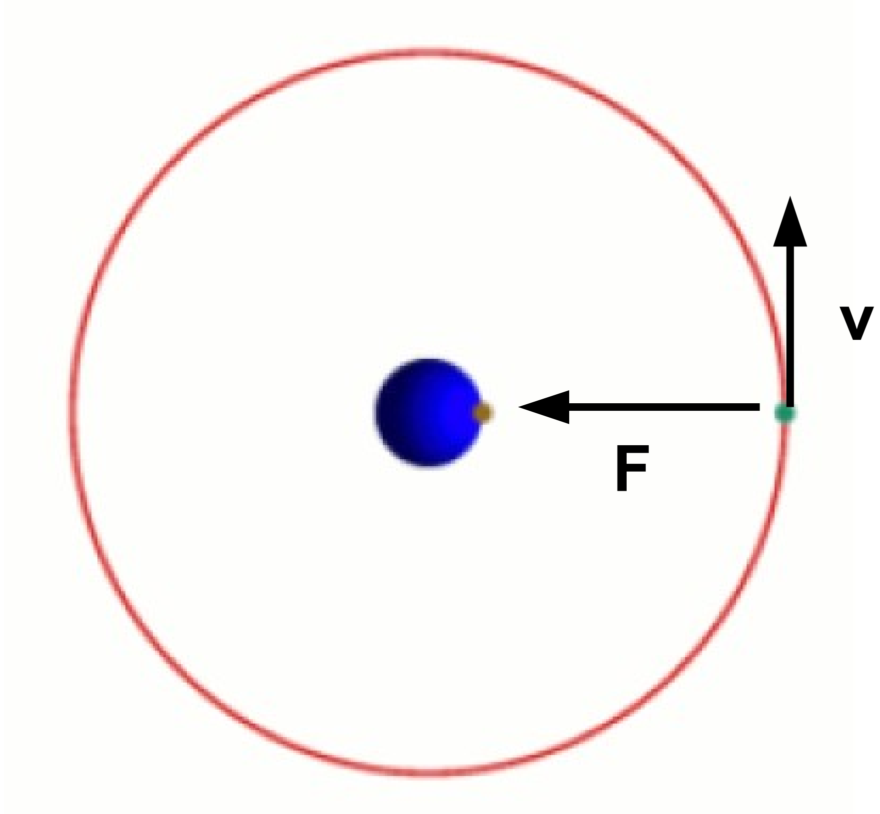
$$erg = dyne \cdot cm = g \cdot cm^2 \cdot s^{-2}$$

$$joule = N \cdot m = 10^5 dyne \cdot 10^2 cm = 10^7 \ erg$$

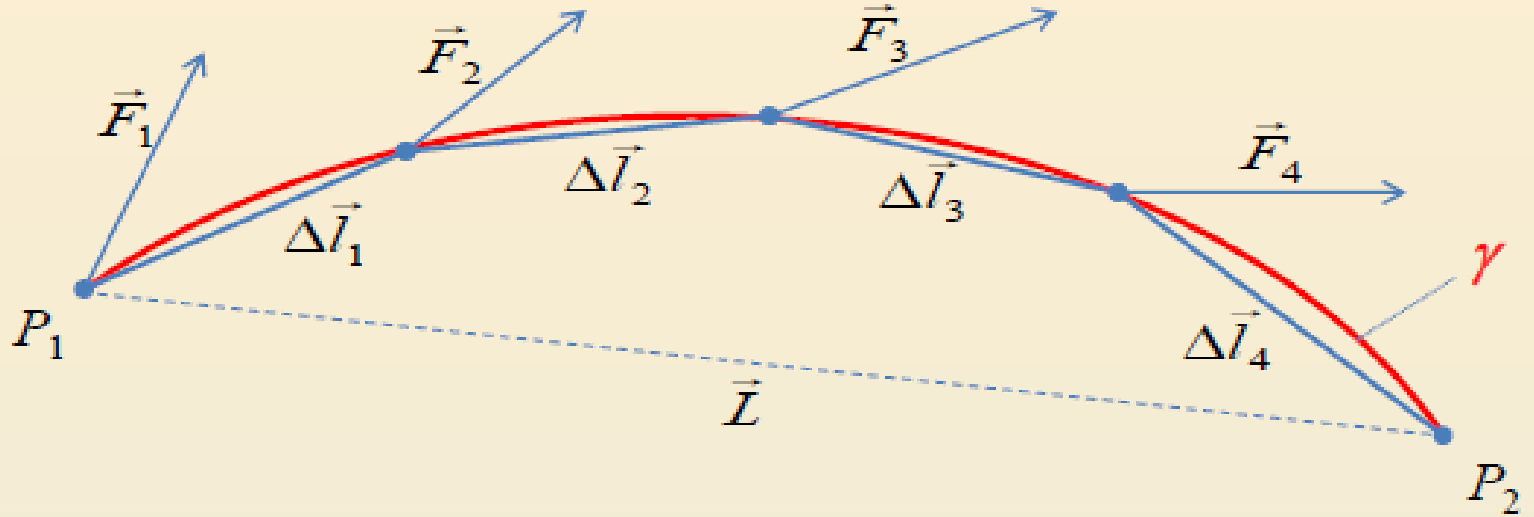
LAVORO

Il lavoro compiuto dalla Terra sulla Luna quanto vale?

Poiché la forza gravitazionale è perpendicolare al moto della Luna, il prodotto scalare è nullo e quindi il lavoro è nullo.



LAVORO



$$L_{P_1P_2,\gamma} = \lim_{\Delta l_i \to 0} \left(\vec{F}_1 \cdot \Delta\vec{l}_1 + \vec{F}_2 \cdot \Delta\vec{l}_2 + \vec{F}_3 \cdot \Delta\vec{l}_3 + \cdots \right) = \int_{P_1,\gamma}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Se la forza *F* agente su P è costante

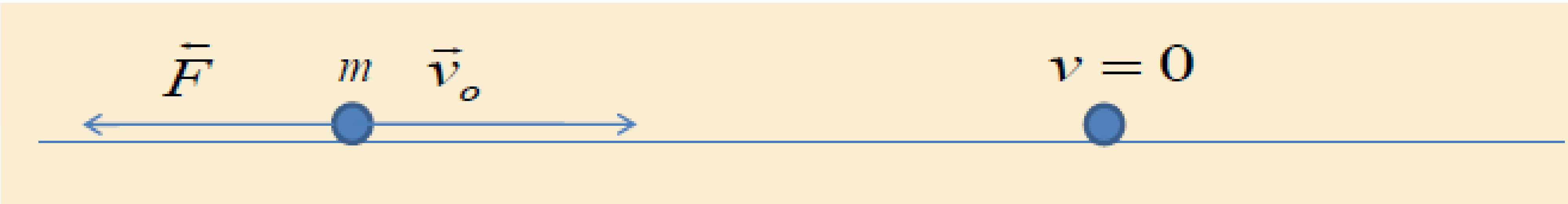
$$L = \int_{P_1,\gamma}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \vec{F} \cdot \int_{P_1,\gamma}^{P_2} d\vec{l} = \vec{F} \cdot P_1P_2 = \vec{F} \cdot \vec{L}$$

Se la forza *F* agente su P è costante e parallela a *L*

$$L = \pm FL$$

ENERGIA CINETICA (1)

Applichiamo una forza per fermare un corpo in moto con velocità $\bar{v}_0$



$$a = F/m \qquad d_{arr} = \frac{v_0^2}{2a} \Leftarrow L = -d_{arr}F = -\frac{v_0^2}{2a}F = -\frac{1}{2}mv_0^2$$

Il lavoro compiuto dal punto è quindi:

$$L = \frac{1}{2}mv_0^2$$

La capacità di compiere lavoro legata a massa e velocità viene chiamata Energia Cinetica (E_c)

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2$$

TEOREMA DELLE FORZE VIVE

Enunciato

La variazione di energia cinetica di un sistema materiale in un qualsiasi intervallo di tempo è pari al lavoro compiuto dalle forze agenti sul punto nello stesso intervallo di tempo.

$$\boxed{E_c(t_2) - E_c(t_1) = L_{t_1 t_2}}$$

In termini differenziali

$$\boxed{dE_C = dL}$$

ENERGIA CINETICA (2)

$$\boxed{L = \Delta T} = T_2 - T_1 = \frac{1}{2} m\, v_2^2 - \frac{1}{2} m\, v_1^2$$

verifica : moto rettilineo uniformemente accelerato

($\vec{a}$ = costante)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \qquad \Delta s = v_{media}\, \Delta t = \frac{(v_1 + v_2)}{2} \Delta t$$

$$L = \vec{F} \cdot \vec{\Delta s} = m\, a\, \Delta s = m \frac{(v_2 - v_1)(v_1 + v_2)\Delta t}{2\, \Delta t} = \frac{1}{2} m (v_2{}^2 - v_1{}^2) =$$

$$= \frac{1}{2} m\, v_2{}^2 - \frac{1}{2} m\, v_1{}^2 = T_2 - T_1 = \Delta T$$

Problema

Sempre una forza cambia **la velocità** del corpo alla quale è applicata?

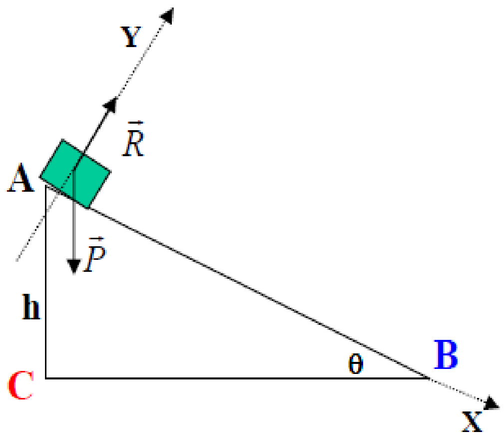
$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$ ⇒ **sì**

Sempre una forza cambia **l'energia** del corpo alla quale è applicata?

$$\boxed{L = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2}$$ ⇒ **no**

solo se L è diverso da zero

LAVORO: esempi



Vogliamo calcolare i moduli delle velocità, nel punto B e nel punto C, che avrà un corpo partito da fermo dal punto A, su di un piano inclinato alto h.

$$\vec{P} + \vec{R} = \vec{F}_T$$

$$\vec{P}(mg\sin\theta; -mg\cos\theta) \quad \vec{R}(0;R) \quad \vec{F}_T(F_T;0)$$

$$\begin{cases} mg\sin\theta + 0 = F_T \\ R - mg\cos\theta = 0 \end{cases}$$

$$L = \int_A^B \vec{F}_T \cdot d\vec{s} = F_T \cdot AB \cdot \cos 0^o = mg\sin\theta \frac{h}{\sin\theta}$$

$$L = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgh \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{2gh}$$

$$\vec{P} = \vec{F}_T$$

$$L = \int_A^C \vec{F}_T \cdot d\vec{s} = F_T \cdot AC \cdot \cos 0^o = mgh$$

$$L = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$\frac{1}{2}mv_C^2 = mgh \quad \Rightarrow \quad v_C = \sqrt{2gh}$$

LE REAZIONI VINCOLARI NON FANNO LAVORO

POTENZA

La potenza è il rapporto fra il lavoro compiuto ed il tempo impiegato.

$$P = \frac{L}{t} = \frac{Fs\cos\alpha}{t} = Fv\cos\alpha = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

POTENZA

L'unità di misura della potenza nel S.I. si chiama watt.

$$watt = W = \frac{joule}{s} = J \cdot s^{-1}$$

Il **kilowattora (kWh)** è una unità pratica di energia (e non di potenza !), pari all'energia erogata da una macchina della potenza di 1 kW in 1 ora.

$$kWh = 1000 \cdot 1 Js^{-1} \cdot 3600\,\mathrm{s} = 3.6\,\mathrm{MJ}$$

FORZE CONSERVATIVE

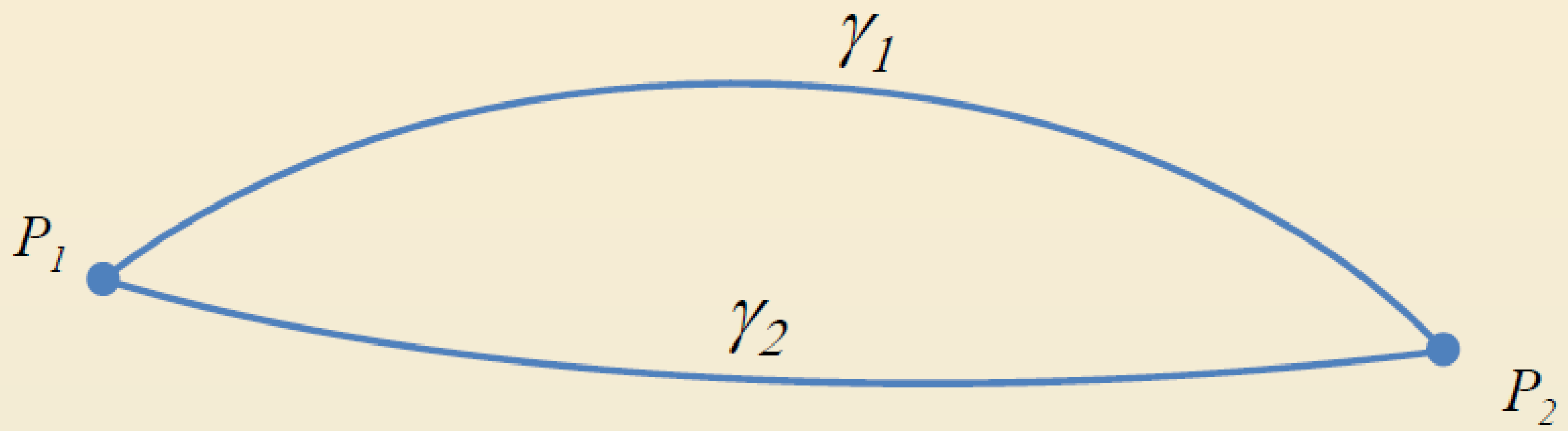
Forza conservativa: il lavoro compiuto da una forza conservativa non dipende dal percorso seguito, ma dipende dal punto di partenza e punto di arrivo.

$$L = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = U(A,B)$$

La funzione U ha le dimensioni di un lavoro, cioè di una energia ed è detta

ENERGIA POTENZIALE

FORZE CONSERVATIVE



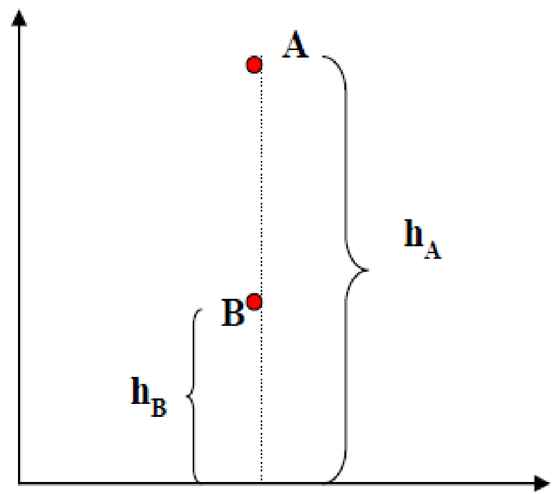
$$\boxed{L_{P_1P_2} = \int_{P_1,\gamma}^{P_2} \vec{F}\cdot d\vec{l} = E_P(P_1) - E_P(P_2)}$$

$$\boxed{dL = -dE_p}$$

$$\int_{P_1}^{P_2} dL = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F}\cdot d\vec{l} = L_{P_1P_2}$$

$$\int_{P_1}^{p_2} dE_P = E_P(P_2) - E_P(P_1)$$

FORZE CONSERVATIVE: esempio



Un corpo cade sotto l'azione del suo peso dall'altezza h_A e raggiunge l'altezza h_B: quant'è il lavoro della forza peso?

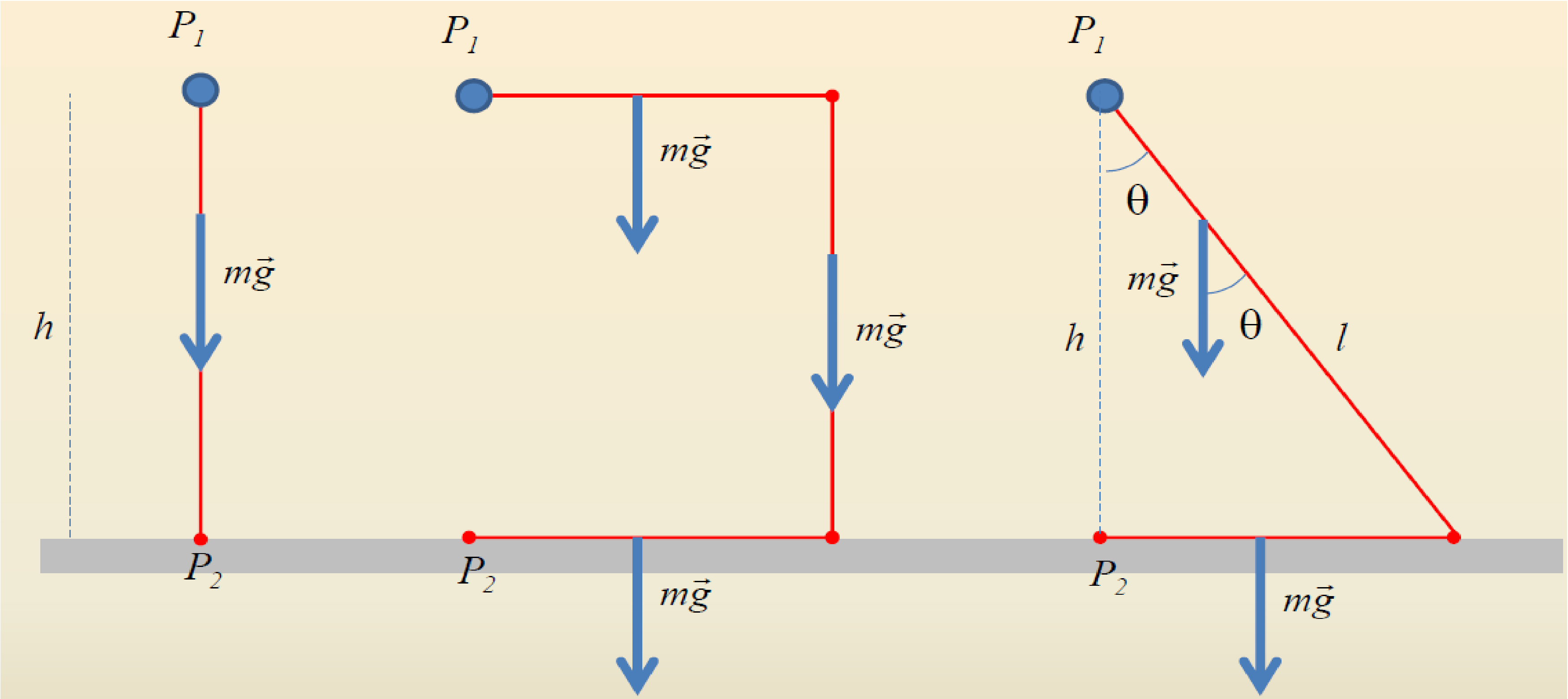
$$L = \int_{h_A}^{h_B} \vec{F} \cdot d\vec{s} = -mg(h_B - h_A) = -(mgh_B - mgh_A)$$

$$U = mgh$$

Energia potenziale della forza peso

$$L = -(U_{finale} - U_{iniziale}) = -\Delta U$$

FORZE CONSERVATIVE: esempio

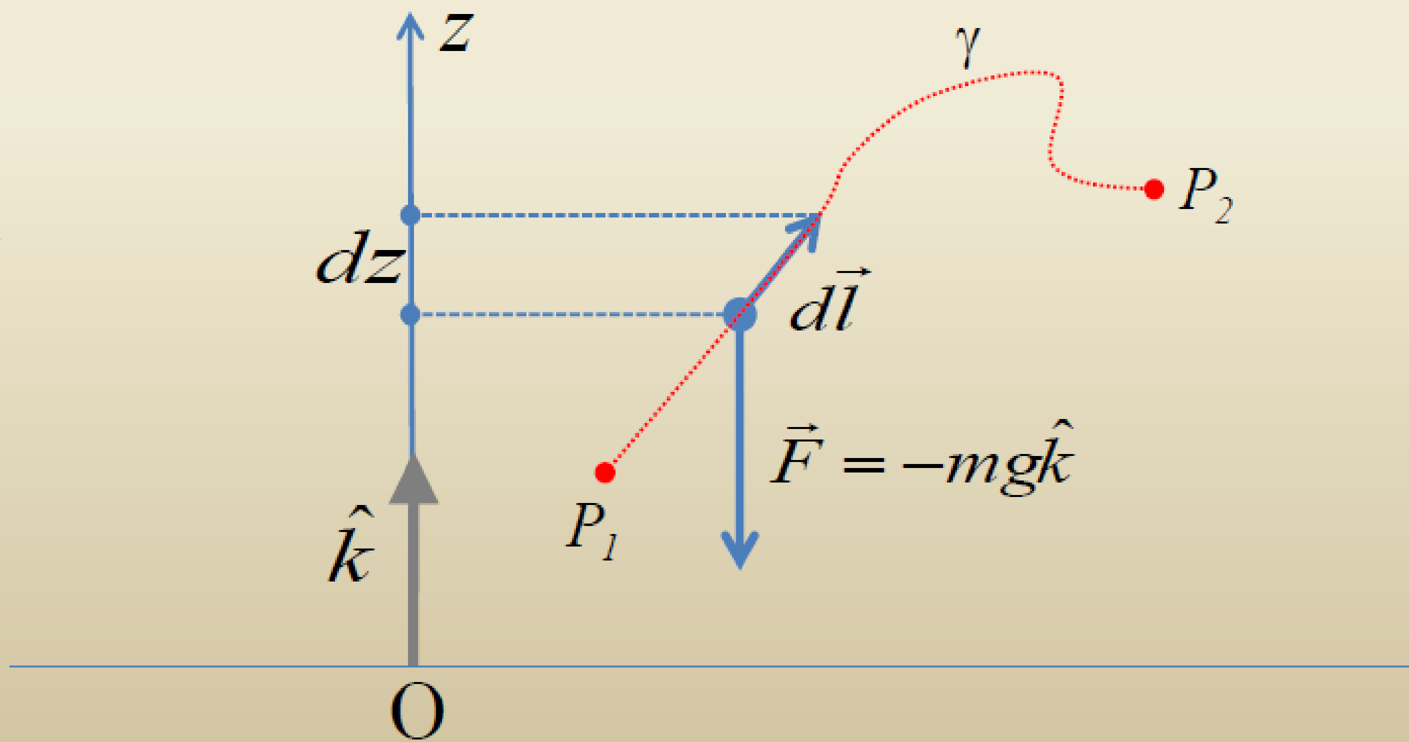


$$L_{P_1P_2} = mgh \qquad L_{P_1P_2} = 0 + mgh + 0 = mgh \qquad L_{P_1P_2} = 0 + mgl\cos\theta = mgh$$

$\boxed{E_P = mgh}$ risulta infatti $L_{P_1P_2} = E_P(P_1) - E_P(P_2) = mgh - 0 = mgh$

FORZE CONSERVATIVE: esempio

$$d\vec{l} \cdot \hat{k} = dz$$



$$E_P(x,y,z) = -\int_{P_0}^{P} \vec{F} \cdot d\vec{l} + E_P(x_0,y_0,z_0) = -(mgz_0 - mgz) + E_p(\mathrm{O}) = mgz$$

$$P_0 \equiv \mathrm{O}; \quad x_0 = y_0 = z_0 = 0 \quad E_P(P_0) = E_P(\mathrm{O}) = 0$$

FORZE CONSERVATIVE: esempio

Un corpo di massa m_1 si muove, dal punto A al punto B, sotto l'azione dell'attrazione gravitazionale di un corpo di massa m_2: quant'è il lavoro della forza gravitazionale?

$$L = \int_{r_A}^{r_B} G\frac{m_1 m_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}\cdot d\vec{r} = -G\frac{m_1 m_2}{r_B} + G\frac{m_1 m_2}{r_A} = -\left(G\frac{m_1 m_2}{r_B} - G\frac{m_1 m_2}{r_A}\right)$$

$$L = -\left(U_{finale} - U_{iniziale}\right) = -\Delta U \qquad U = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

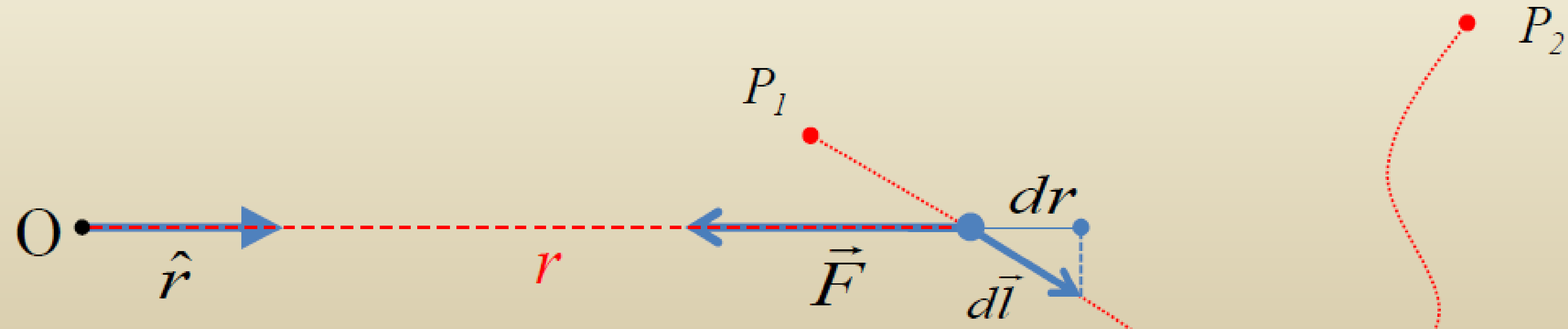
Campo di forze attrattivo

⇕

Energia potenziale negativa

Energia potenziale della forza gravitazionale

FORZE CONSERVATIVE: esempio



$$\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{r} \qquad d\vec{l}\cdot\hat{r} = dr$$

$$E_P(x,y,z) = -\int_{P_0}^{P}\vec{F}\cdot d\vec{l} + E_P(x_0,y_0,z_0) = -\left(G\frac{mM}{r} - G\frac{mM}{r_0}\right) + E_p(\infty) = -G\frac{mM}{r}$$

$$P_0 \equiv P_\infty; \quad r_0 = \infty \qquad E_P(P_0) = E_P(\infty) = 0$$

FORZE CONSERVATIVE: esempio

Una molla ideale di costante elastica k, sposta un corpo dal punto A al punto B: quant'è il lavoro della forza elastica ?

$$L = \int_{x_A}^{x_B} -kx\,dx = -\frac{1}{2}kx_B^2 + \frac{1}{2}kx_A^2 = -\left(\frac{1}{2}kx_B^2 - \frac{1}{2}kx_A^2\right)$$

$$L = -\left(U_{finale} - U_{iniziale}\right) = -\Delta U$$

Energia potenziale della forza elastica $\Rightarrow$ $U = \frac{1}{2}kx^2$

CONSERVAZIONE DELL'**ENERGIA TOTALE MECCANICA**

Per una forza conservativa che compie un lavoro per andare da A a B, valgono contemporaneamente

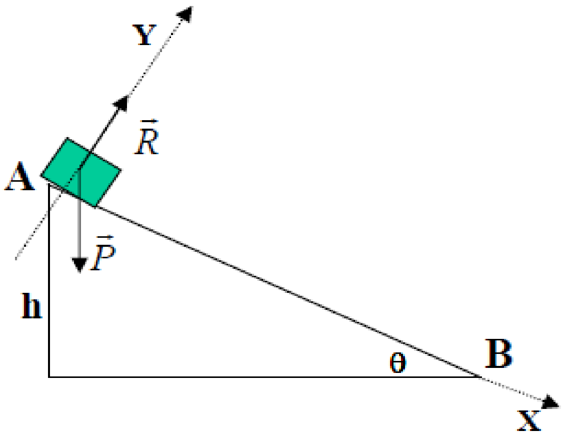
$$L = \Delta T = (T_B - T_A) \quad \text{e} \quad L = -\Delta U = -(U_B - U_A)$$

$$(T_B - T_A) = -(U_B - U_A)$$

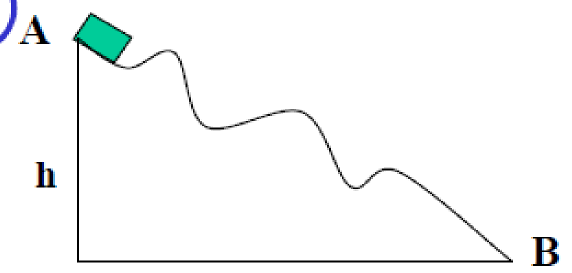
$$T_A + U_A = T_B + U_B$$

ESEMPI (1)

1



2



Vogliamo calcolare i moduli delle velocità, nel punto B, che avrà un corpo partito da fermo dal punto A, nel primo e nel secondo caso. In entrambi casi le forze che agiscono sul corpo sono la forza peso e la reazione vincolare.

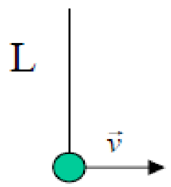
Quest'ultima non compie lavoro, essendo sempre ortogonale al vincolo sul quale il corpo scorre, quindi non può cambiare l'energia del corpo, ma solamente la sua traettoria.

Dal punto di vista energetico agisce solo la forza peso, che è conservativa, quindi

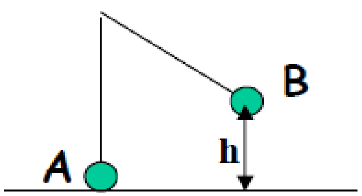
$$T_A + U_A = T_B + U_B \quad \Rightarrow \quad 0 + mgh = \frac{1}{2} m v_B^2 + 0 \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{2gh}$$

ESEMPI (2)

$L = 1\,\mathrm{m} \qquad |\vec{v}| = 10\,\mathrm{m\,s^{-1}}$



Consideriamo il pendolo di figura composto da un filo inestensibile lungo L ed una massa m. Forniamo alla massa una velocità v e ci domandiamo quale è l'altezza massima alla quale il pendolo risale.



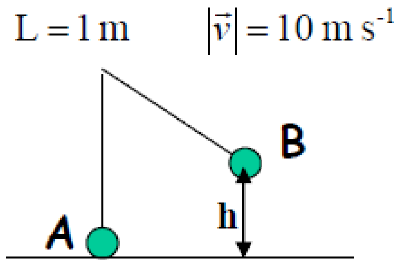
Le forze che agiscono sul corpo sono la forza peso e la reazione vincolare del filo. Quest'ultima non compie lavoro e quindi non può cambiare l'energia del corpo, ma solamente la sua traettoria.Dal punto di vista energetico agisce solo la forza peso, che è conservativa.

$$T_A + U_A = T_B + U_B \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 + 0 = 0 + mgh \quad \Rightarrow \quad h = \frac{v^2}{2g}$$

$$h \approx \frac{100\ m^2 s^{-2}}{20\ ms^{-2}} = 5\ m$$

Risultato senza senso!!!

ESEMPI (2) cont.



Ci sono due possibilità:

- non è valida la conservazione dell'energia totale meccanica;
- è valida, ma è stata applicata male.

$$T_A + U_A = T_B + U_B \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 + 0 = 0 + mgh$$

$$E_{TOT} = T_A = \frac{1}{2}mv^2 = 50m \;\; J$$

$$U_{MAX} = mg2L \approx 20m \;\; J$$

Il corpo è fermo

Il corpo si trova sul piano di riferimento dal quale si misurano le altezze

$E_{TOT} > U_{MAX}$ il pendolo non si ferma mai!

ESEMPI (3)

$h_A > h_B$

Consideriamo il profilo di figura in campo gravitazionale. Trascurando tutti gli attriti, calcolare il modulo della velocità che bisogna imprimere alla sfera nel punto A, affinché arrivi ferma nel punto B.

Le forze che agiscono sul corpo sono la forza peso e la reazione vincolare del profilo. Quest'ultima non compie lavoro e quindi non può cambiare l'energia del corpo, ma solamente la sua traettoria. Dal punto di vista energetico agisce solo la forza peso, che è conservativa.

$$T_A + U_A = T_B + U_B \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = 0 + mgh_B$$

$$\boxed{v_A = \sqrt{2g\left(h_B - h_A\right)}}$$

Il modulo della velocità un numero immaginario?

Risultato assurdo!

ESEMPI (3) cont.

$h_A > h_B$

Ci sono due possibilità:

- non è valida la conservazione dell'energia totale meccanica;
- è valida, ma è stata applicata male.

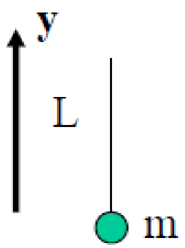
$$T_A + U_A = T_B + U_B$$

T_B non può essere nulla perché

$$T_B = U_A - U_B$$

L'energia cinetica in A al minimo può essere zero, ma deve valere contemporaneamente che $U_A > U_B$ e l'energia totale meccanica si deve conservare.

ESEMPI (4)



Consideriamo il pendolo di figura composto da un filo inestensibile lungo L ed una massa m. Calcolare la tensione del filo.

Le forze che agiscono sul corpo sono la forza peso P e la tensione del filo T e poiché il corpo si trova in equilibrio, possiamo scrivere

$$\vec{P} + \vec{T} = 0$$

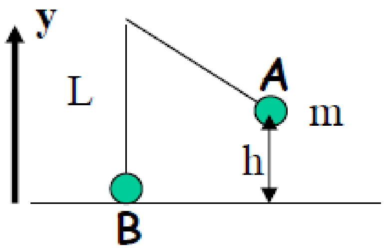
quindi

$$-mg + T = 0$$

da cui

$$T = mg$$

ESEMPI (5)



Consideriamo il pendolo di figura composto da un filo inestensibile lungo L ed una massa m. Facciamo partire, da fermo, la massa m da un'altezza h (punto A). Quanto vale la tensione T del filo nel punto B?

Nel punto B le forze che agiscono sul corpo sono la forza peso P e la tensione del filo T e poiché il corpo percorre una traiettoria circolare, possiamo scrivere

$$\vec{P} + \vec{T} = \vec{F}_{centripeta}$$

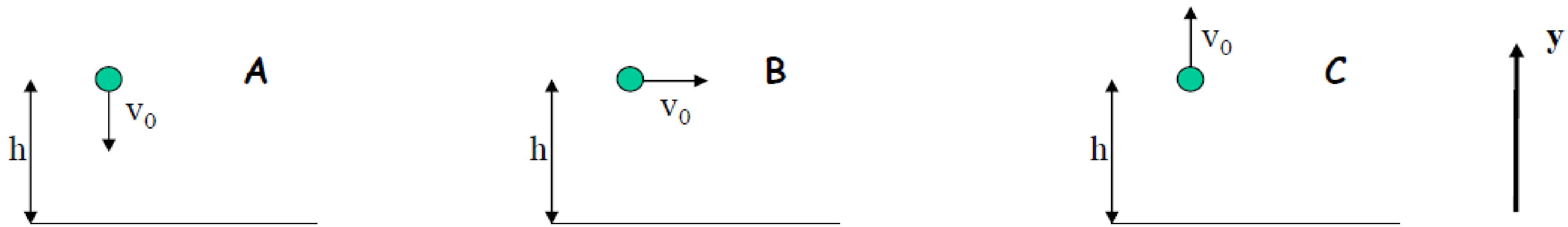
Per la conservazione dell'energia totale meccanica avremo

$$E_B = E_A \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = mgh \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gh}$$

quindi

$$-mg + T = m\frac{v^2}{L} \quad \Longrightarrow \quad T = mg\left(1 + \frac{2h}{L}\right)$$

ESEMPI (6)



Consideriamo le tre masse identiche di figura: calcolarne i moduli delle velocità quando toccano il suolo ed i tempi di caduta.
L'unica forza agente in tutti e tre i casi è la forza peso e quindi per la conservazione dell'energia totale meccanica

$$\frac{1}{2}mv^2_{A,B,C} = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh \quad \Rightarrow \quad v_{A,B,C} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

Le tre masse si muovono di moto uniformemente accelerato e quindi

$$y_A = -\frac{1}{2}gt_A^2 - v_0 t_A + h$$
$$y_B = -\frac{1}{2}gt_B^2 + h$$
$$y_C = -\frac{1}{2}gt_C^2 + v_0 t_C + h$$

$$t_A = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{-g}$$
$$t_B = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$
$$t_C = \frac{-v_0 - \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{-g}$$

ESEMPI (7)

Consideriamo il corpo di massa m, connesso ad una molla ideale, di costante elastica k. Supponiamo che all'inizio (t=0) valgano le condizioni al contorno: $x(0)=-L$ $v(0)=0$: calcolare il modulo della velocità del corpo nel punto $x=0$.
Sul corpo agiscono la forza peso, la reazione vincolare del piano di appoggio e la forza della molla.
La somma della forza peso e della reazione vincolare è zero, perché il corpo si muove sul piano di appoggio.
Quindi la forza risultante è quella della molla ed essendo conservativa possiamo scrivere

$$T_{x=-L} + U_{x=-L} = T_{x=0} + U_{x=0}$$

$$0 + \frac{1}{2}kL^2 = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}}L$$