

# Fisica

Leonello Servoli

[Leonello.servoli@pg.infn.it](mailto:Leonello.servoli@pg.infn.it)

Tel.: 0039-348-3345847

<http://www.fisica.unipg.it/~servoli>

# *Il Corso: istruzioni per l'uso*

## *Orario 17 ore*

<b>17 febbraio</b>	<b>11-13</b>	<b>1</b>
<b>17 febbraio</b>	<b>14-16</b>	<b>2</b>
<b>18 febbraio</b>	<b>9-12</b>	<b>3</b>
<b>19 febbraio</b>	<b>9-12</b>	<b>4</b>
<b>20 febbraio</b>	<b>11-13</b>	<b>5</b>
<b>20 febbraio</b>	<b>14-16</b>	<b>6</b>
<b>21 febbraio</b>	<b>14-17</b>	<b>7</b>

# Il movimento

Ingredienti fondamentali:

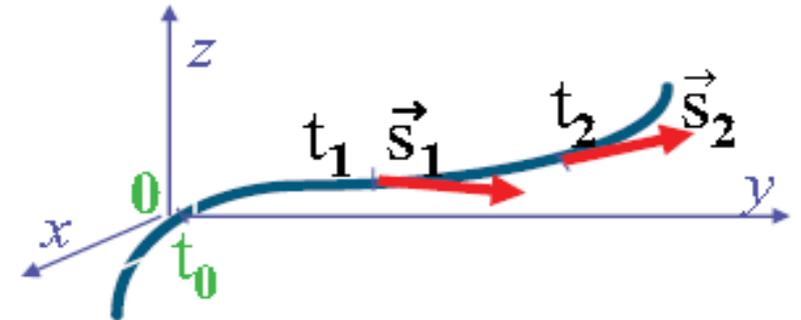
Distanza → variazione di lunghezza

Durata → variazione di tempo

rispetto a una situazione iniziale fissa e nota

→ sistema di riferimento

→ condizioni iniziali  
("punto di partenza")



E' un fenomeno **non istantaneo**:  
il **tempo** e' un **parametro fondamentale**  
e funge da **variabile indipendente**

# Spostamento

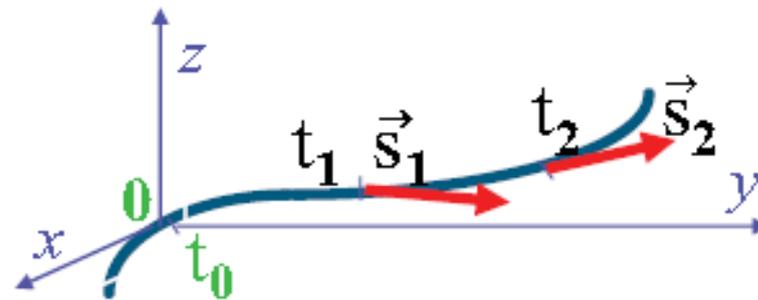
Per una **descrizione completa**:

quanta strada si percorre → **modulo**  
quale strada si prende → **direzione**  
verso dove si va → **verso**  
da dove si parte → **punto appl.**

**VEETTORE**

$$\vec{s} = \vec{s}(t)$$

**Traiettoria =**  
linea descritta  
dal corpo  
durante il moto



= linea tangente al vettore  $\vec{s}$  in ogni punto a ogni istante

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

**unità di misura : metro (SI), centimetro (cgs)**

# Legge oraria

Relazione tra spazio percorso e tempo impiegato

$$s = f(t)$$

$$\Delta s = f(\Delta t)$$

$$t_1 \longrightarrow s_1 = s(t_1)$$

$$t_2 \longrightarrow s_2 = s(t_2)$$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = s(t_2) - s(t_1)$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\text{variazione: } a_2 - a_1 = \Delta a$$

$$(\text{opposta a differenza: } a_1 - a_2 = -\Delta a)$$

**Moto rettilineo:**

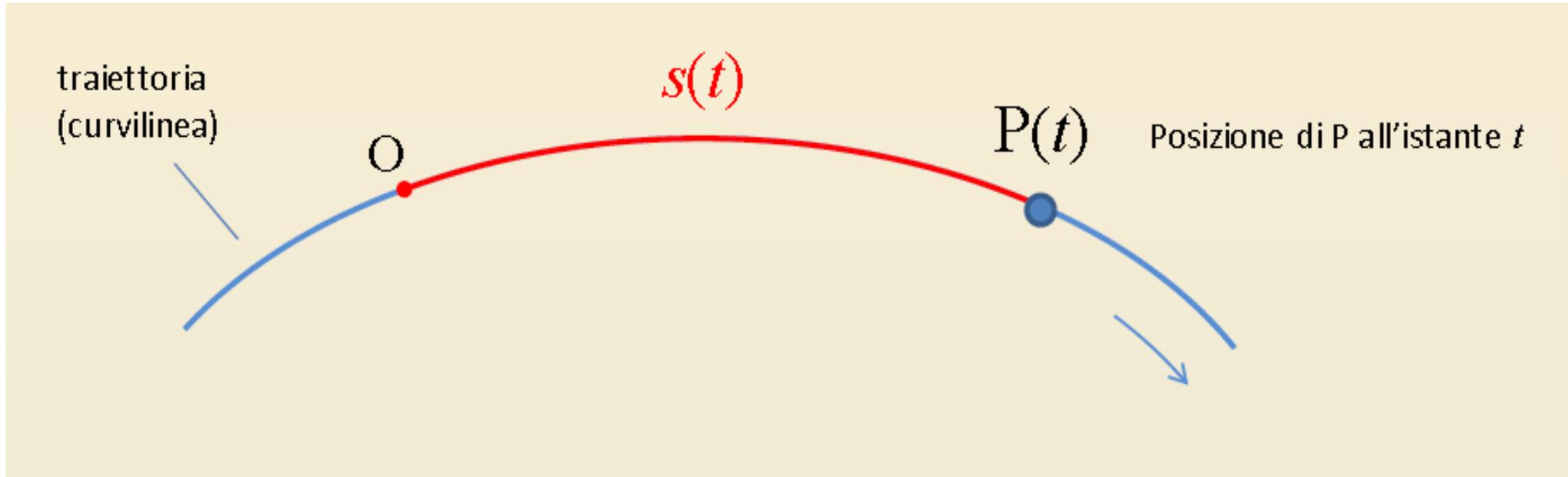
direz.moto = traiettoria  
descr.moto "media"

**Moto vario**

(circolare, armonico, ...):

direz.moto = tangente alla traiettoria  
descr.moto "istantanea"

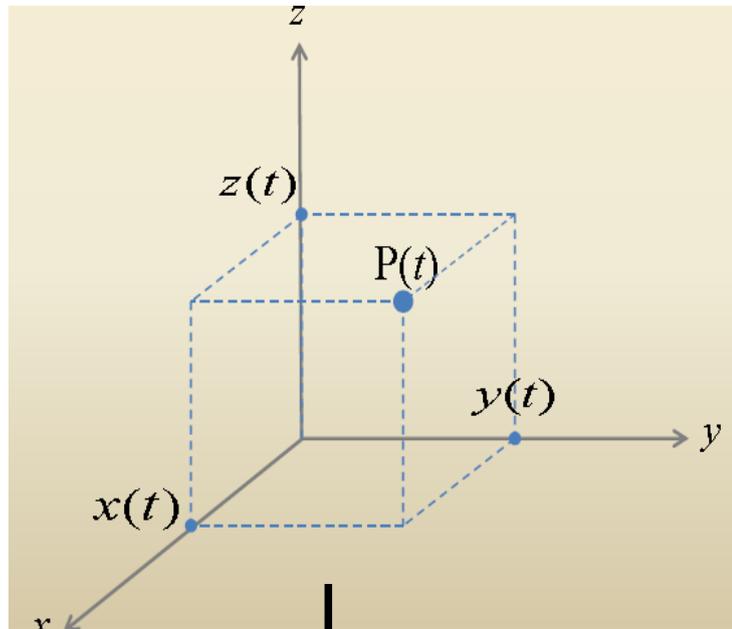
# Legge oraria



- 1) Equazione della traiettoria
- 2) Equazione oraria

Ma non sempre si conosce la traiettoria. Quindi.....

# Legge oraria



Vettore posizione

$$OP(t) = \vec{r}(t)$$

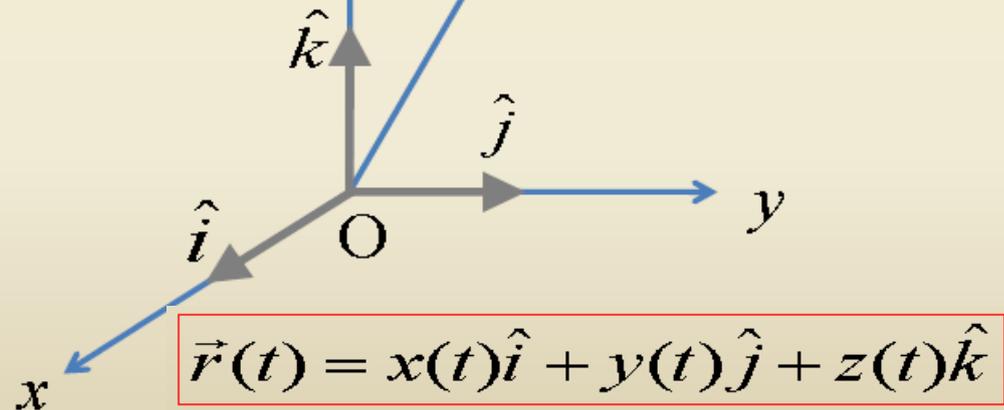
Posizione di P all'istante  $t$

$P(t)$

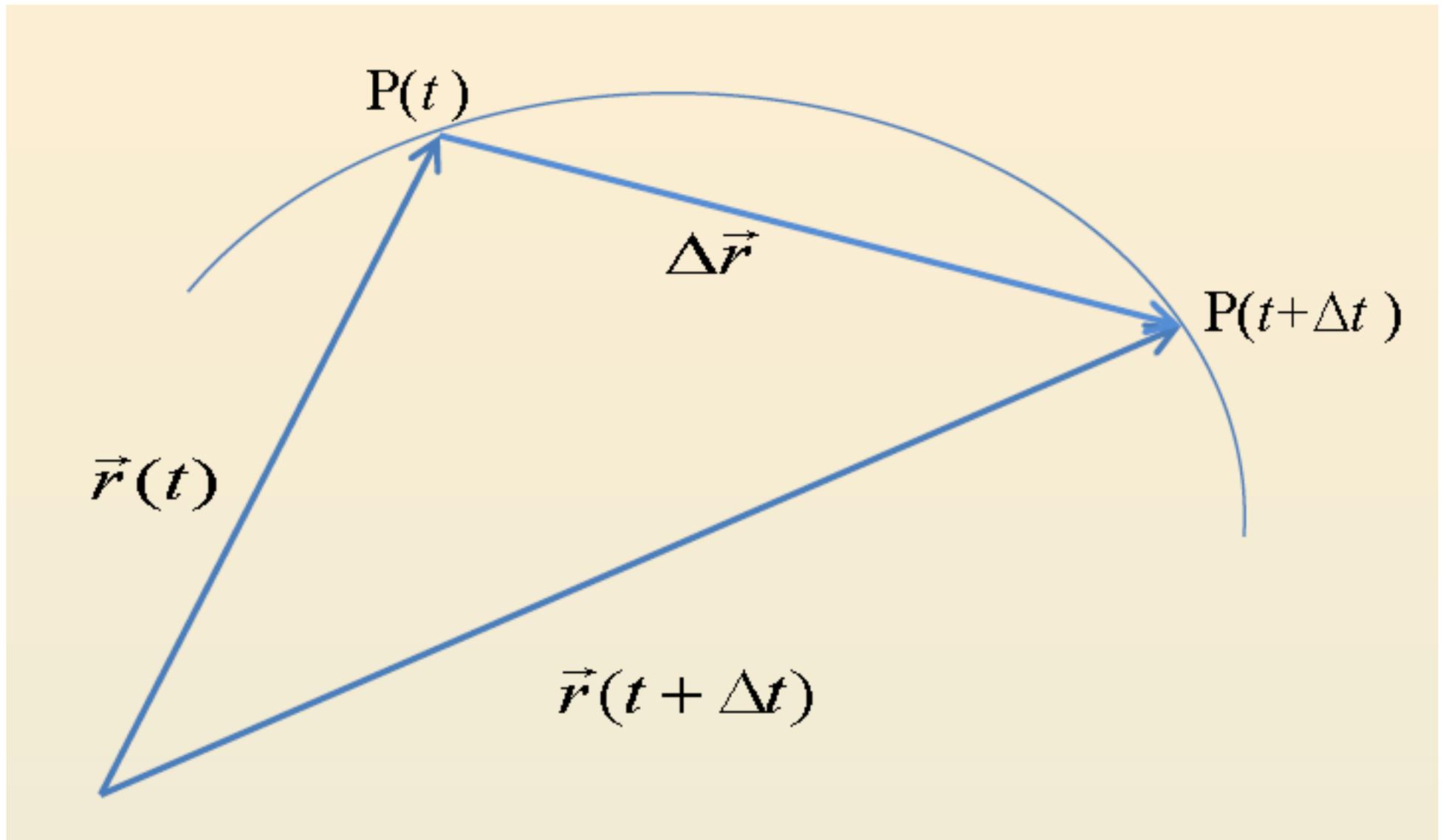
$\vec{r}(t)$

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

*Equazioni  
parametriche  
del moto*



# Vettore spostamento



# Velocità

velocità media =  $\frac{\text{spazio percorso}}{\text{intervallo di tempo}}$

*definizione*

$$\bar{v} = \frac{d\bar{s}}{dt}$$

$$\frac{m}{s}$$

*formula*

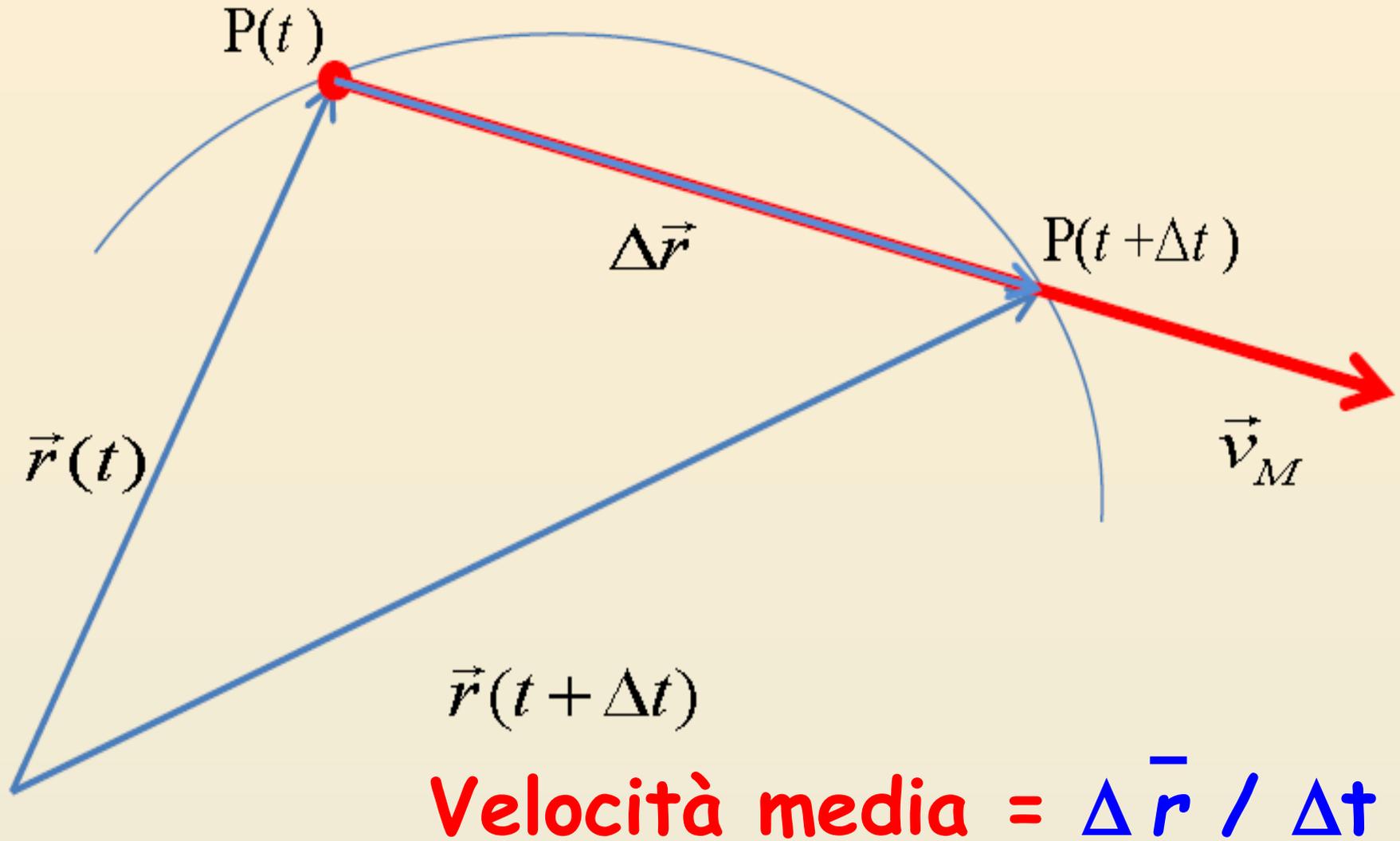
*unità di misura*

SI	cgs	pratico
m/s	cm/s	km/h

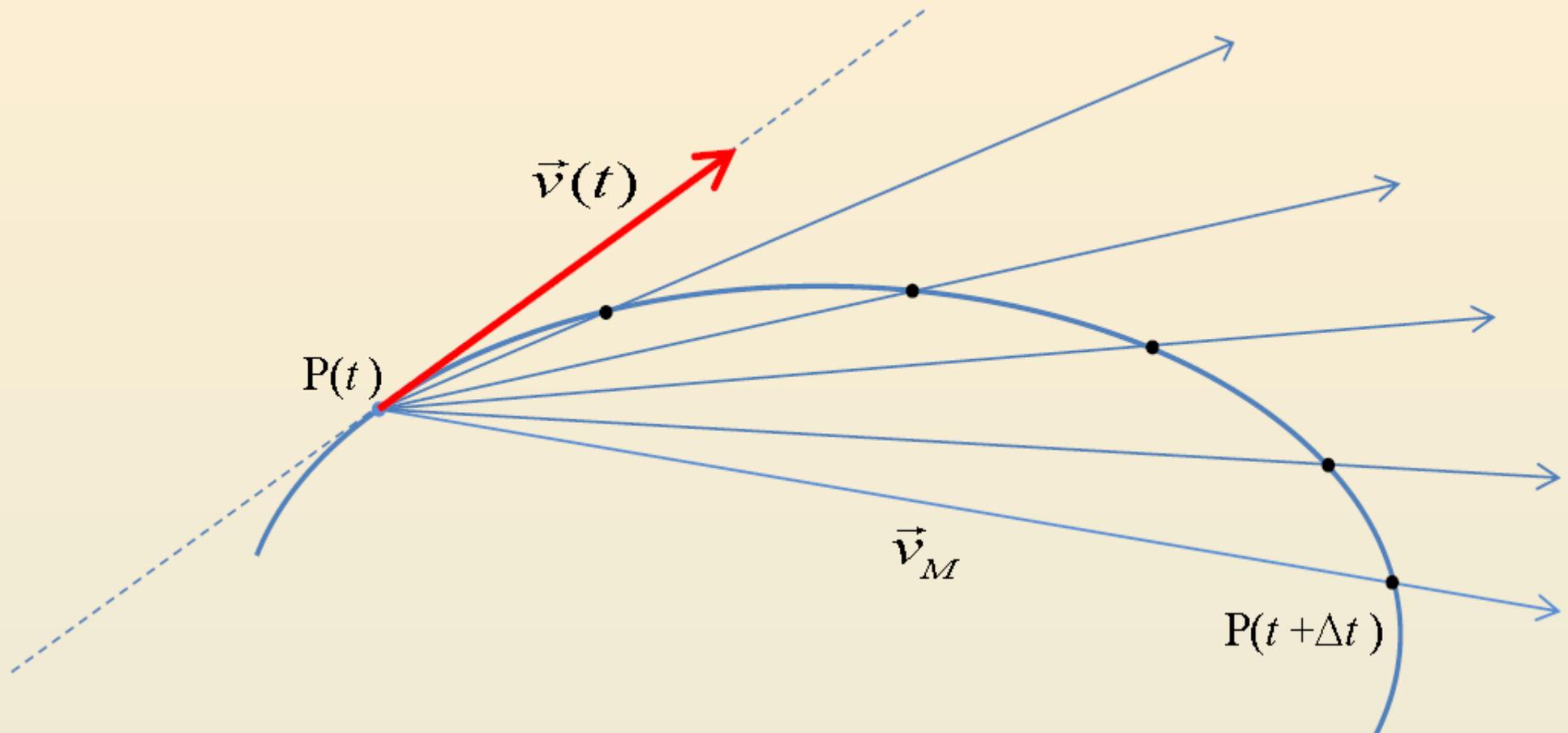
**Esempio:**  
**cambio di unità di misura**

$1 \frac{km}{h} = \frac{1000 m}{3600 s} = 0.28 \frac{m}{s}$
$1 \frac{m}{s} = \frac{0.001 km}{1/3600 h} = 3.6 \frac{km}{h}$

# Velocità



# Velocità istantanea



$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

# Moto uniforme

Velocità **costante**:

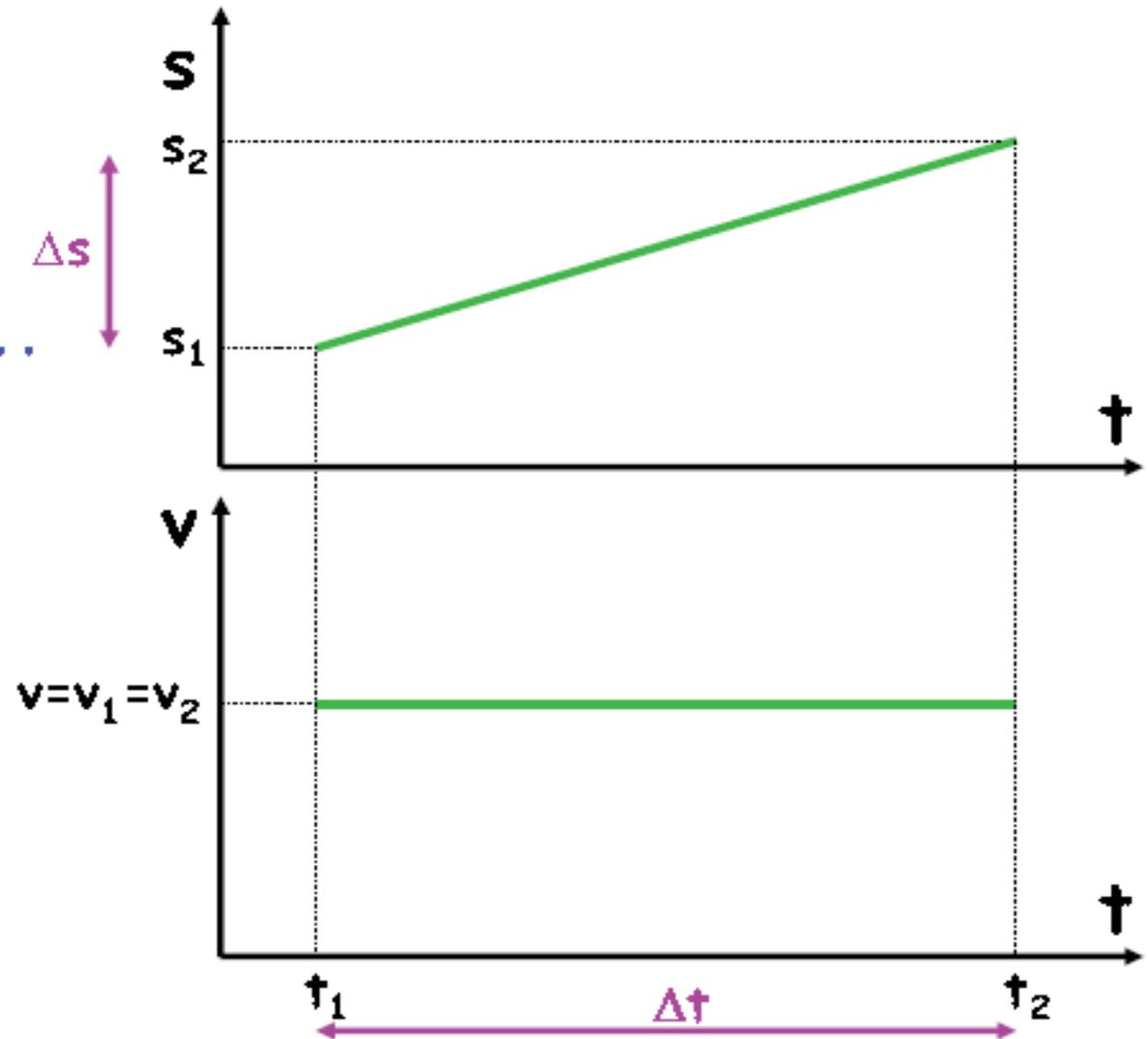
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$
$$= \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{s_3 - s_2}{t_3 - t_2} = \dots$$

$\Delta s$

$$= \text{costante}$$

**Legge oraria:**

$$s = v \cdot t (+s_0)$$



# Accelerazione (1)

Misura la *rapidità di variazione della velocità*:

$a > 0$  ( $\Delta v > 0$ )  $\rightarrow$  acceleraz.

$a < 0$  ( $\Delta v < 0$ )  $\rightarrow$  deceleraz. (frenamento)



Attenzione: "alta velocità" non significa accelerazione!



Es. auto da 0 a 100 km/h in 10 s  $\rightarrow$

$$a = \Delta v / \Delta t = [(100-0) \text{ km/h}] / (10 \text{ s}) = (27.78 \text{ m/s}) / (10 \text{ s}) = 2.78 \text{ m/s}^2$$

Ma: viaggio a velocità *costante* di 100 km/h per 1 ora  $\rightarrow$

$$a = \Delta v / \Delta t = [(100-100) \text{ km/h}] / (1 \text{ h}) = (0 \text{ m/s}) / (3600 \text{ s}) = 0 \text{ m/s}^2$$

# Accelerazione (2)

accelerazione =  $\frac{\text{variazione di velocità}}{\text{intervallo di tempo}}$   
media

*definizione*

$$\bar{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

*formula*

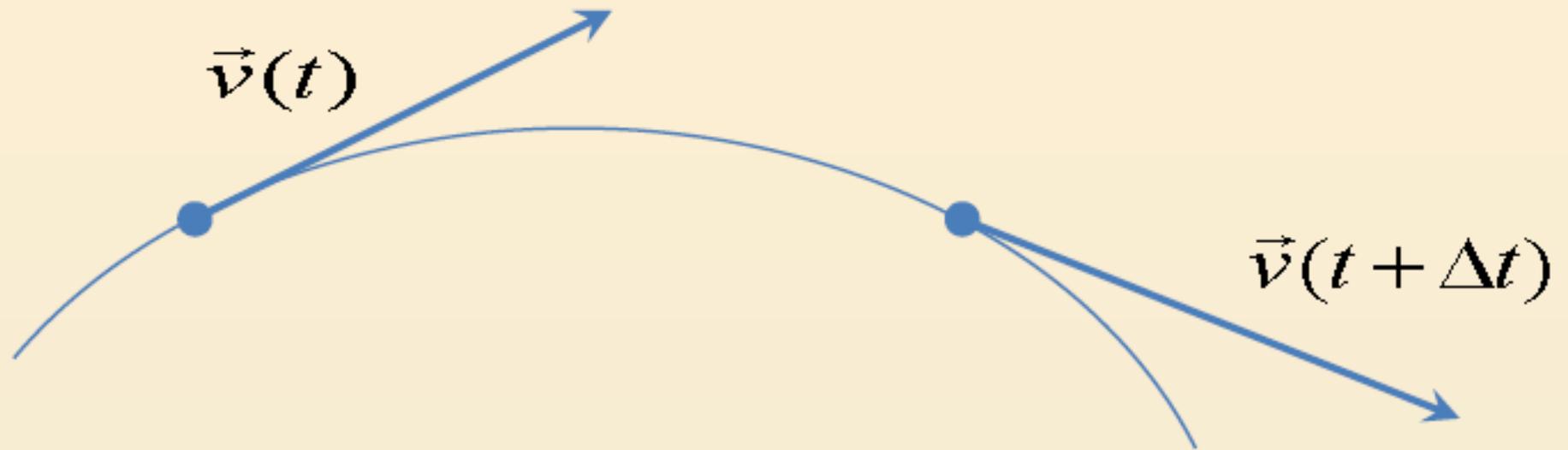
$$\frac{m}{s^2}$$

*unità di misura*

**SI**  
 $m/s^2$

**cgs**  
 $cm/s^2$

# Accelerazione media e istantanea



$$\vec{a}_M = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

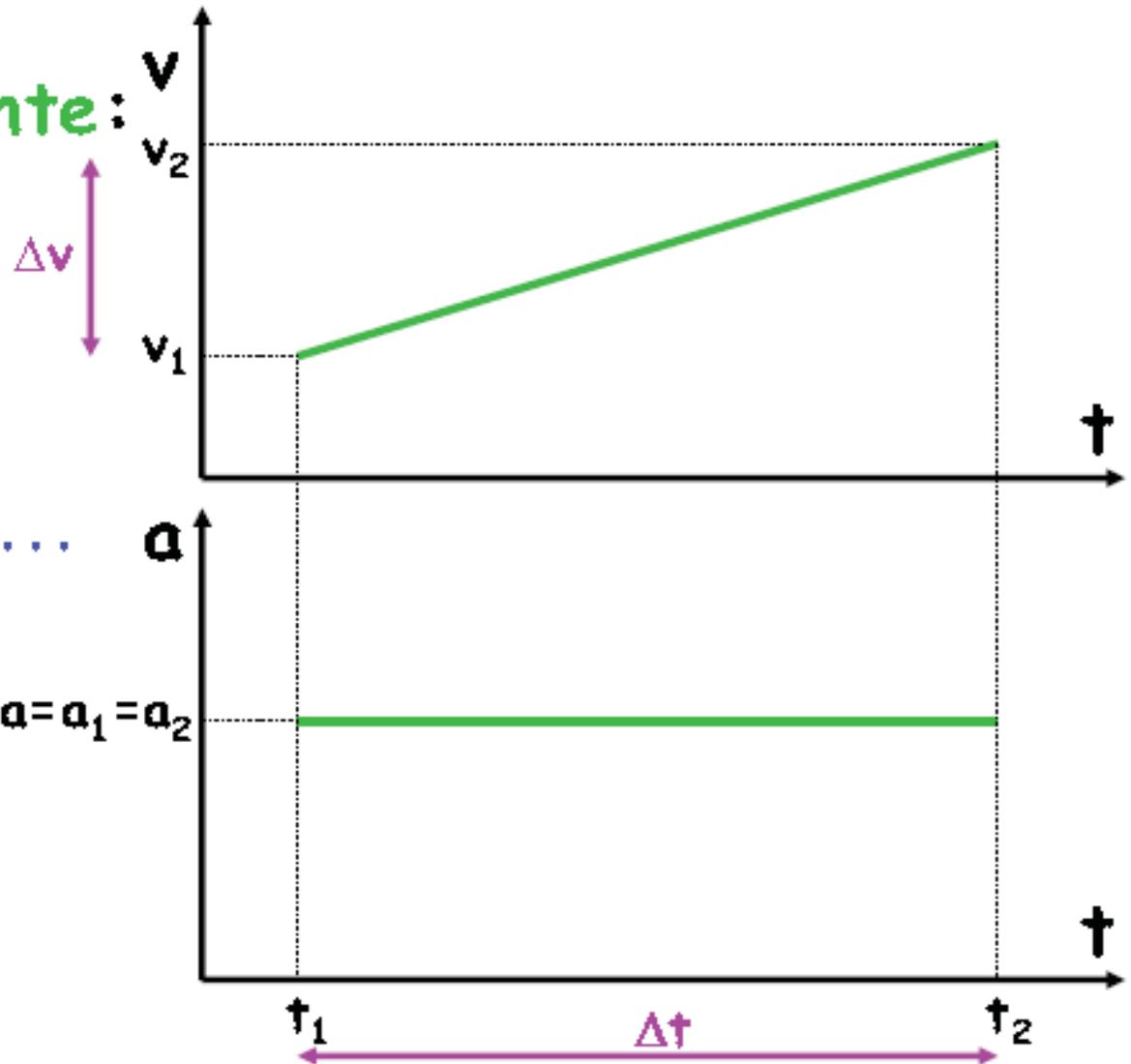
# Moto uniformemente accelerato (1)

Accelerazione **costante**:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$= \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2} = \dots$$

= **costante**



## Moto uniformemente accelerato (2)

Per trovare la posizione  $x$  dopo che è passato un tempo  $t$  possiamo usare il calcolo differenziale (in una dimensione):

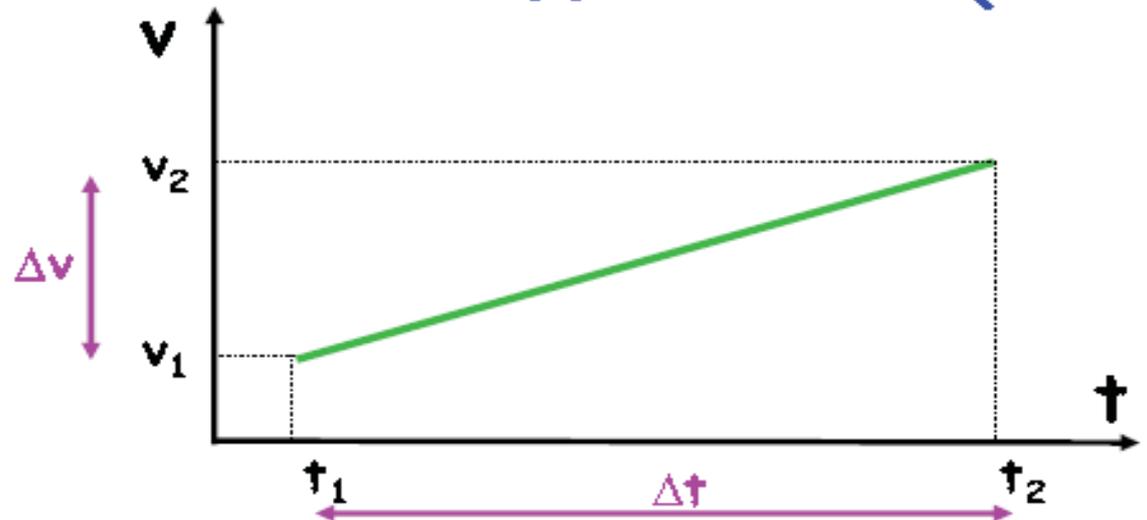
$$\frac{dv}{dt} = a = \text{costante}$$

$$\int dv = \int a dt$$

$$v = at + v_0$$

$$\frac{ds}{dt} = v = at + v_0$$

$$\int ds = \int (at + v_0) dt$$



**Legge oraria:**

$$s = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + s_0$$

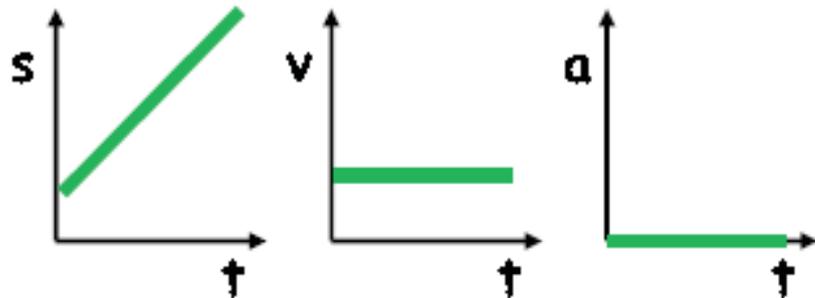
# Moti

## UNIFORME

$$s = v \cdot t + s_0$$

$$v = \textit{costante}$$

$$a = 0$$



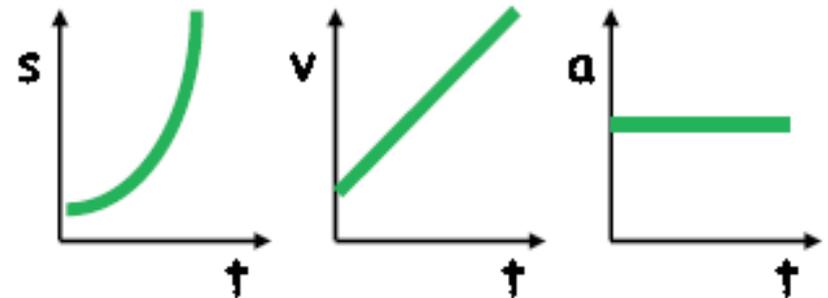
uniforme

## UNIFORMEMENTE ACCELERATO

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$$

$$v = a \cdot t + v_0$$

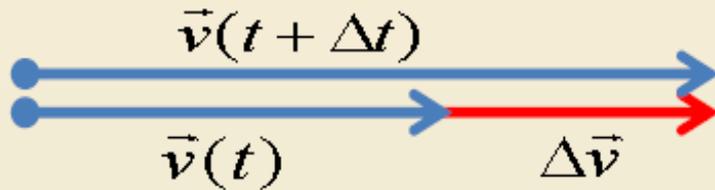
$$a = \textit{costante}$$



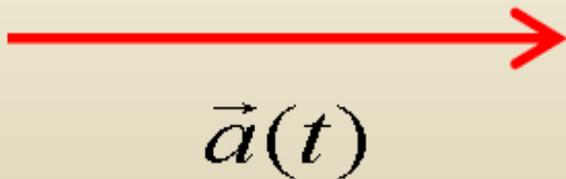
uniformemente accelerato

# Accelerazione tangenziale

*Accelerazione parallela alla velocità*



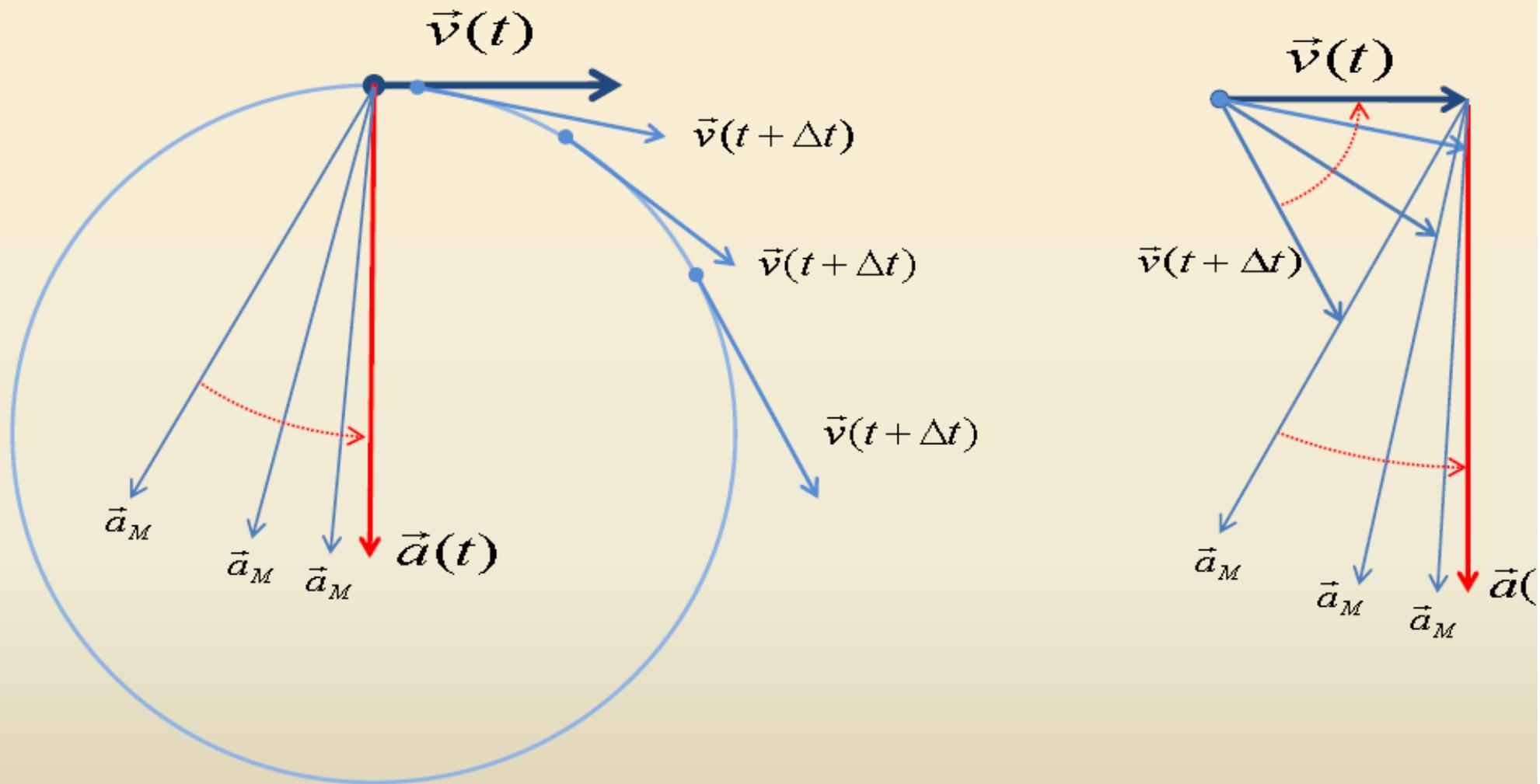
$$\Delta\vec{v} = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)$$



$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

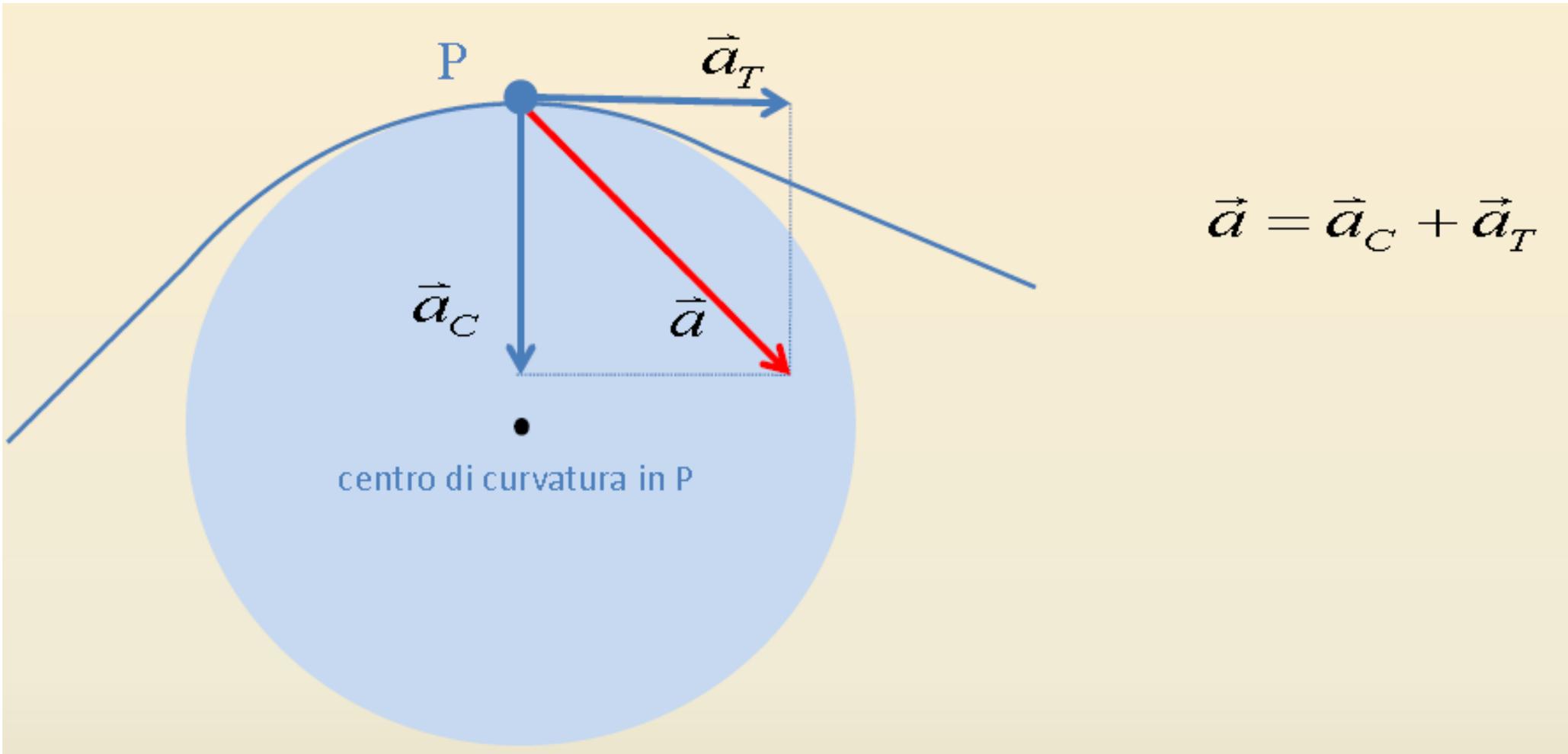
# Accelerazione centripeta (normale)

*Accelerazione perpendicolare alla velocità*

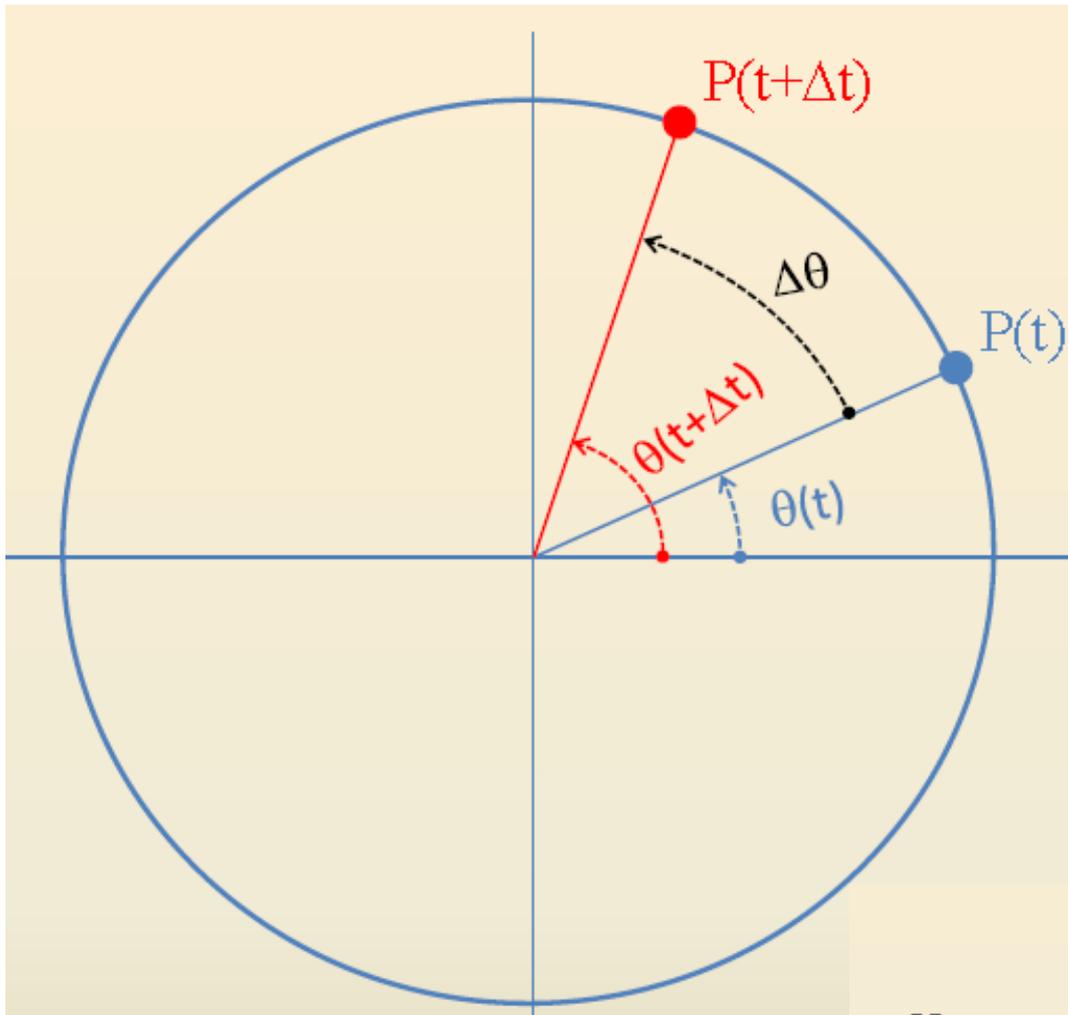


# Accelerazione centripeta (normale)

*Accelerazione sempre scomponibile in parallela e perpendicolare*



# Velocità angolare



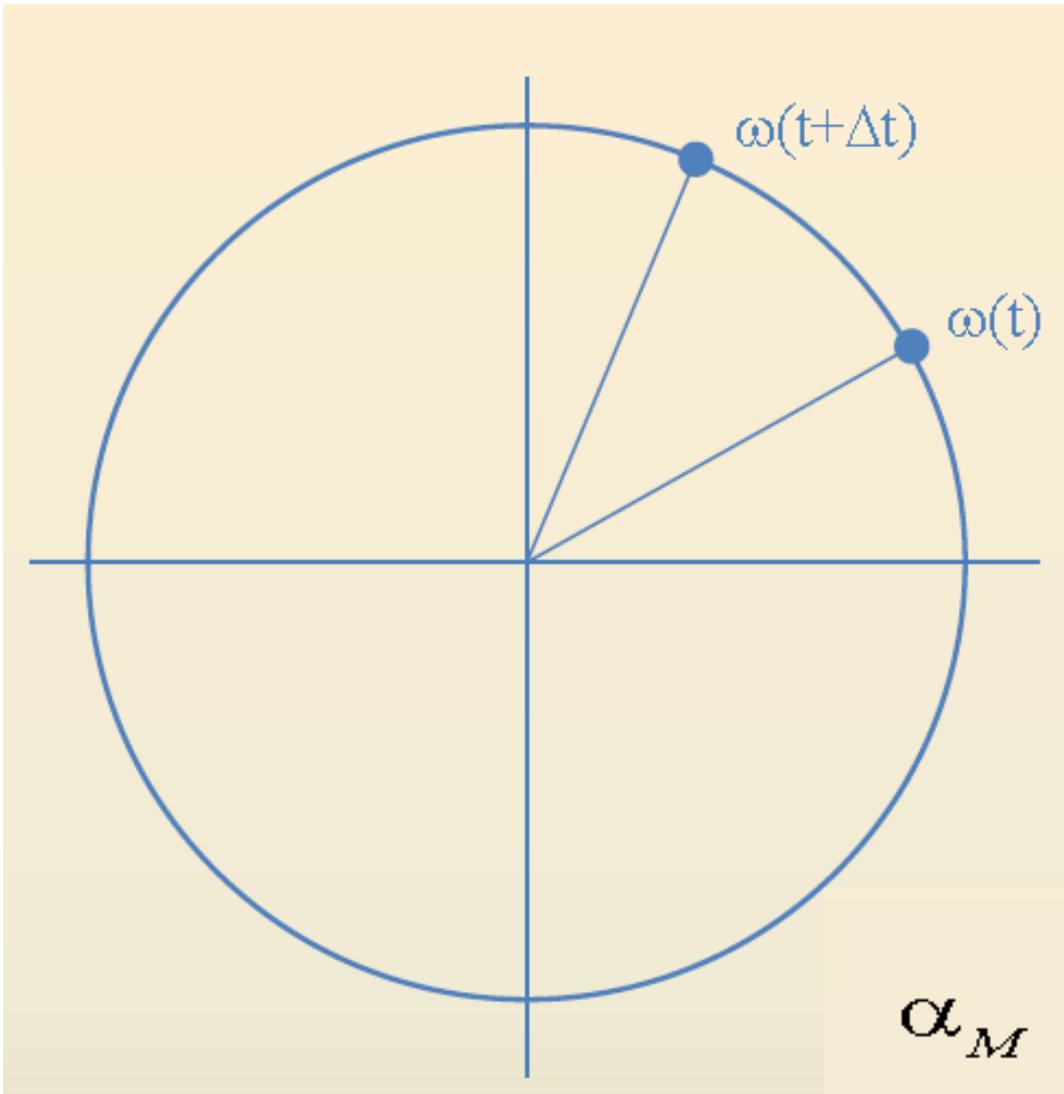
**Spostamento angolare:**

$$\Delta\theta = \theta(t + \Delta t) - \theta(t)$$

**Velocità angolare media:**

$$\omega_M = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta(t + \Delta t) - \theta(t)}{\Delta t}$$

# Velocità angolare



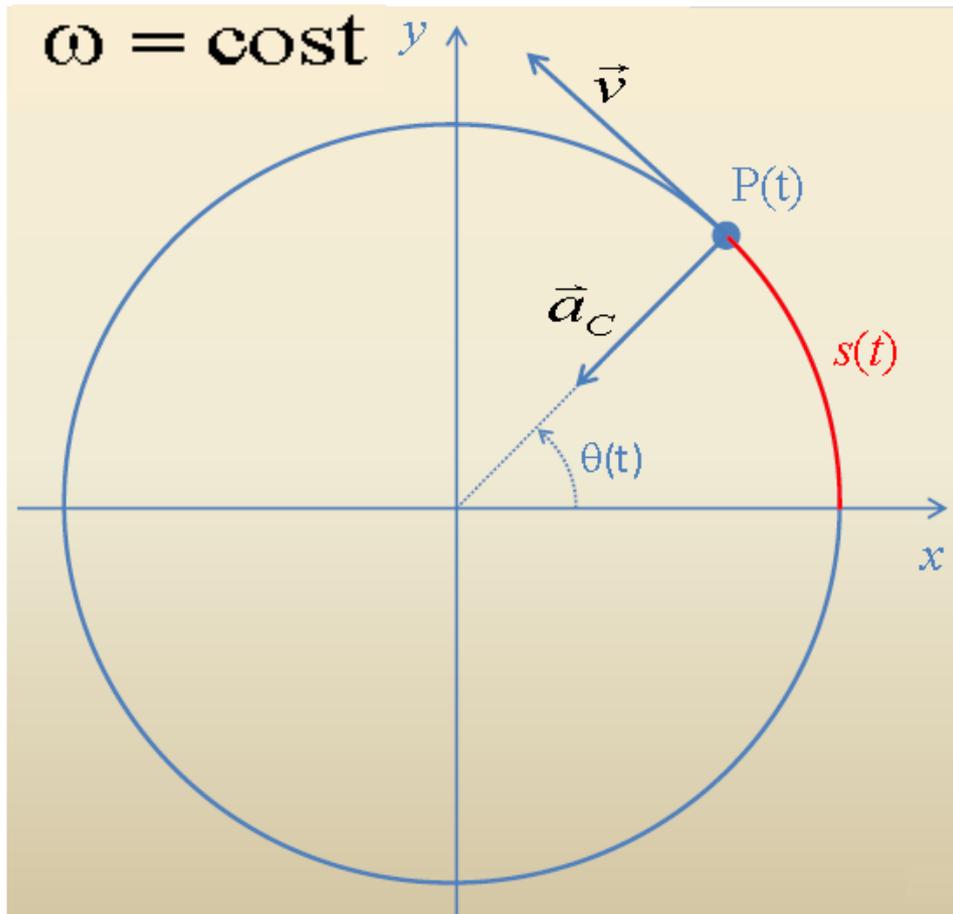
***Variazione velocità angolare:***

$$\Delta\omega = \omega(t + \Delta t) - \omega(t)$$

***Accelerazione angolare media:***

$$\alpha_M = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega(t + \Delta t) - \omega(t)}{\Delta t}$$

# Moto circolare uniforme



$$d\theta = \omega dt \longrightarrow \theta(t) = \omega t + \theta_0$$

**Equazione oraria:**

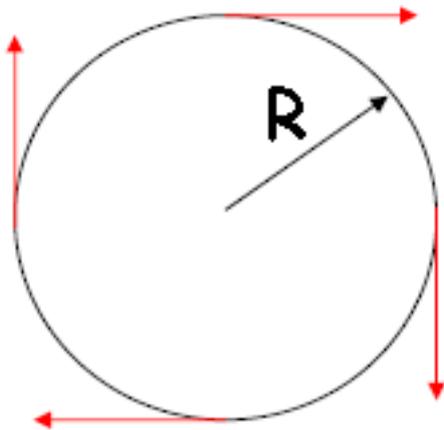
$$s(t) = r\omega t + s_0$$

**Velocità istantanea:**

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta s|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} r \frac{|\Delta \theta|}{\Delta t} = r \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \theta|}{\Delta t} = r|\omega|$$

# Moto circolare uniforme

Supponiamo di avere un corpo che si muova su di una circonferenza di raggio  $R$  con modulo della velocità costante

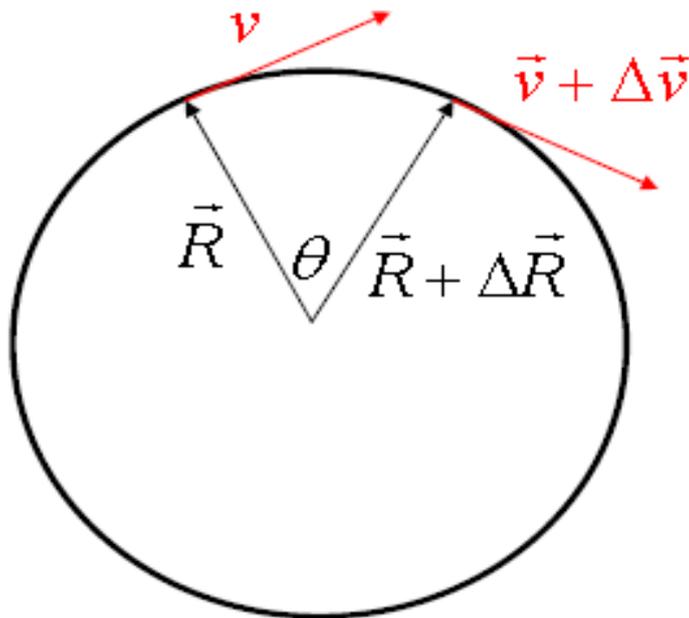


La velocità

$\vec{v}$

non è costante

# Moto circolare uniforme



I triangoli **(A)** e **(B)** sono simili e quindi

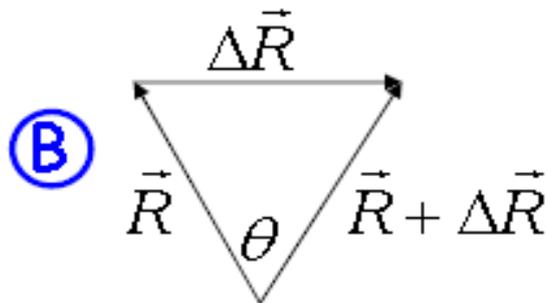
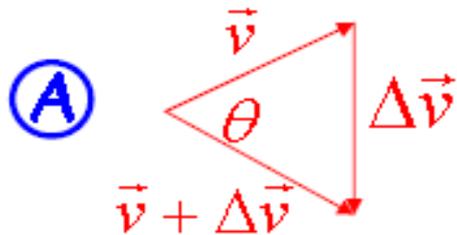
$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta R}{R}$$

Dividendo per il tempo avremo

$$\frac{1}{v} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1}{R} \frac{\Delta R}{\Delta t}$$

Per  $\Delta t \rightarrow 0$  avremo

$$\frac{1}{v} a_R = \frac{v}{R}$$



*accelerazione  
centripeta*

$$a_R = \frac{v^2}{R}$$

# Accelerazione di gravità (1)

È un dato sperimentale che gli oggetti, non sostenuti, cadono verso la terra. Si nota che *spesso* la velocità di impatto con il suolo cresce al crescere della altezza dalla quale tali oggetti cadono.

Aristotele (384-322 a.C.) sosteneva che i corpi pesanti cadono più velocemente di quelli leggeri.

Galileo (1564-1642) per mezzo di osservazioni fatte a Pisa fra il 1589 ed il 1592, trascurando l'effetto dell'aria, affermò:

1. l'accelerazione di gravità è la stessa, per tutti gli oggetti che cadono, qualunque sia la loro grandezza o natura
2. l'accelerazione di gravità è costante

## Accelerazione di gravità (2)

1. l'accelerazione di gravità è la stessa, per tutti gli oggetti che cadono, qualunque sia la loro grandezza o natura
2. l'accelerazione di gravità è costante

Queste due affermazioni non sono *banali*. Infatti l'esperienza di tutti i giorni dice che le monete cadono più velocemente dei pezzi di carta (disaccordo con 1) oggetti fatti cadere da grandi altezze raggiungono una velocità massima o velocità limite (disaccordo con 2)

# Accelerazione di gravità (3)

Tutto dipende dall'aria. Utilizzando un cilindro nel quale sia possibile fare il vuoto (Tubo di Newton) si possono dimostrare le due affermazioni:

1. l'accelerazione di gravità  $g$  è la stessa, per tutti gli oggetti che cadono, qualunque sia la loro grandezza o natura
2. l'accelerazione di gravità è costante

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

*al livello del mare*



T D N  
U I E  
B W  
O T  
O N

## Accelerazione di gravità (4)

Supponiamo di avere un corpo che venga fatto cadere, *da fermo*, da un'altezza  $h=84$  m. Calcolare il tempo di arrivo e la velocità di impatto.

Poiché agisce l'accelerazione di gravità  $g$ , il moto sarà uniformemente accelerato e quindi, nel nostro caso, possiamo scrivere

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

$$t^2 = \frac{2h}{g} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 84 \text{ m}}{9.8 \text{ ms}^{-2}}} = \sqrt{17.1 \text{ s}^2} = 4.1 \text{ s}$$

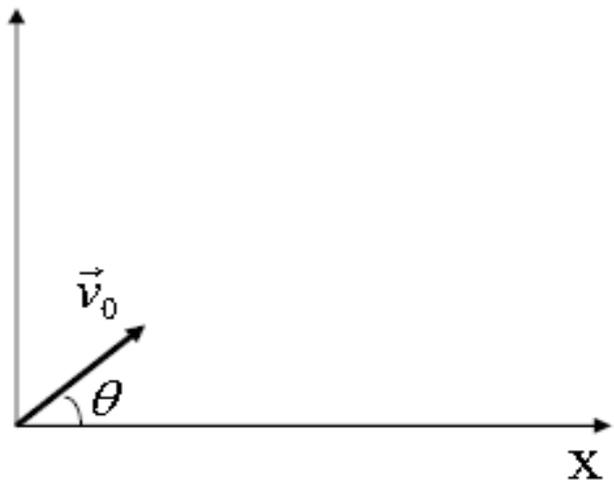
$$v = gt = 40.6 \text{ ms}^{-1} = 146.1 \text{ Km/h}$$

**Sono indipendenti dalla massa**

# Moto dei proiettili (1)

Trascurando l'attrito dell'aria, si osserva, sperimentalmente, che il moto di un proiettile è bi-dimensionale, cioè avviene in un piano.

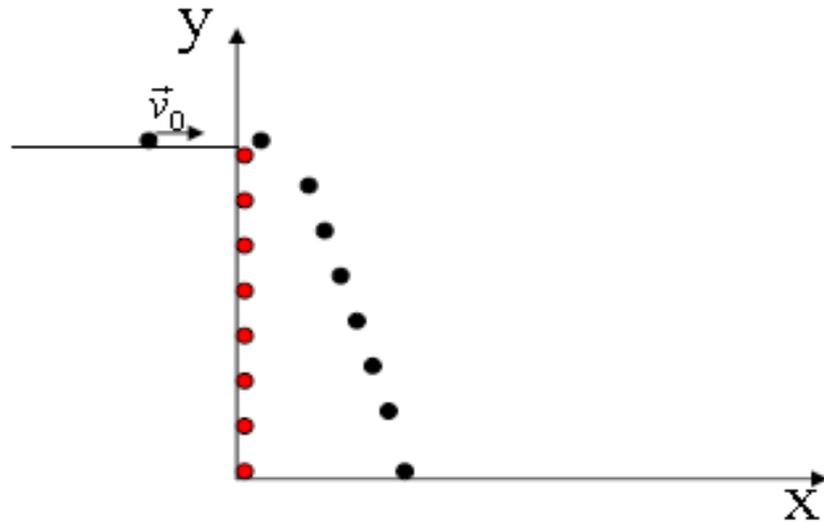
L'unica accelerazione presente è  $g$  ed essa è diretta lungo l'asse  $y$ .



Lungo l'asse delle  $x$  non vi sono accelerazioni e quindi, lungo l'asse delle  $x$ , il moto è rettilineo uniforme, mentre lungo l'asse delle  $y$ , grazie alla costanza di  $g$ , sarà uniformemente accelerato.

## MOTO SEPARABILE

# Moto dei proiettili (3)



- parte con velocità orizzontale e verticale nulle

- parte con velocità verticale nulla ed orizzontale  $\vec{v}_0$

**Cadono nello stesso tempo**

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = h - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = h - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Il tempo di caduta è quello che serve ad azzerare la quota

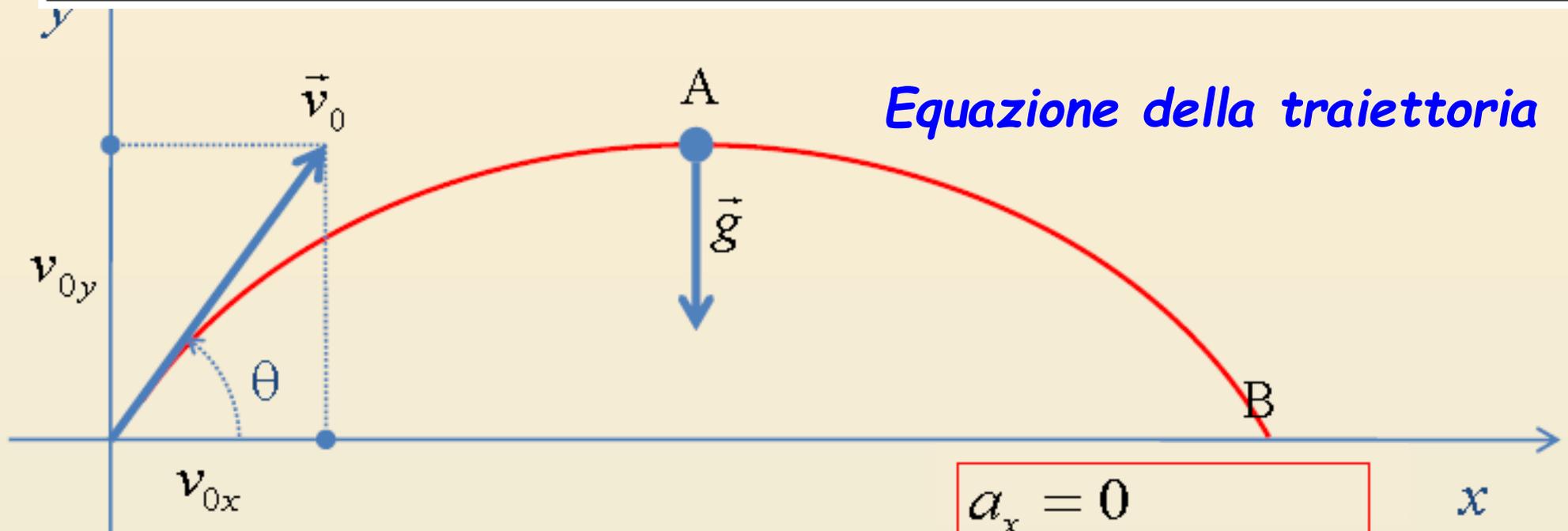
$$y = 0 = h - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\frac{1}{2}gt^2 = h$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

sia per • che per •

# Moto di un proiettile



$$a_y = -g$$

$$v_y = -gt + v_{0y}$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t$$

$$a_x = 0$$

$$v_x = \cos t = v_{0x}$$

$$x = v_{0x}t$$

$$y = -\left(\frac{g}{2v_{0x}^2}\right)x^2 + \left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right)x$$

# Il movimento: dal come al perché

Per mettere in moto un corpo fermo  
Per fermare un corpo in moto

Per variare un moto  
bisogna intervenire dall'esterno

Variazione di moto  $\longleftrightarrow$  Causa esterna

Solo l'intervento di una causa esterna può  
far iniziare un moto                      far cessare un moto  
far variare un moto (variando la velocità)

Una causa esterna non può essere altro che  
**una interazione con un "altro corpo"**

es. interaz. a contatto  $\rightarrow$  sforzo muscolare, attrito, ecc.

interaz. a distanza  $\rightarrow$  gravità, attraz.magnetica, ecc.

# Cos'è una forza?

**Forza** = qualunque causa esterna che produce una variazione dello stato di moto o di quiete di un corpo

## Alcuni fatti sperimentali dall'esperienza quotidiana:

Es.

Con una forza muscolare si riesce a spostare un corpo "leggero" ma non un corpo troppo "pesante".

Per rallentare un corpo in moto bisogna trattenerlo a forza o farlo muovere su una superficie ruvida.

Una superficie riesce a sostenere un corpo "pesante" se è molto solida e se il peso è ben distribuito su di essa.

Se un corpo viene tirato o spinto da parti opposte può deformarsi, rompersi o muoversi in una delle due direzioni a seconda del materiale di cui è composto e della forza trainante.



3 principi della  
Dinamica

# Le Forze

E' di Newton (1642-1727) l'idea che le cause dei moti siano le forze.

Sperimentalmente si nota che la forza è un vettore.

Quando si spinge o si tira un oggetto si esercita su di esso una

forza  $\vec{F}$

# I principi della dinamica (1)

Galileo ha scoperto il I° Principio della Dinamica (detto principio di inerzia), la cui formulazione attuale è dovuta a Newton

**Un corpo non soggetto a forze o è fermo o si muove di moto rettilineo uniforme**

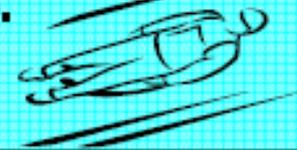
# Principio d'inerzia

Un corpo "naturalmente" è fermo o si sta muovendo di moto rettilineo uniforme ( $\vec{v} = \text{costante}$ )

*Questo non è intuitivo!*

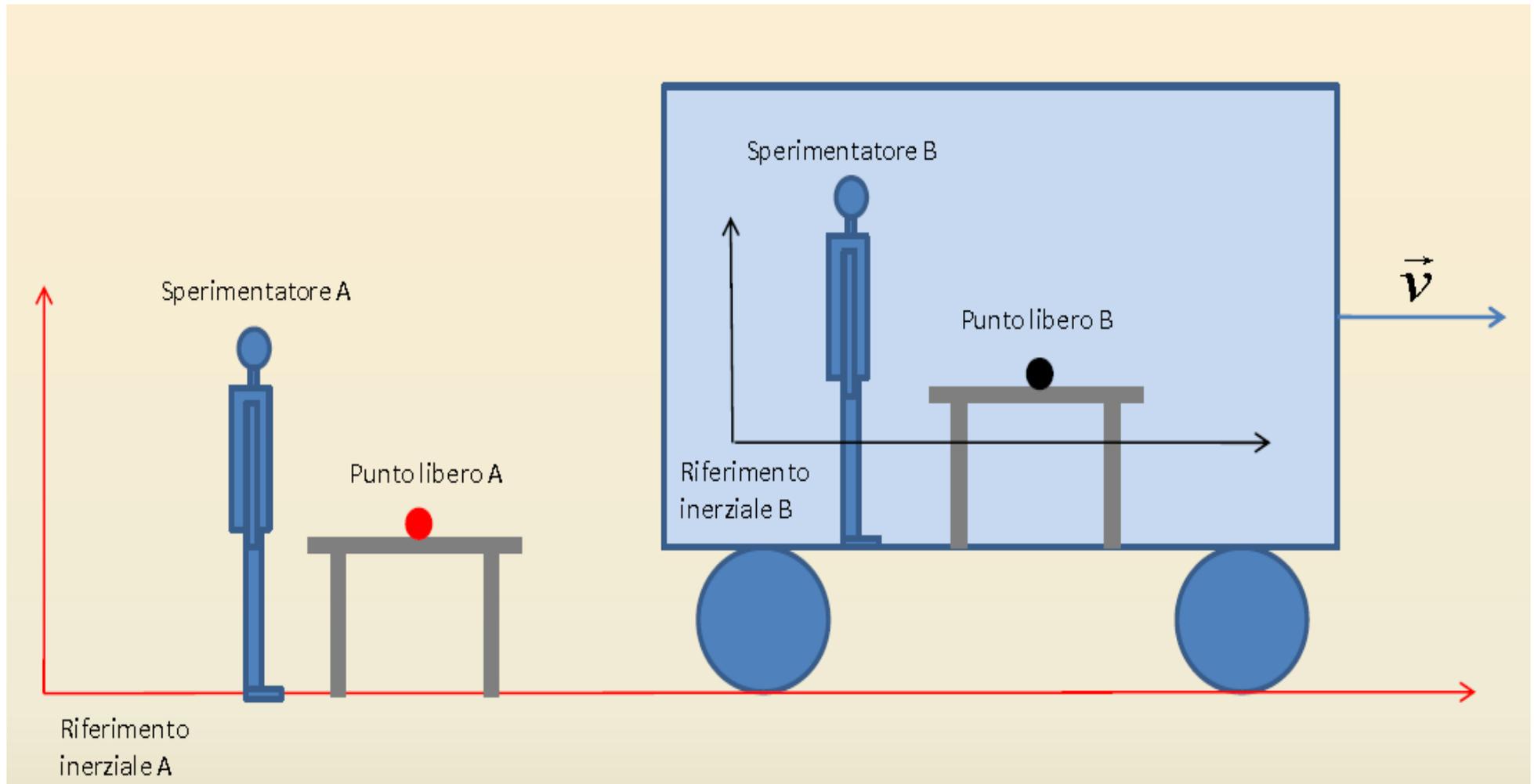
Esperienza: un corpo in moto dopo un po' si ferma.  
Ma sulla Terra **nessun corpo è isolato**: c'è sempre **attrito**.  
Riducendo l'attrito si prolunga il moto.  
**Se non ci fosse attrito il moto continuerebbe all'infinito.**

Es.



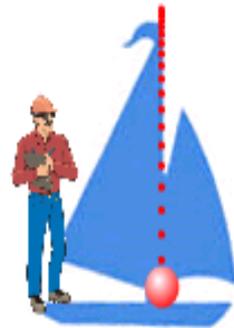
**No forza** → **No variazione stato di moto**  
→ **No variazione di velocità** → **No accelerazione**  
→ **Quiete o moto rettilineo uniforme**

# Principio d'inerzia



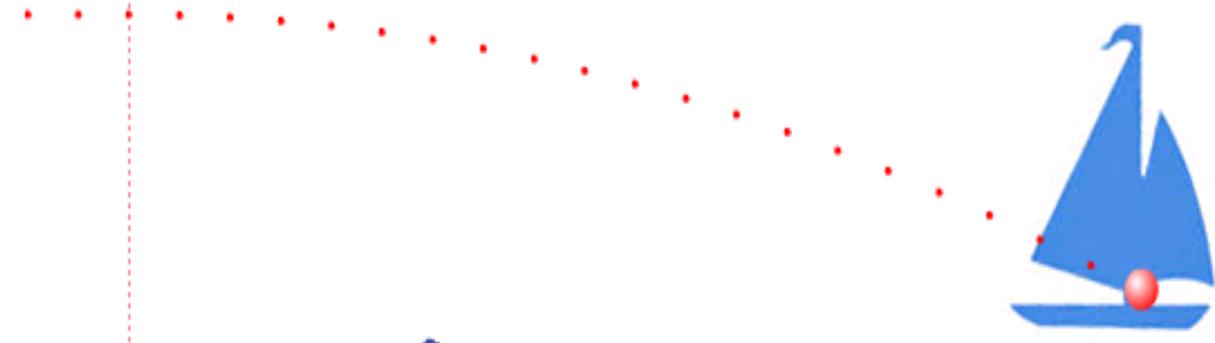
# Principio d'inerzia

Dropping a Ball From the Top of the Mast of a Moving Sailboat



The Ball Lands at the Foot of the Mast in Both Frames

Frame of Reference Where the Boat is Stationary



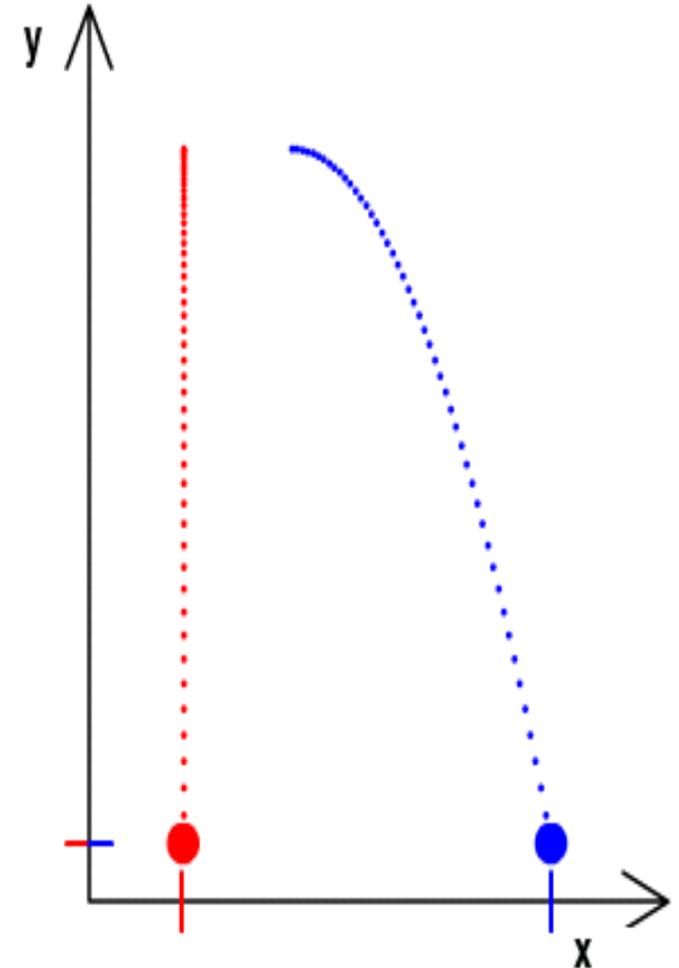
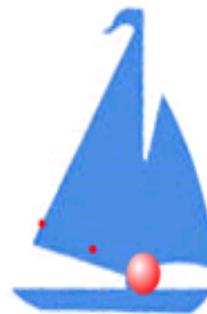
Ball Dropped Here

Air resistance is negligible

Copyright © 2003 David M. Harrison



Frame of Reference Where the Boat is Moving to the Right at Constant Speed



## I principi della dinamica (2)

Le spiegazioni scientifiche, nella opinione di Newton, non sono più legate ai semplici concetti di moto, ma sono pensate piuttosto come relazioni fra più elementi che possono essere misurati (*le osservabili*).

Newton, per produrre il proprio lavoro, non ha una matematica sufficiente e quindi inventa il *calcolo differenziale* connettendo, in maniera anche formalmente corretta, le tre osservabili cinematiche:

**spazio, velocità ed accelerazione**

# I principi della dinamica (2b)

Accelerazione



Velocità



Spazio

$a(t)$

Condizioni al contorno

$$v(t) = \int a(t) dt + v_0$$

$$s(t) = \int v(t) dt + s_0 = \int \left( \int a(t) dt + v_0 \right) dt + s_0$$

## I principi della dinamica (3)

Quando ad un oggetto è applicata una forza l'oggetto acquista una accelerazione nella stessa direzione della forza (II° Principio della Dinamica). Le intensità di  $F$  e di  $a$  sono proporzionali, se si raddoppia  $F$ , raddoppia  $a$ .

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$[\vec{F}] = kg \ m \ s^{-2} = N \quad \text{MKS} \quad [\vec{F}] = g \ cm \ s^{-2} = \text{dyne} \quad \text{cgs}$$

# I principi della dinamica (3a)

**Il II° Principio della Dinamica dice che la forza è la causa e l'accelerazione è l'effetto.**

**La forza è causa dei moti perché produce un'accelerazione, la quale è la variazione nel tempo della velocità e quindi lo stato di moto del corpo cambia.**

# Newton e dyne

forza = massa · accelerazione

$$F = ma$$

N

SI: **Newton** →  $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2$

↓ 100000

↓ 1000

↓ 100

cgs: **dyne** →  $1 \text{ dyne} = 1 \text{ g} \cdot 1 \text{ cm/s}^2$

1 N = forza che, applicata a un corpo di massa 1 kg, produce un'accelerazione di 1 m/s<sup>2</sup>

1 dyne = forza che, applicata a un corpo di massa 1 g, produce un'accelerazione di 1 cm/s<sup>2</sup>

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2 = 10^3 \text{ g} \cdot 10^2 \text{ cm/s}^2 = 10^5 \text{ dyne}$$

$$1 \text{ dyne} = 1 \text{ g} \cdot 1 \text{ cm/s}^2 = 10^{-3} \text{ kg} \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2 = 10^{-5} \text{ N}$$

Es.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Forza e accelerazione  
sono grandezze vettoriali  
direttamente proporzionali.  
Il loro rapporto è la massa,  
costante dipendente dal corpo in  
esame.

→  $F/a = \text{costante}$  → **MASSA**  
dipendente dal tipo (natura, forma, dimensioni) di corpo  
**PROPRIETA' INTRINSECA DEL CORPO**  
**GRANDEZZA SCALARE FONDAMENTALE** → **Kg (MKS), g (cgs)**

# I principi della dinamica (4)

Se la forza è costante, dal II° Principio della Dinamica, l'accelerazione è costante e quindi il moto deve essere uniformemente accelerato, infatti (in una dimensione per semplicità)

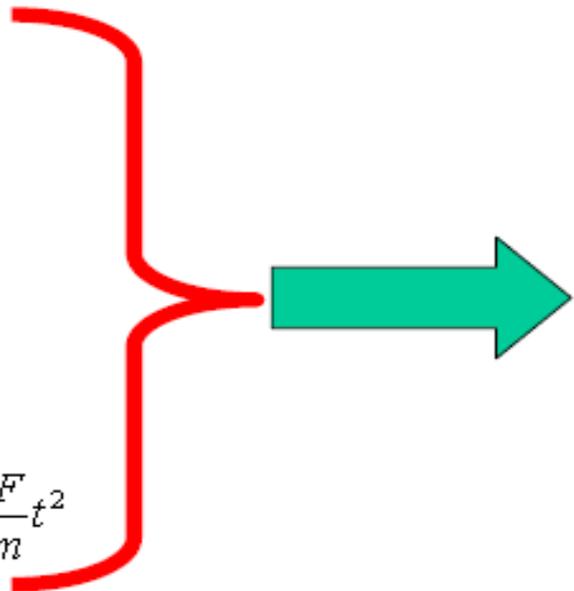
$$a = \frac{F}{m} = \text{cost}$$

$$\frac{dv}{dt} = a = \frac{F}{m}$$

$$dv = \frac{F}{m} dt \Rightarrow \int dv = \frac{F}{m} \int dt \Rightarrow v = \frac{F}{m} t$$

$$\frac{dx}{dt} = v = \frac{F}{m} t$$

$$dx = \frac{F}{m} t dt \Rightarrow \int dx = \frac{F}{m} \int t dt \Rightarrow x = \frac{1}{2} \frac{F}{m} t^2$$

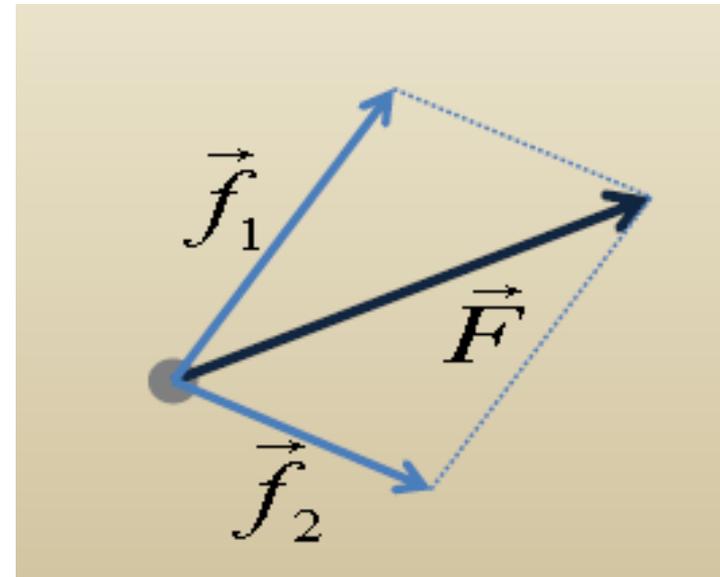

$$x = \frac{1}{2} at^2$$

Equazione  
oraria del  
moto  
uniformemente  
accelerato

# Il Principio di Sovrapposizione

Quando più forze sono applicate contemporaneamente ad un punto, l'effetto complessivo è uguale a quello che si ottiene applicando al punto la risultante (somma vettoriale) delle singole forze.

$$\vec{F} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3 + \dots$$



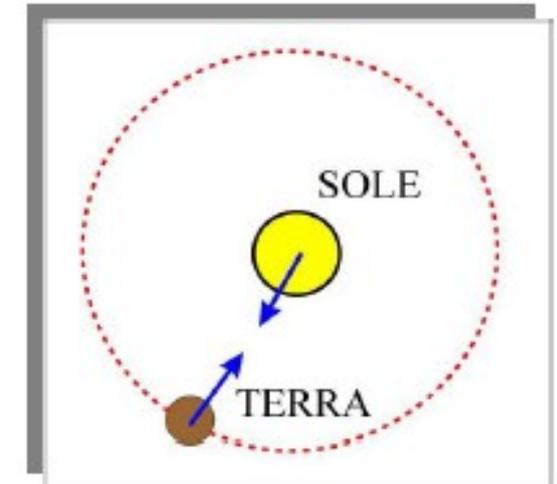
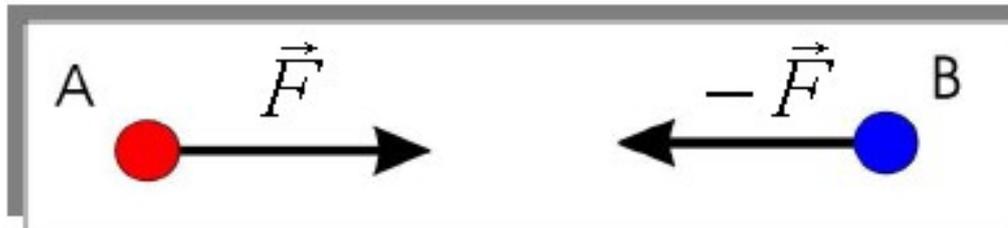
# I principi della dinamica (5)

## III° Principio della Dinamica (*principio di azione e reazione*)

Se un corpo A esercita una forza  $\vec{F}_{AB}$  su di un corpo B, quest'ultimo esercita su A una forza  $\vec{F}_{BA}$  che ha lo stesso modulo e la stessa direzione di  $\vec{F}_{AB}$ , ma verso opposto

# Principio di azione e reazione

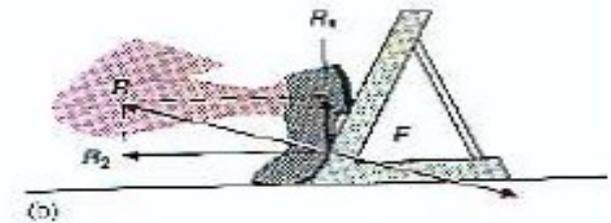
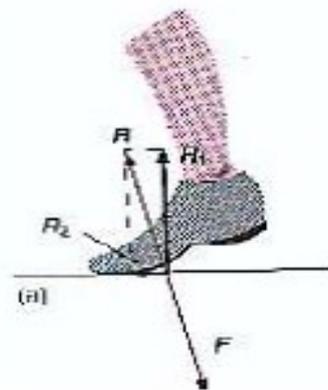
$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$



Esempi quotidiani:

- sostegno pavimento/sedia
- spinta "all'indietro"
- rinculo
- camminare, correre
- mezzi di trasporto

Es.



# I principi della dinamica (6)

Le forze di azione e di reazione sono applicate su corpi diversi e quindi, in generale, *i loro effetti non si annullano*.

Lo stato di moto di un oggetto è determinato solo dalle forze che agiscono su di esso ed in generale le forze esercitate da un oggetto influenzano il moto di altri oggetti.

$$\text{III}^\circ \text{ Principio} \Rightarrow \sum \vec{F}_{\text{int}} = 0$$

# I principi della dinamica (8)

Newton, usando il *principio di semplicità*, definisce il

**sistema fisico come il  
minimo numero di corpi ed  
interazioni capaci di  
descrivere il dato  
sperimentale**

# Forza peso (1)

Dalle osservazioni sperimentali che l'accelerazione di gravità è la stessa per tutti gli oggetti che cadono, che è costante e che vale il II° Principio della Dinamica discende che deve esistere una forza costante, diretta verso il basso che agisce su tutti i corpi che cadono.

# Forza peso (2)

Ogni corpo di massa  $m$  soggetto alla accelerazione di gravità  $g$  risente della **forza peso** diretta verticalmente **verso il basso**.

$$\vec{F} = m\vec{g} = \vec{p}$$

modulo	$ \vec{p}  = m g$
direzione	verticale
verso	basso



# Forza peso (3)

## E' una forza costante

### MOTO DI CADUTA

sempre uniformemente accelerato  
con accelerazione  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

$$v = g t$$
$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

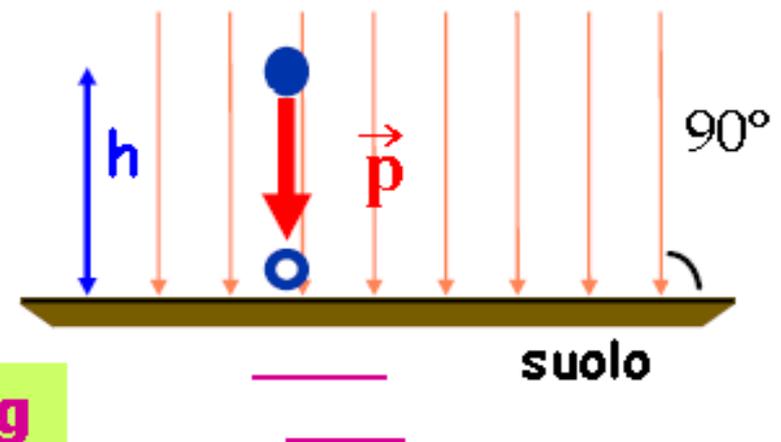
**Tempo di arrivo al suolo:  $t = \sqrt{2h/g}$**   
**Velocità di arrivo al suolo:  $v = \sqrt{2gh}$**

### Condizioni al contorno:

$$s_0 = 0$$

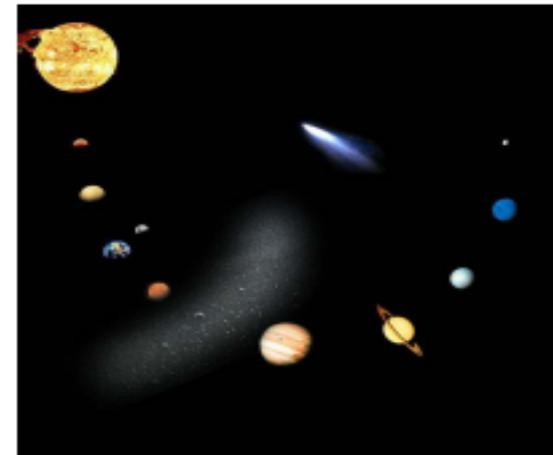
$$v_0 = 0$$

linee di forza



# La gravitazione universale (1)

Poiché le forze sono responsabili del moto, se sappiamo scrivere la forza e conosciamo le *condizioni al contorno* (spazio e velocità iniziali), si può risolvere il moto.



Quindi la **COSMOLOGIA** (problema fondamentale della fisica da Aristotele in poi), cioè **il moto dei pianeti** è risolto se si scrive la forza con cui interagiscono due corpi fra loro.

# La gravitazione universale (2)

I gravi in caduta libera con moto accelerato, ma pure i pianeti costretti a muoversi intorno al Sole e la Luna intorno alla Terra, provano l'esistenza di cause (**le forze**) che deviano i corpi materiali dalla condizione di moto rettilineo uniforme.

Newton dedusse il dato sperimentale che questa forza fosse unica e la chiamò di

## Gravitazione Universale

ipotizzando che la stessa forza che provoca la caduta dei gravi fosse anche quella che costringe la Luna a percorrere un'orbita chiusa intorno alla Terra ed i pianeti a descrivere le orbite ellittiche intorno al Sole.

# La gravitazione universale (3)

Il livello di generalizzazione è eccezionale

**la luna "cade" sulla terra  
come la mela**

**L'universo è fatto della stessa materia  
della terra e tutti i corpi materiali,  
terrestri e celesti, subiscono l'azione  
della stessa forza:**

**la gravitazione universale**

## La gravitazione universale (4)

Due corpi, dotati di massa, sono attratti da una forza diretta lungo la congiungente dei loro centri ed il cui modulo vale

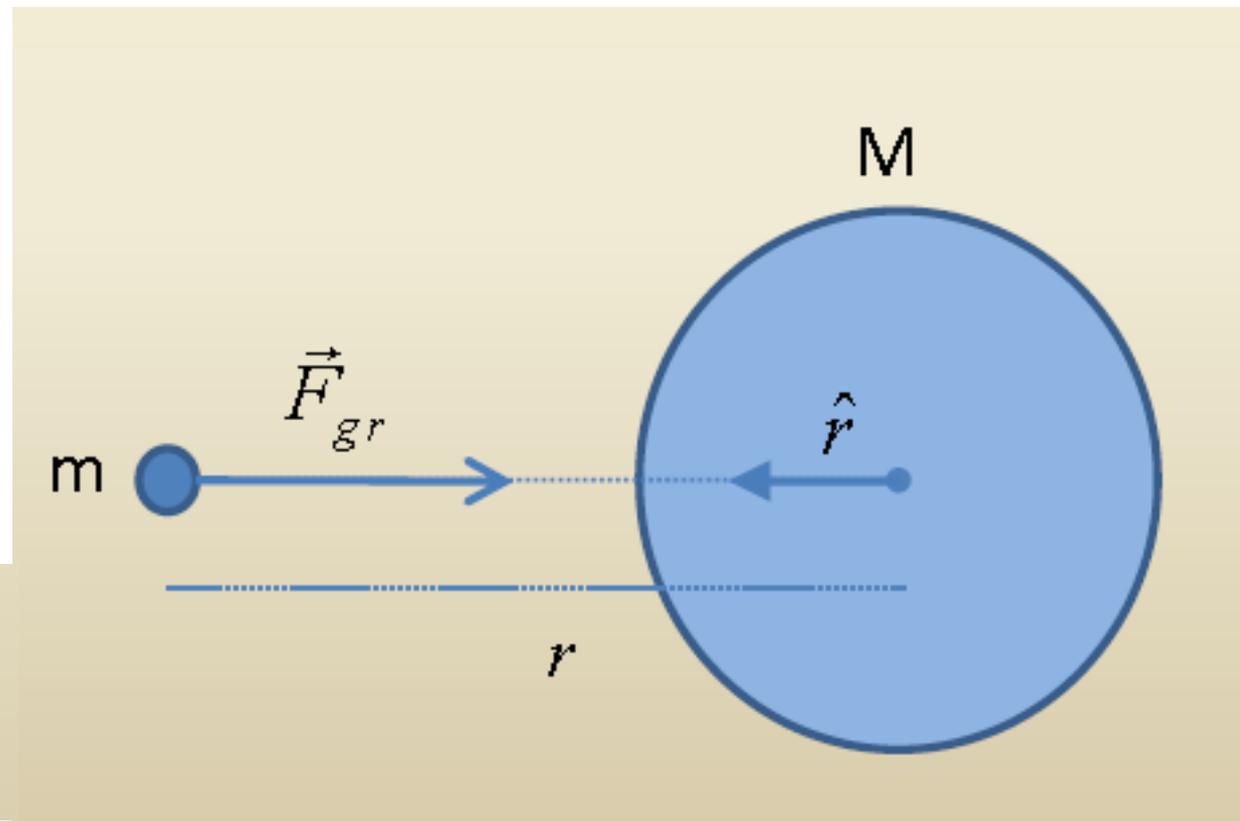
$$F = G \frac{M_1 M_2}{r^2}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ Kg}^{-2}$$

*G è la costante di gravitazione universale*

# Il Teorema di Newton

Una sfera omogenea di massa  $M$  esercita su un punto  $m$  (esterno alla sfera) la stessa forza che eserciterebbe se tutta la massa  $M$  della sfera fosse concentrata nel suo centro.

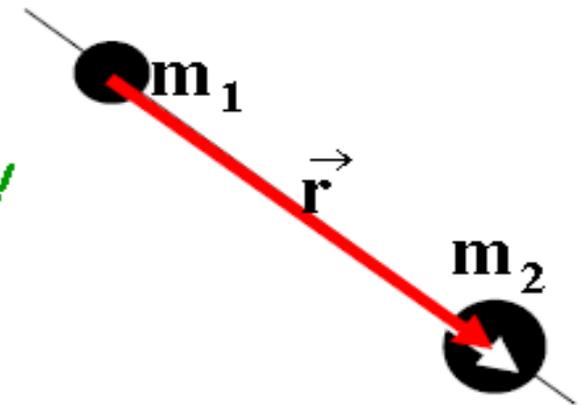


$$\vec{F}_{gr} = -G \frac{Mm}{r^2} \hat{r}$$

# La gravitazione universale (5)

Tra due corpi di massa  $m_1$  e  $m_2$ ,  
posti a distanza  $r$ ,  
si esercita **sempre**  $\rightarrow$  *non solo sulla Terra!*  
una forza di attrazione

- diretta lungo la congiungente tra i due corpi
- proporzionale alle due masse
- inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza



## LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE

$$\vec{F} = - G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

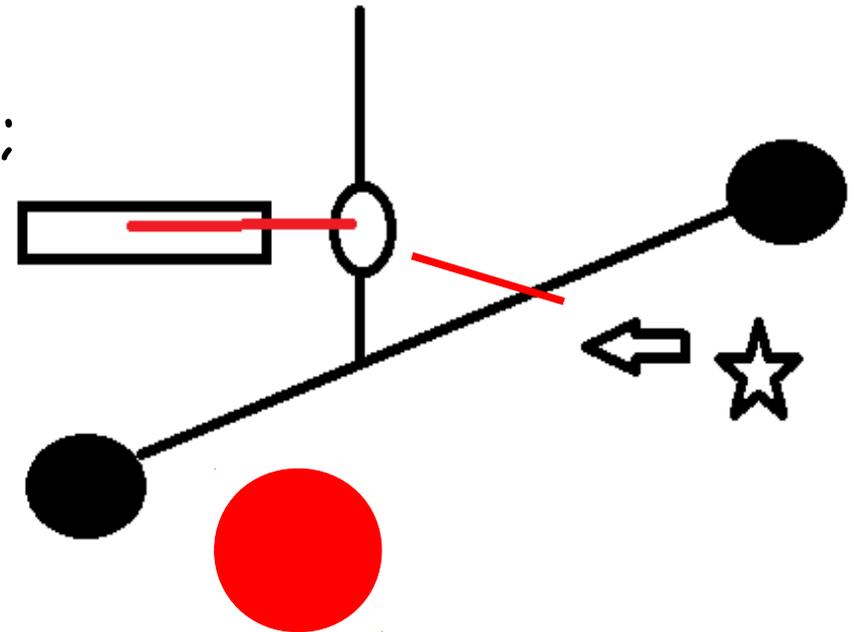
attrazione

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$$

... troppo piccola per essere osservata tra corpi "normali" ...

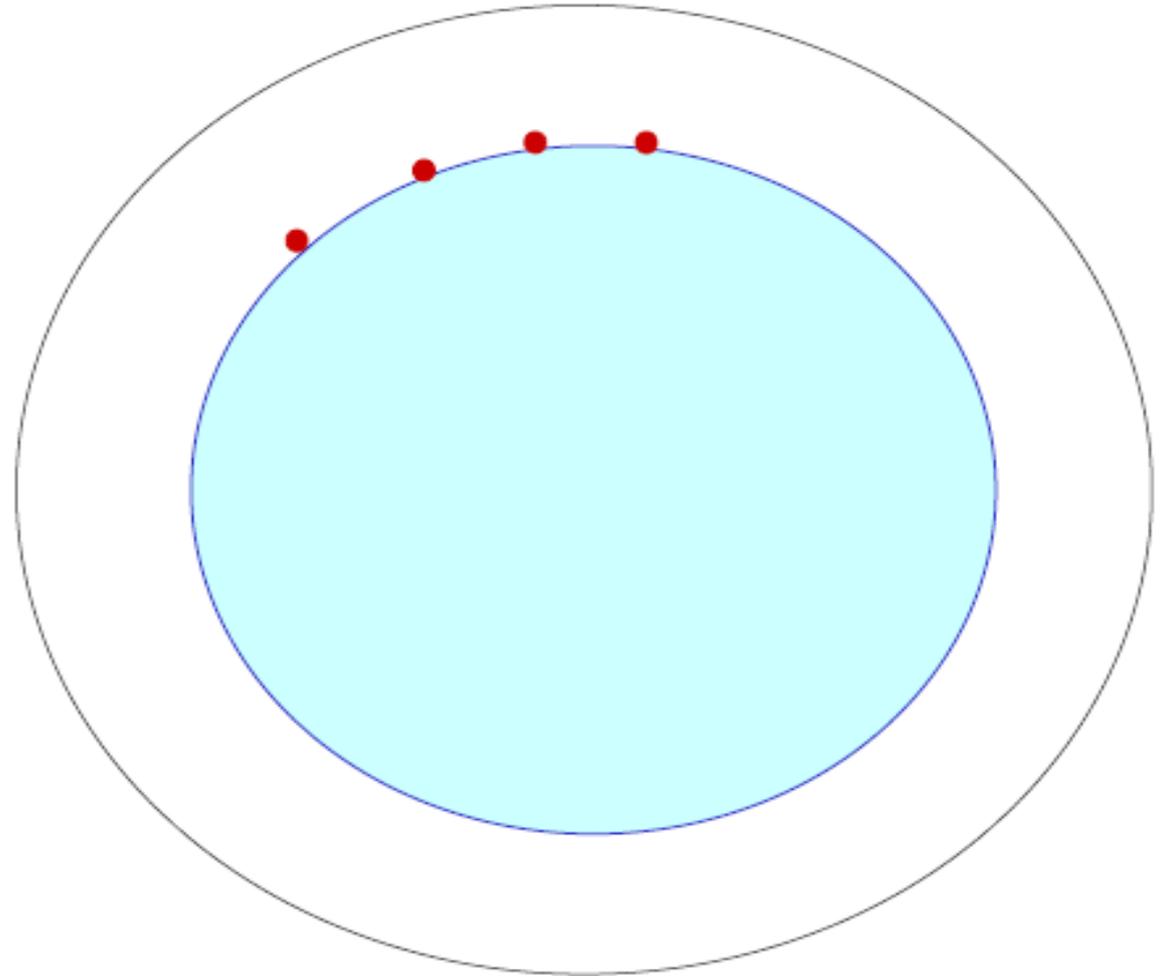
# L'esperienza di Cavendish

- Due masse identiche pesanti collegate da una sbarra indeformabile;
- Il sistema appeso attraverso una fibra a cui è collegato uno specchietto;
- una sorgente luminosa che manda un raggio sullo specchietto che lo riflette su una scala graduata;
- una massa esterna che provoca l'attrazione e quindi la torsione del filo, e quindi al deviazione del raggio luminoso.



# La gravitazione universale (6)

La Luna è in perpetua caduta sulla Terra.



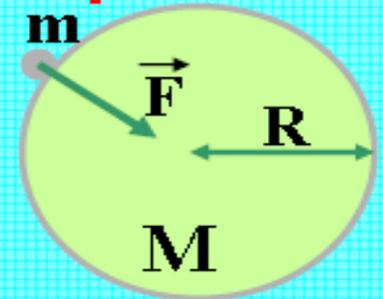
Velocità di fuga = 11.2 km/s ~ 40000 km/h

# La gravitazione universale e la forza peso (1)

Quanto vale la forza gravitazionale tra la Terra e un corpo di massa  $m = 1 \text{ kg}$  posto alla superficie della Terra?

Es.

Dati Terra:  $M = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ,  $R = 6.38 \cdot 10^6 \text{ m}$



$$F = G \frac{mM}{r^2}$$

$$= \frac{(6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2) \cdot (1 \text{ kg}) \cdot (5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg})}{(6.38 \cdot 10^6 \text{ m})^2}$$

$$= 9.799 \text{ N}$$

Risultato: 9.8 N

$$F = G \frac{M}{r^2} m$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

nelle vicinanze della superficie della Terra

$$\vec{F} = m\vec{g} \quad \text{forza peso}$$

$g$  è un'accelerazione!



$$r^2 = (R+h)^2 = R^2 + 2Rh + h^2$$

## La gravitazione universale e la forza peso (2)

Consideriamo un corpo di massa  $m$  che si trova ad una altezza  $h$  sulla superficie della terra. Su di esso agisce la forza di attrazione gravitazionale  $F$

$$F = \frac{GmM_{terra}}{r^2}$$

Possiamo scrivere

$$r^2 = (R_{terra} + h)^2 = R_{terra}^2 + 2R_{terra}h + h^2$$

$$h \ll R_{terra} \Rightarrow r^2 \cong R_{terra}^2$$

$$F \cong m \frac{GM_{terra}}{R_{terra}^2} = mg$$

L'accelerazione centripeta  $a_R$  ha la direzione ed il verso di  $\Delta v$ , cioè è diretta verso il centro della circonferenza.

Dal II° Principio della Dinamica possiamo quindi dedurre che affinché un corpo si muova di moto circolare uniforme deve esistere una *forza centripeta* diretta verso il centro della circonferenza e il cui modulo vale

$$|\vec{F}| = m \frac{v^2}{R}$$

# LE FORZE

*forza gravitazionale:*  
ha la propria sorgente  
nella massa

*forza vincolare:*  
ha la propria sorgente  
nelle interazioni fra gli  
atomi che compongono  
il vincolo

*forza d'attrito:*  
ha la propria sorgente  
nelle interazioni fra  
due superfici

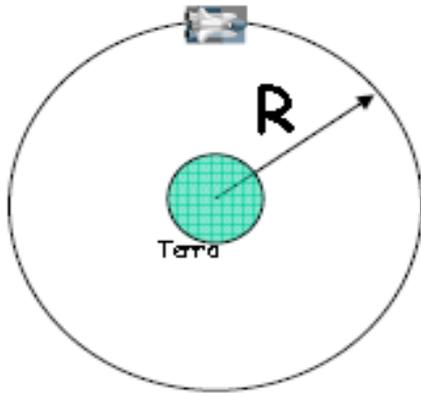
*forza costante:*  
non cambia nel tempo e  
nello spazio modulo,  
direzione e verso

*forza centripeta:*  
permette ai corpi di  
compiere moti circolari

**non esistono  
costanti o centripeti**

# FORZA CENTRIPETA: esempi

Supponiamo di avere una astronave che ruota lungo una orbita stazionaria circolare di raggio  $R$ : quanto vale il modulo della sua velocità di rotazione?



L'unica forza agente sull'astronave è la forza di attrazione gravitazionale fra le terra e l'astronave stessa

$$F = G \frac{mM_T}{R^2}$$

Poiché l'astronave descrive un moto circolare uniforme la forza  $F$  deve essere centripeta e quindi

$$F = G \frac{mM_T}{R^2} = ma = m \frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{G \frac{M_T}{R}}$$

# SATELLITI

Come si vede dalla formula

$$v = \sqrt{G \frac{M_T}{R}}$$

fissata la velocità di rotazione del satellite, è fissato il raggio dell'orbita e viceversa.

Per satelliti GEO (Geostationary Earth Orbit) avremo

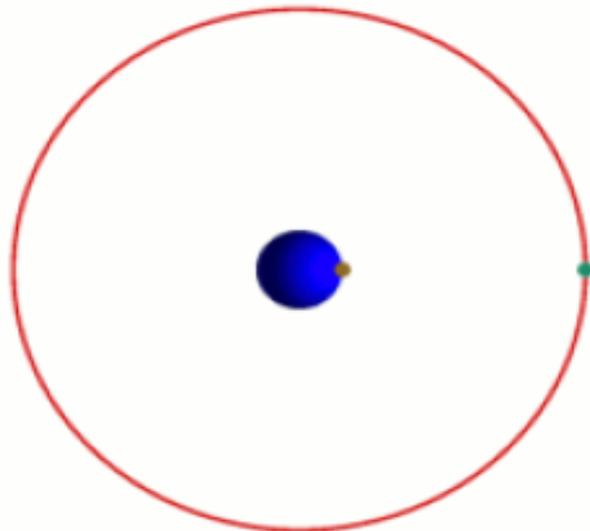
$$v_{GEO} \approx 3 \text{ Km/s} = 11000 \text{ Km/h}$$

$$R_{GEO} \approx 42000 \text{ Km}$$

$$R_{GEO} = R_{Terra} + h$$

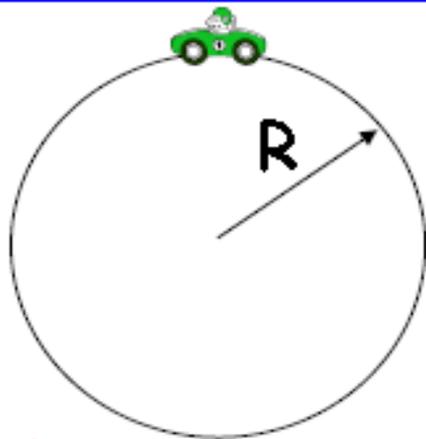


$$h \approx 36000 \text{ Km}$$

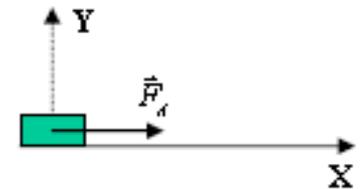


# FORZA CENTRIPETA: esempi

Supponiamo di avere un'auto che percorre una curva *piana* circolare di raggio  $R$ : quanto vale il modulo della velocità massima con la quale può percorrere la curva senza slittare?



L'unica forza capace di produrre una accelerazione centripeta è la forza d'attrito fra le ruote e la strada. Quindi la massima forza d'attrito producibile pone un limite alla velocità con cui l'auto può percorrere la curva senza slittare.



L'attrito in questione è quello statico ( $\mu_s$ ) perché, nel punto di contatto, il pneumatico è momentaneamente fermo, lungo il raggio della curva, rispetto alla strada. Se si supera  $v_{\max}$  l'auto inizia a slittare e la forza d'attrito diminuisce ( $\mu_d < \mu_s$ ) e quindi la macchina non si controlla.

$$\vec{F}_A = \vec{F}_{centripeta} \quad \vec{F}_A (\mu_s mg; 0) \quad \vec{F}_{centripeta} (F_{centripeta}; 0)$$

$$F_A = \mu_s mg = ma = m \frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad v_{\max} = \sqrt{R \mu_s g}$$

**Senza attrito non si può fare la curva**

# FORZA CENTRIPETA: esempi

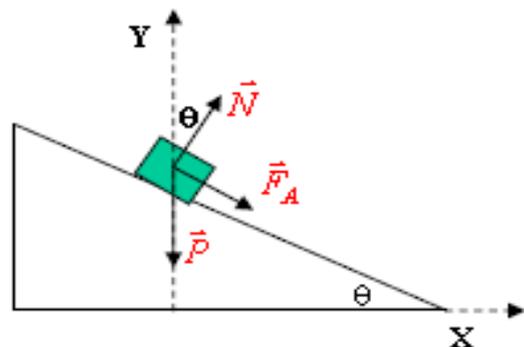
Supponiamo di avere un'auto che percorre una curva *rialzata* circolare di raggio R: quanto vale il modulo della velocità massima con la quale può percorrere la curva senza slittare?

La somma delle forze agenti deve produrre una forza centripeta

$$\vec{F}_A + \vec{P} + \vec{N} = \vec{F}_{centripeta}$$

$$\vec{F}_A (\mu_s N \cos \theta; -\mu_s N \sin \theta) \quad \vec{P} (0; -mg)$$

$$\vec{N} (N \sin \theta; N \cos \theta) \quad \vec{F}_{centripeta} (F_{centripeta}; 0)$$



$$\begin{cases} \mu_s N \cos \theta + 0 + N \sin \theta = F_{centripeta} \\ -\mu_s N \sin \theta - mg + N \cos \theta = 0 \end{cases}$$



$$N = \frac{mg}{(\cos \theta - \mu_s \sin \theta)}$$

$$F_{centripeta} = mg \frac{\sin \theta + \mu_s \cos \theta}{\cos \theta - \mu_s \sin \theta}$$

$$\theta = 0^\circ \Rightarrow F_{centripeta} = \mu_s mg$$

Curva piana

$$\mu_s = 0 \Rightarrow F_{centripeta} = mg \operatorname{tg} \theta$$

Senza attrito si può fare la curva

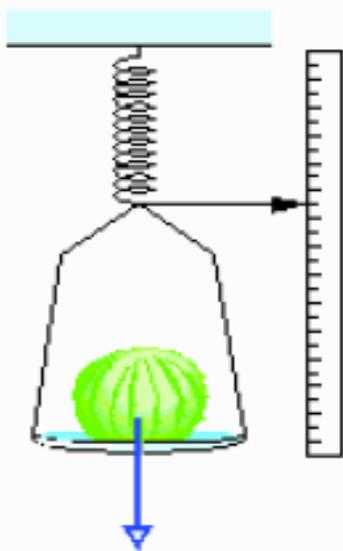
# FORZE ELASTICHE: LE MOLLE

Consideriamo una molla ideale di costante elastica  $k$ .  
Queste molle esercitano forze elastiche del tipo

$$\vec{F} = -k\vec{x} \quad \left\{ [k] = Nm^{-1} \right\}$$

dove  $x$  è l'elongazione della molla ed il segno meno indica che la forza si oppone allo spostamento.

dinamometro



Poiché il dinamometro è in equilibrio deve valere, per il I° Principio della Dinamica

$$\vec{P} + \vec{F} = 0$$

$$mg - kx = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{mg}{k}$$

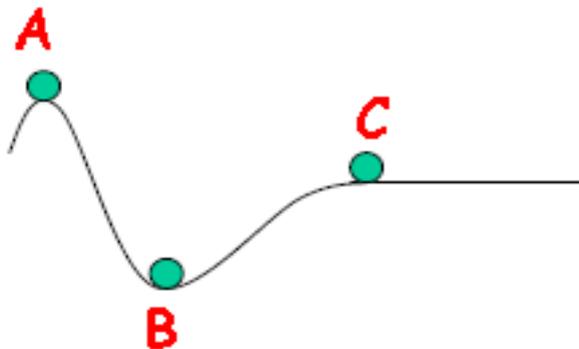
**Misura  
diretta  
della forza**

# EQUILIBRIO DELLE FORZE

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0$$

basta perchè

$$\sum \vec{F}_{int} = 0 \text{ (III}^\circ \text{ Principio)}$$



Si dice che un sistema fisico è in *equilibrio* quando la somma delle forze esterne agenti su di esso è zero.

**A** - equilibrio *instabile*, se si allontana il corpo dalla posizione di equilibrio, esso tende ad allontanarsi di più;

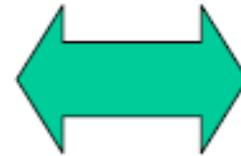
**B** - equilibrio *stabile*, se si allontana il corpo dalla posizione di equilibrio, esso tende a ritornare verso di essa;

**C** - equilibrio *indifferente*, se si sposta il corpo esso rimane dove lo mettiamo.

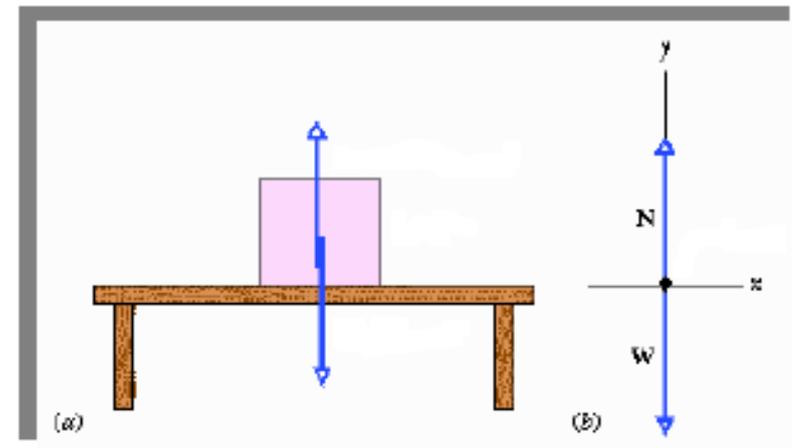
# FORZE DI REAZIONE VINCOLARE

Sono le forze esercitate dai vincoli cui è soggetto il corpo. L'azione del vincolo è rappresentata da una forza detta reazione vincolare.

Il corpo è in equilibrio sotto l'azione della forza peso  $w$  e della reazione vincolare  $N$  (normale alla superficie di contatto).



**I° Principio della Dinamica**



**Le reazioni vincolari sono sempre ortogonali ai vincoli**

# FORZE DI ATTRITO (1)

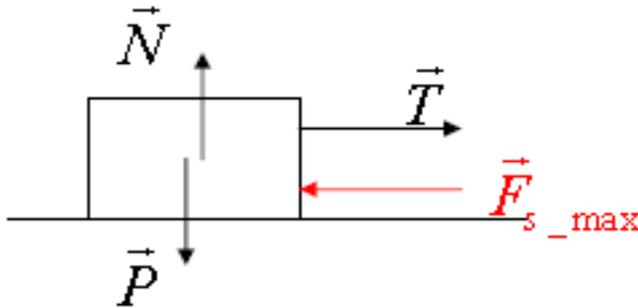
La forza di attrito si sviluppa quando due superfici ruvide slittano l'una sull'altra. È parallela alle superfici a contatto e si oppone al loro movimento relativo. Essa dipende dallo stato di rugosità delle superfici a contatto.

Dal punto di vista microscopico l'attrito è causato da tanti piccoli legami temporanei fra i punti di contatto fra le due superfici.

**Per ridurre l'attrito: rotolamento o interposizione di liquidi**

# FORZE DI ATTRITO (3)

Alcune osservazioni empiriche:



1)  $F_{s\_max}$  è indipendente dall'area di contatto

2)  $F_{s\_max} = \mu_s N$

adimensionale

$\mu_s$  coefficiente di attrito statico  
0.5-1.0 metallo/metallo;  
0.04 teflon/metallo; >1 adesione

3) La forza per mantenere in moto un oggetto a velocità costante  $F_d < F_{s\_max}$

$$F_d = \mu_d N \Rightarrow \mu_d < \mu_s$$