Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Medicina e Chirurgia

Fisica

Leonello Servoli

Leonello.servoli@pg.infn.it

Tel.: 0039-348-3345847

http://www.fisica.unipg.it/~servoli

Il movimento

Ingredienti fondamentali:

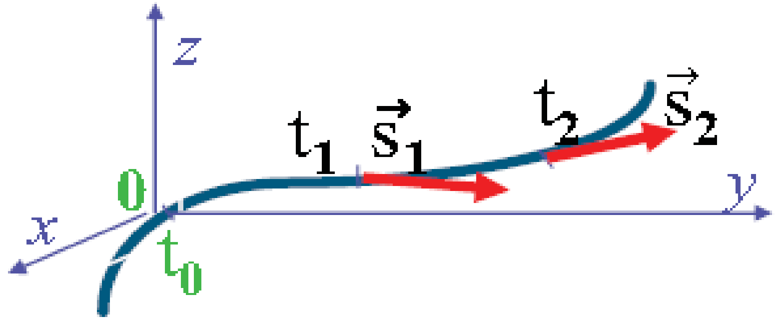
Distanza → variazione di lunghezza

Durata → variazione di tempo

rispetto a una situazione iniziale fissa e nota

→ sistema di riferimento

→ condizioni iniziali
("punto di partenza")



E' un fenomeno non istantaneo:
il tempo e' un parametro fondamentale
e funge da variabile indipendente

Spostamento

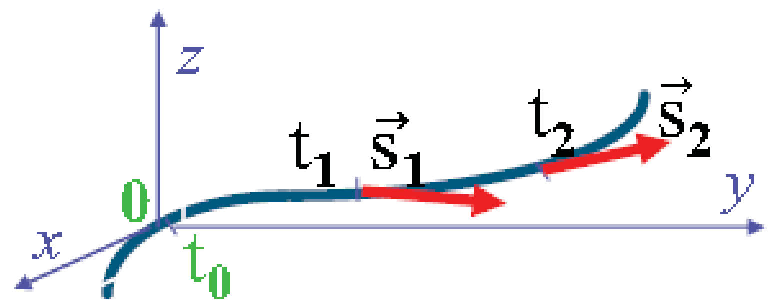
Per una descrizione completa:

quanta strada si percorre → modulo
quale strada si prende → direzione
verso dove si va → verso
da dove si parte → punto appl.

VETTORE

$\vec{s} = \vec{s}(t)$

Traiettoria =
linea descritta dal corpo durante il moto



$x = x(t)$
$y = y(t)$
$z = z(y)$

= linea tangente al vettore $\vec{s}$ in ogni punto a ogni istante

unità di misura : metro (SI), centimetro (cgs)

Legge oraria

Relazione tra spazio percorso e tempo impiegato

$s = f(t)$ → $\Delta s = f(\Delta t)$

$t_1 \rightarrow s_1 = s(t_1)$

$t_2 \rightarrow s_2 = s(t_2)$

$\Delta s = s_2 - s_1 = s(t_2) - s(t_1)$

$\Delta t = t_2 - t_1$

variazione: $a_2 - a_1 = \Delta a$

(opposta a differenza: $a_1 - a_2 = -\Delta a$)

Moto rettilineo:

direz.moto = traiettoria

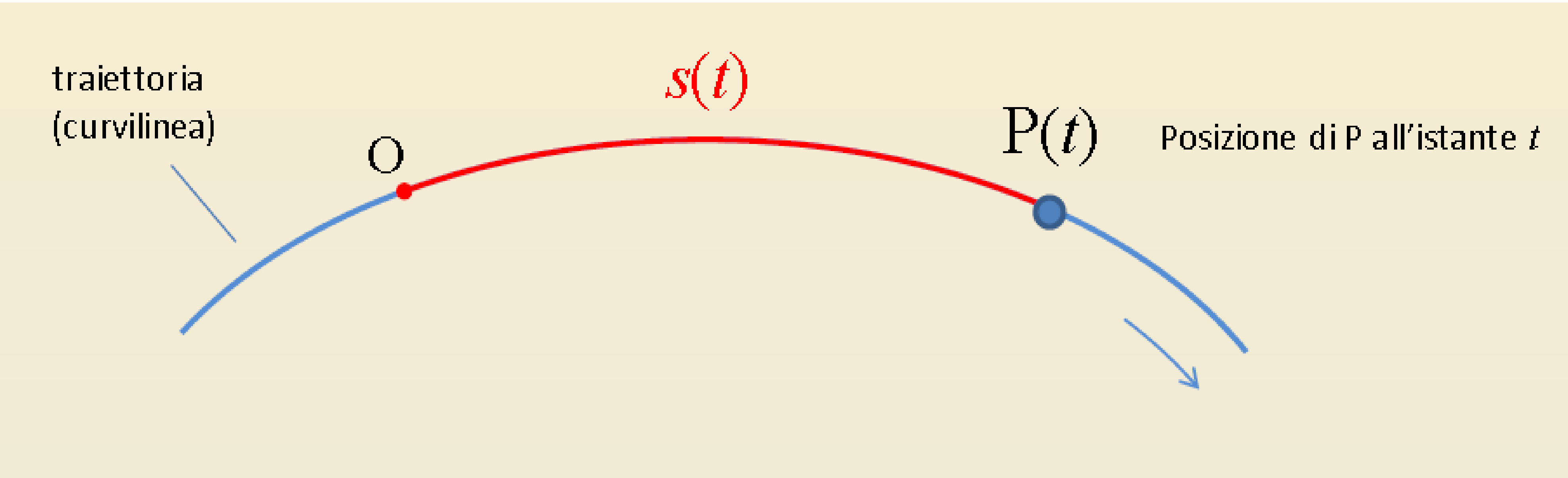
descr.moto "media"

Moto vario (circolare, armonico, ...):

direz.moto = tangente alla traiettoria

descr.moto "istantanea"

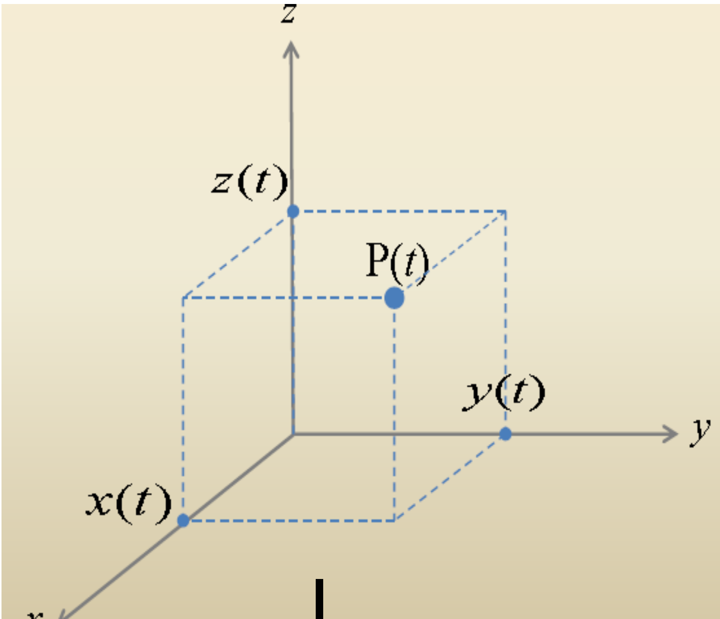
Legge oraria



1) Equazione della traiettoria
2) Equazione oraria

Ma non sempre si conosce la traiettoria. Quindi.....

Legge oraria



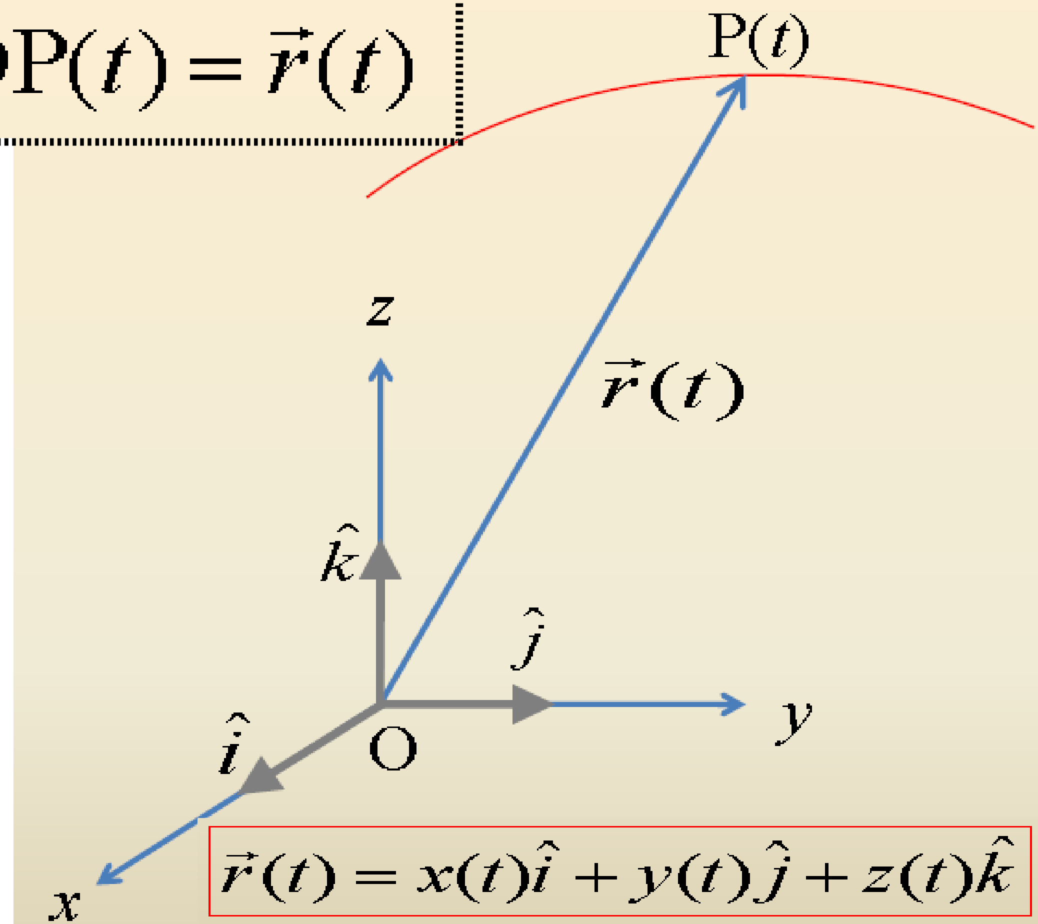
$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

Equazioni parametriche del moto

Vettore posizione

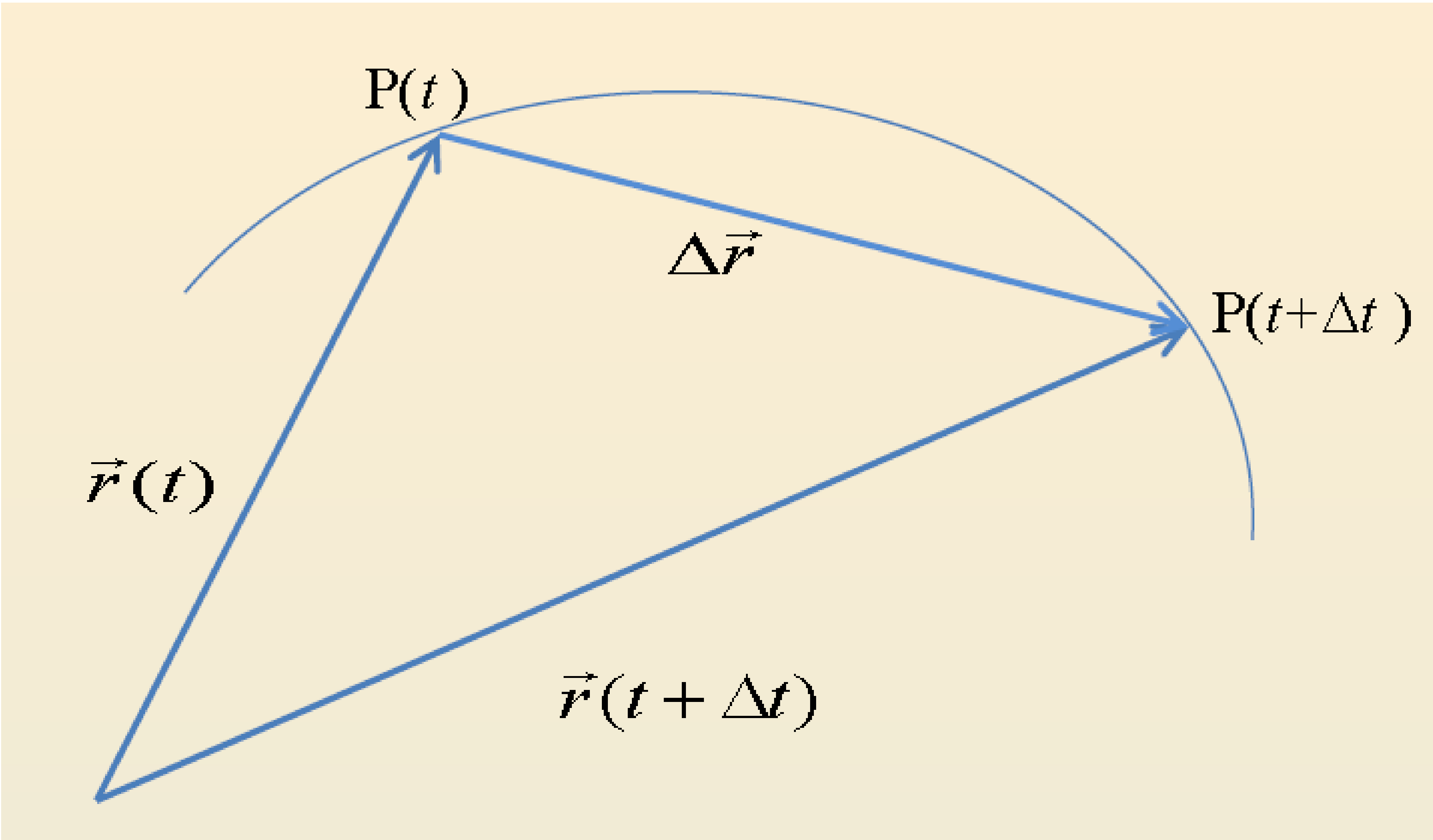
$$\mathrm{OP}(t) = \vec{r}(t)$$

Posizione di P all'istante t



$$\boxed{\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}}$$

Vettore spostamento



Velocità

$$\text{velocità media} = \frac{\text{spazio percorso}}{\text{intervallo di tempo}}$$

definizione

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}$$

formula

$$\frac{m}{s}$$

unità di misura

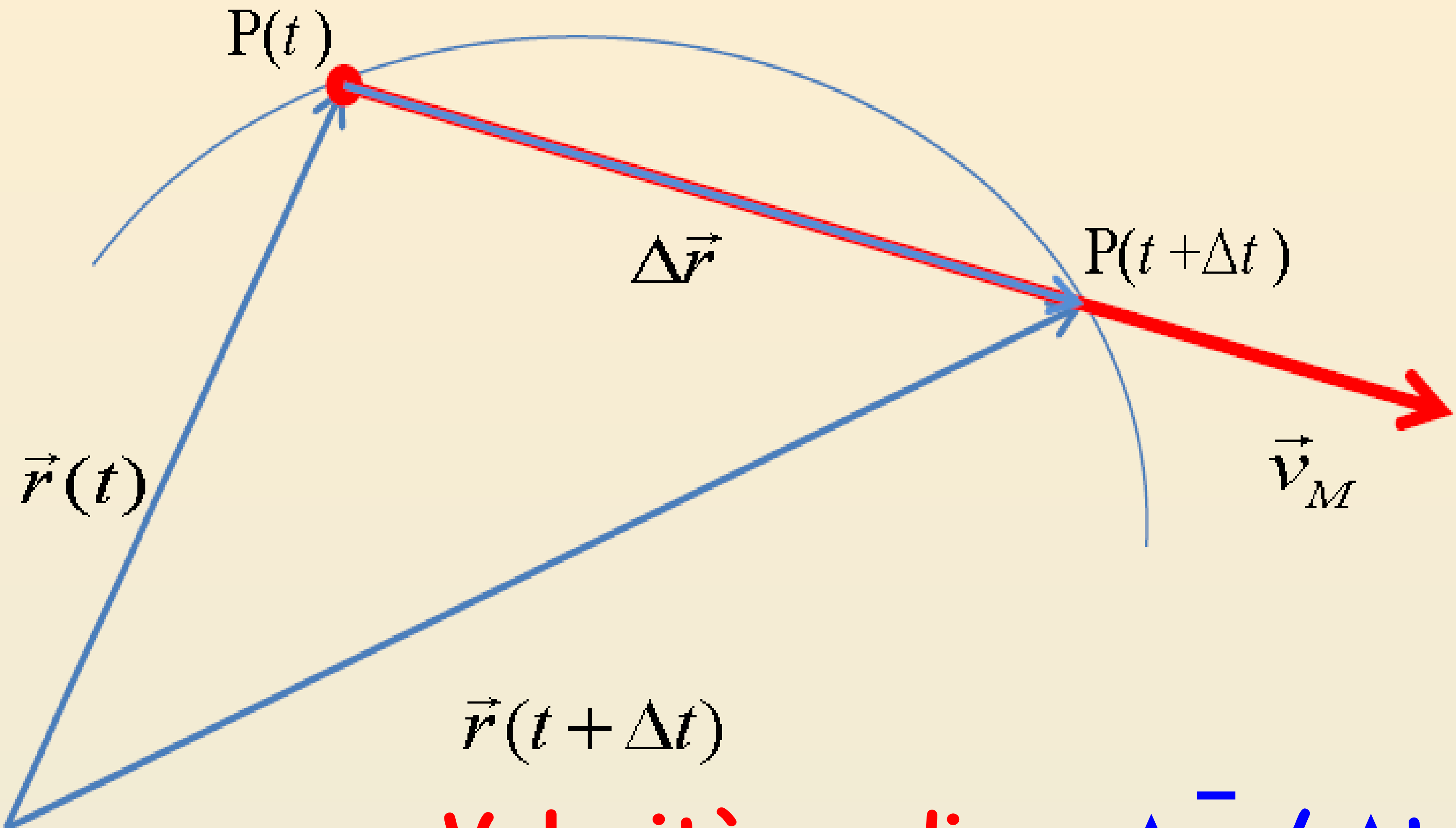
SI	cgs	pratico
m/s	cm/s	km/h

Esempio: cambio di unità di misura

$$1\,\frac{km}{h} = \frac{1000}{3600}\,\frac{m}{s} = 0.28\,\frac{m}{s}$$

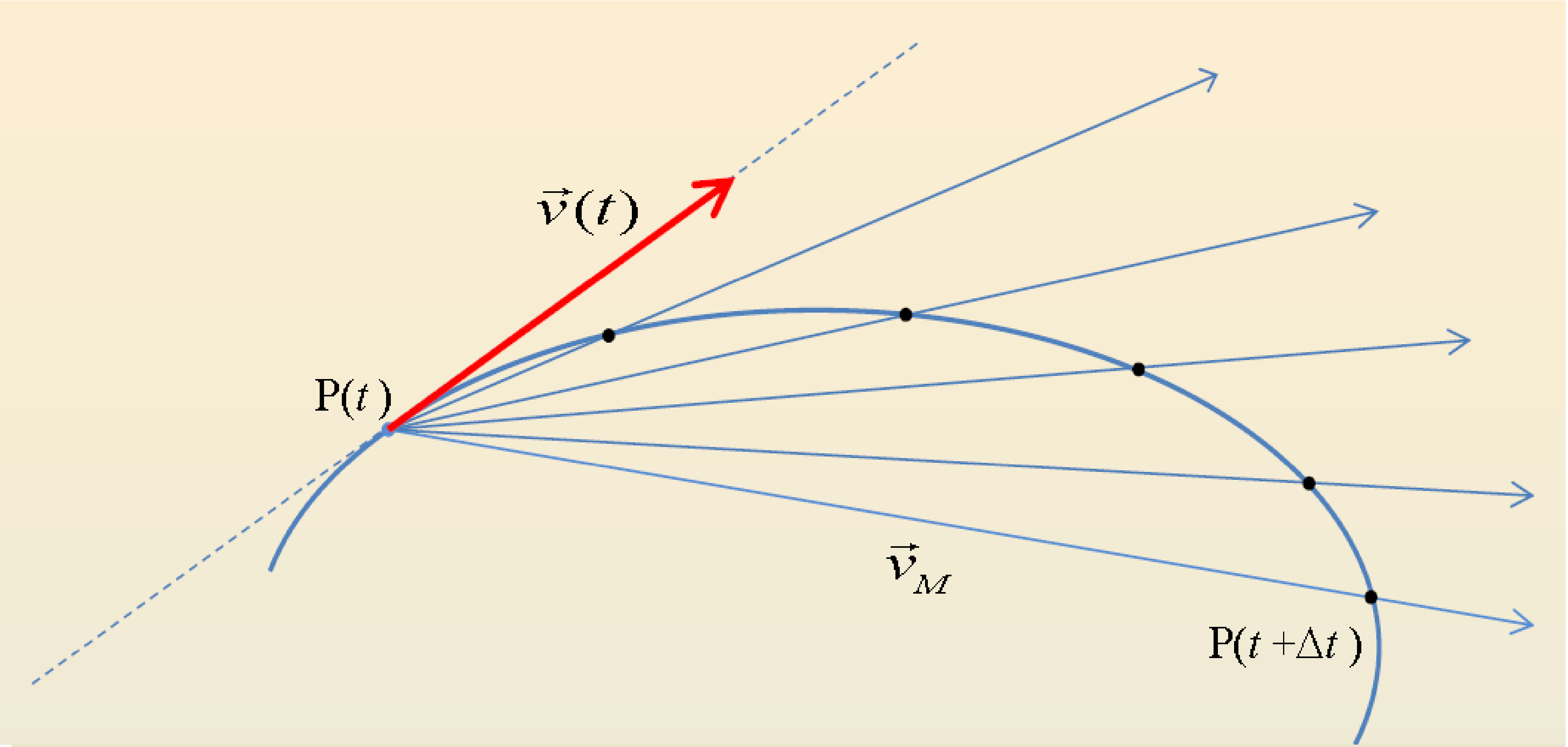
$$1\,\frac{m}{s} = \frac{0.001}{1/3600}\,\frac{km}{h} = 3.6\,\frac{km}{h}$$

Velocità



Velocità media = $\Delta \bar{r} / \Delta t$

Velocità istantanea



$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

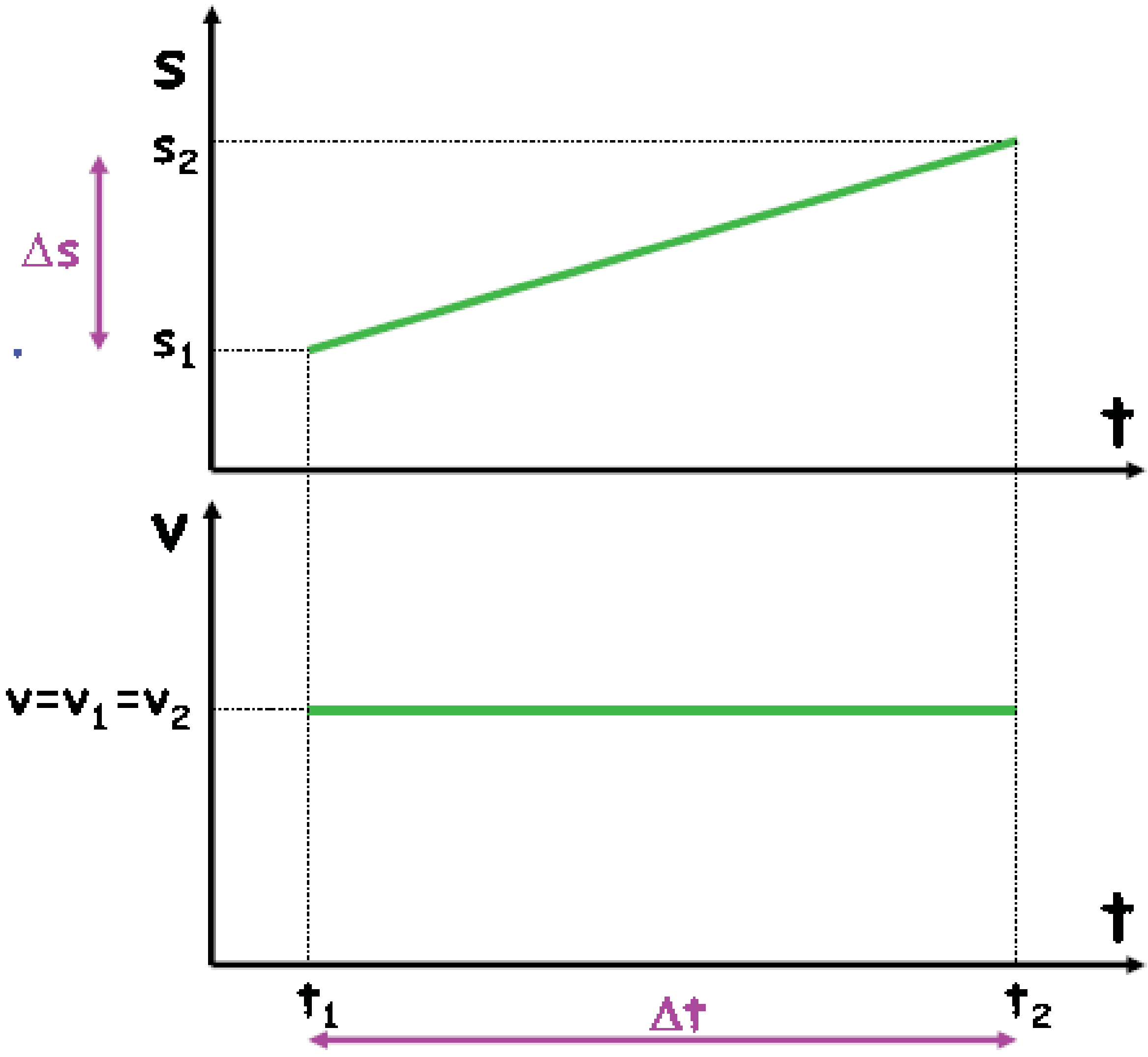
Moto uniforme

Velocità costante:

$$v = \Delta s / \Delta t$$

$$= \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{s_3 - s_2}{t_3 - t_2} = \ldots$$

$= \text{costante}$



Legge oraria:

$$\boxed{s = v . t \ (+s_0)}$$

Accelerazione (1)

Misura la rapidità di variazione della velocità:

$a>0$ ($\Delta v>0$) → acceleraz. *$a<0$ ($\Delta v<0$) → deceleraz. (frenamento)*

Attenzione: "alta velocità" non significa accelerazione!

Es. **auto da 0 a 100 km/h in 10 s →**

$a = \Delta v/\Delta t = [(100\text{-}0)\ \text{km/h}]/(10\ \text{s}) = (27.78\ \text{m/s})/(10\ \text{s}) = \mathbf{2.78\ m/s^2}$

Ma: **viaggio a velocità** costante **di 100 km/h per 1 ora →**

$a = \Delta v/\Delta t = [(100\text{-}100)\ \text{km/h}]/(1\ \text{h}) = (0\ \text{m/s})/(3600\ \text{s}) = 0\ \mathbf{m/s^2}$

Accelerazione (2)

accelerazione media = $\dfrac{\text{variazione di velocità}}{\text{intervallo di tempo}}$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\frac{m}{s^2}$$

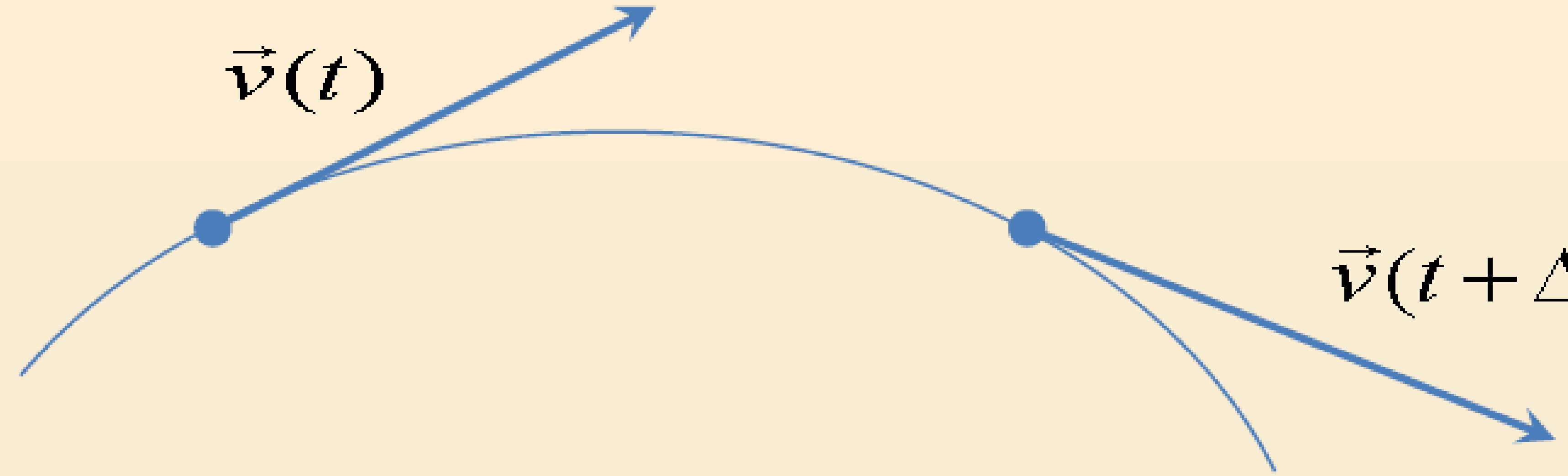
definizione

formula

unità di misura

SI	cgs
m/s^2	cm/s^2

Accelerazione media e istantanea



$$\vec{a}_M = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

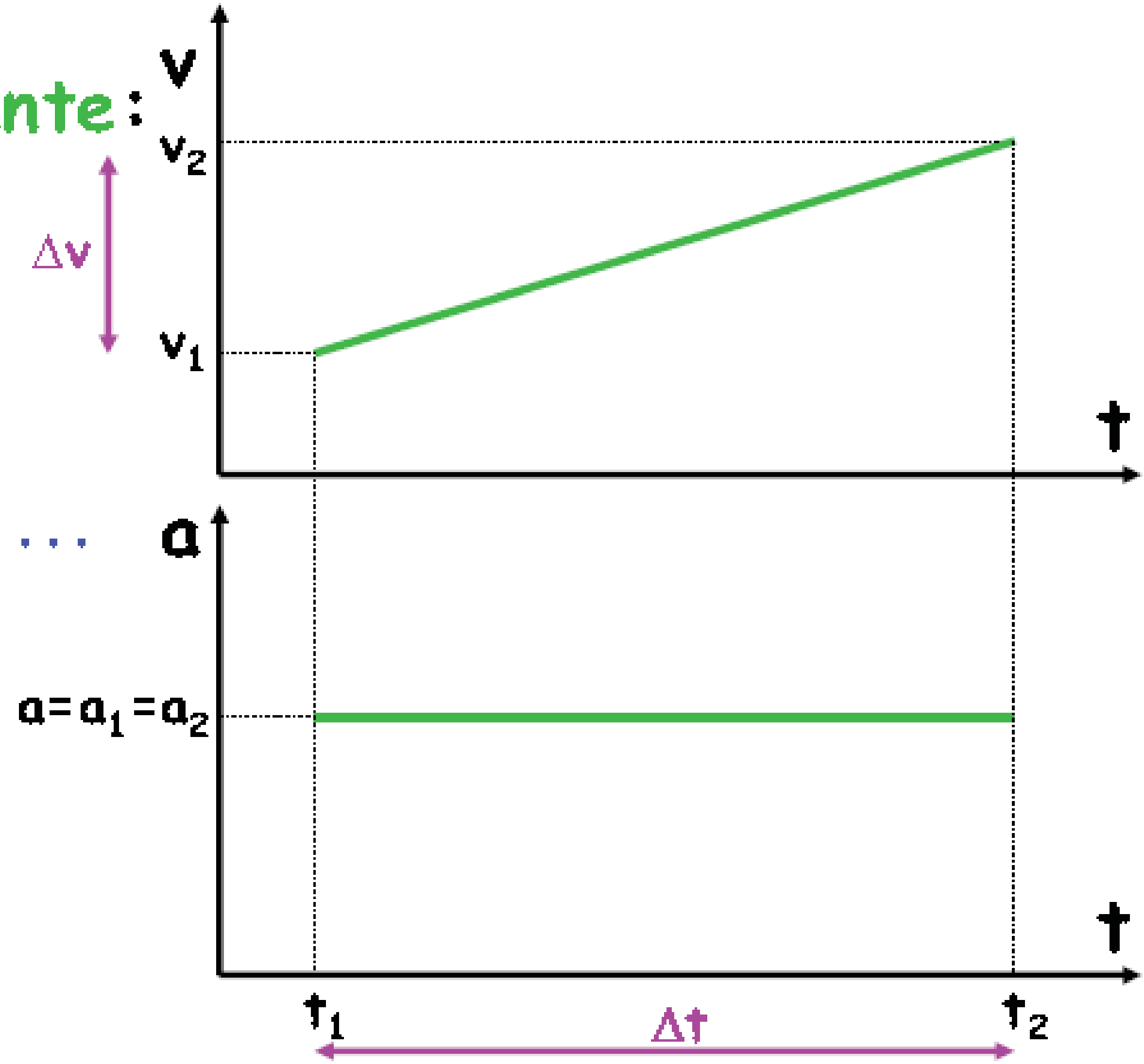
Moto uniformemente accelerato (1)

Accelerazione costante:

$$a = \Delta v / \Delta t$$

$$= \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2} = \ldots$$

= costante



Moto uniformemente accelerato (2)

Per trovare la posizione x dopo che è passato un tempo t possiamo usare il calcolo differenziale (in una dimensione):

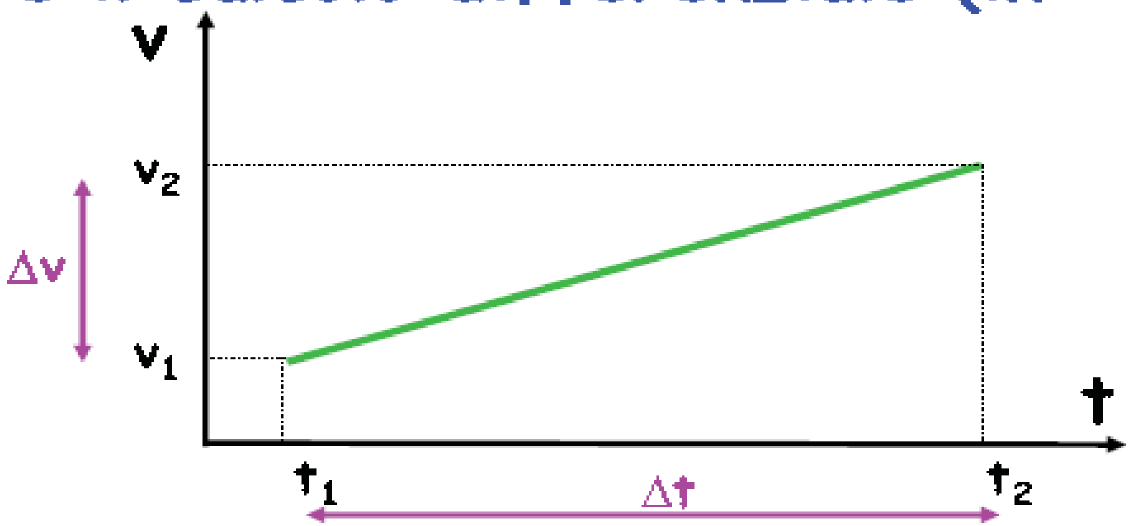
$$\frac{dv}{dt} = a = \text{costante}$$

$$\int dv = \int a\,dt$$

$$v = at + v_0$$

$$\frac{ds}{dt} = v = at + v_0$$

$$\int ds = \int (at + v_0)\,dt$$

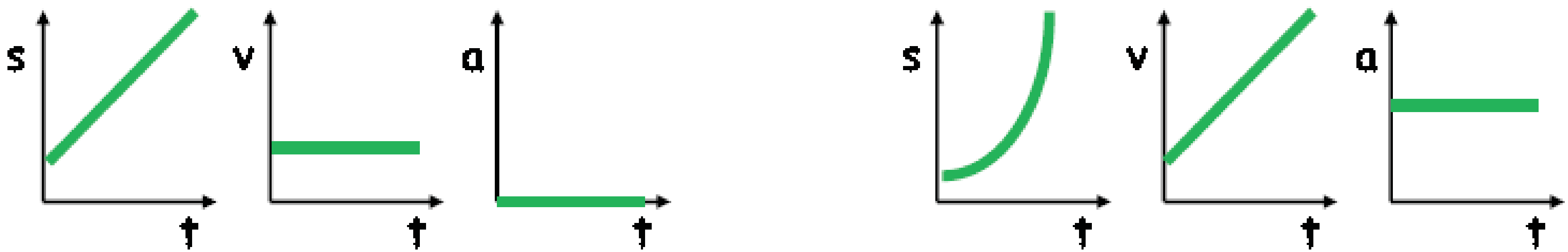


Legge oraria:

$$\boxed{s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0}$$

Moti

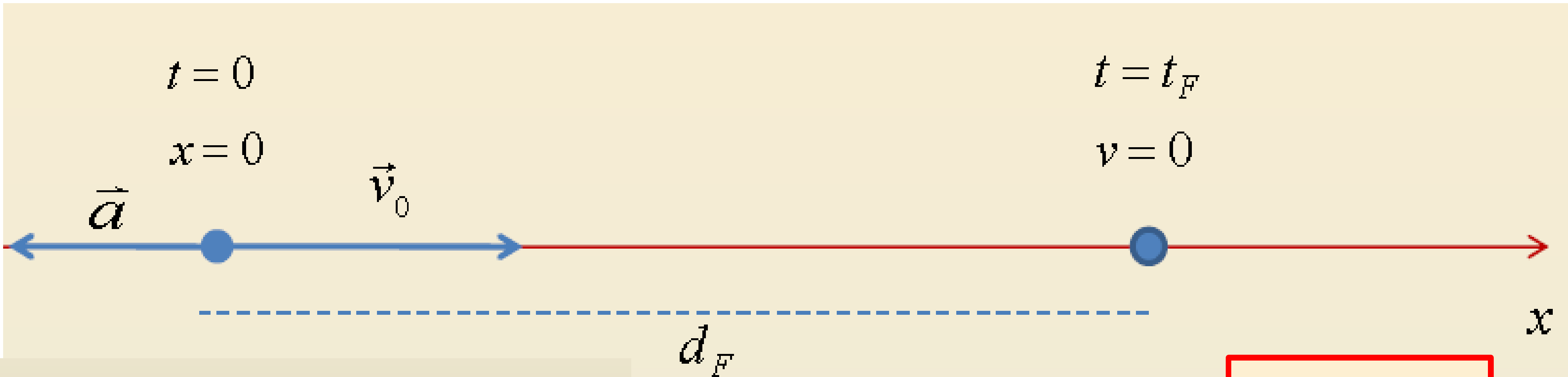
UNIFORME	UNIFORMEMENTE ACCELERATO
$s = v \cdot t + s_0$	$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$
$v =$ *costante*	$v = a \cdot t + v_0$
$a = 0$	$a =$ *costante*



uniforme

uniformemente accelerato

Problema: un punto materiale si muove di moto rettilineo uniforme con velocità V_0 paria 10 m/s. Ad un certo istante inizia a frenare con ***decelerazione costante pari a 2 m/s²*** . Determinare la distanza d_F percorsa nel corso della frenata ed il relativo intervallo tempo (tempo di frenata t_F).



$$\begin{cases} a_x = \mathrm{cost} = a_{0x} \\ v_x = a_{0x} t + v_{0x} \\ x = \frac{1}{2} a_{0x} t^2 + v_{0x} t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_x = -a \\ v_x(t) = v_0 - at \\ x = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \end{cases}$$

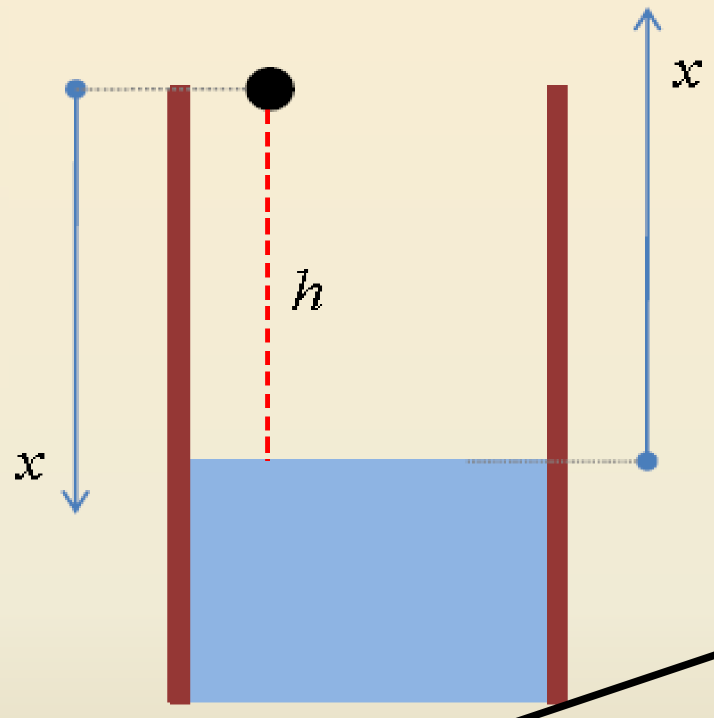
$$\boxed{t_{arr} = \frac{v_0}{a}}$$

$$\boxed{x_{arr} = \boxed{\frac{v_0^2}{2a}}}$$

Problema: Un punto materiale viene lasciato cadere da fermo in un pozzo. Determinare la profondità del pozzo cronometrando il tempo T fra l'inizio della caduta e del rumore dell'impatto con la superficie libera dell'acqua.

$$\begin{cases} a_x = \text{cost} = a_{0x} \\ v_x = a_{0x}t + v_{0x} \\ x = \dfrac{1}{2}a_{0x}t^2 + v_{0x}\text{t} + \text{x}_0 \end{cases}$$

$$t_{caduta} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$



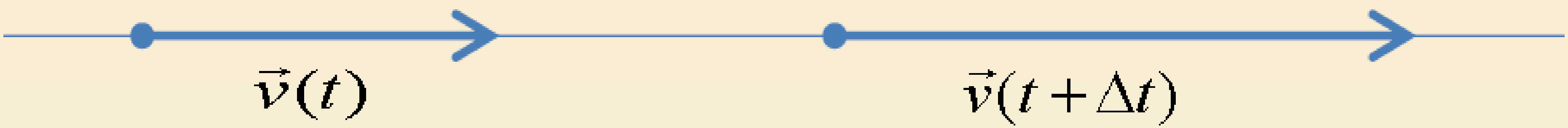
$$\begin{cases} a_x = 0 \\ v_x = \text{cost} = v_{0x} \\ x = v_{0x}t + x_0 \end{cases}$$

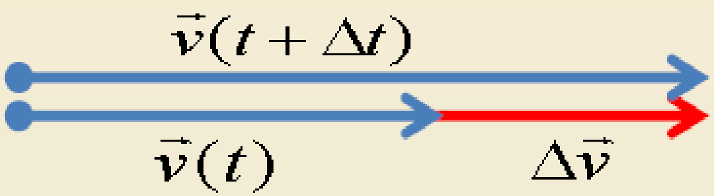
$$t_{salita} = \frac{h}{v_S}$$

$$T = t_{caduta} + t_{salita} \quad \rightarrow \quad T = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v_S}$$

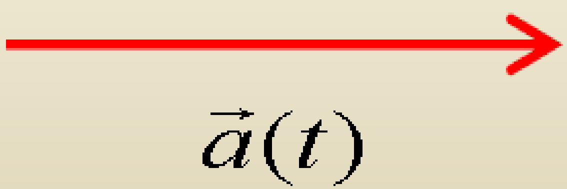
Accelerazione tangenziale

Accelerazione parallela alla velocità





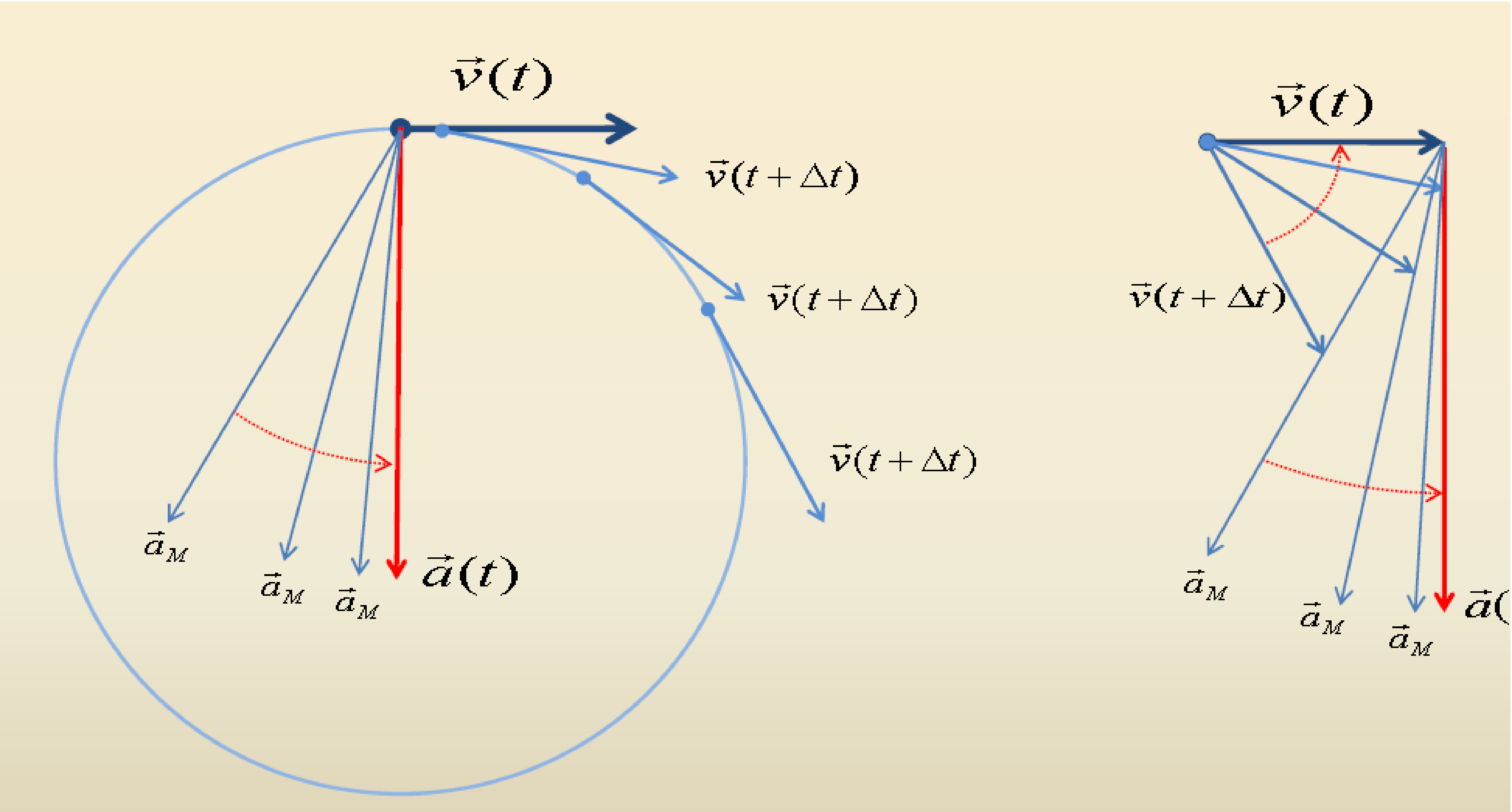
$$\Delta\vec{v} = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)$$



$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

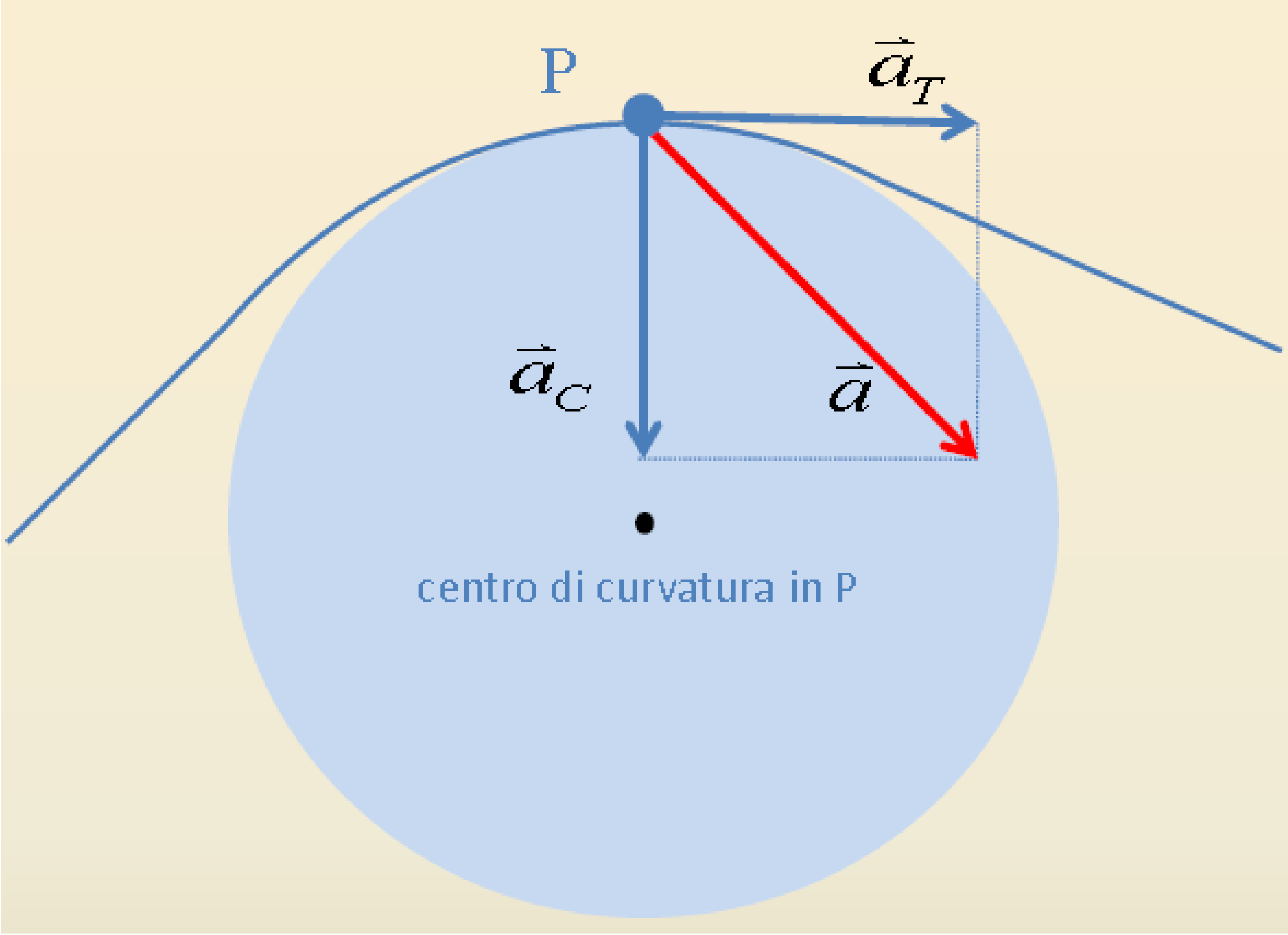
Accelerazione centripeta (normale)

Accelerazione perpendicolare alla velocità



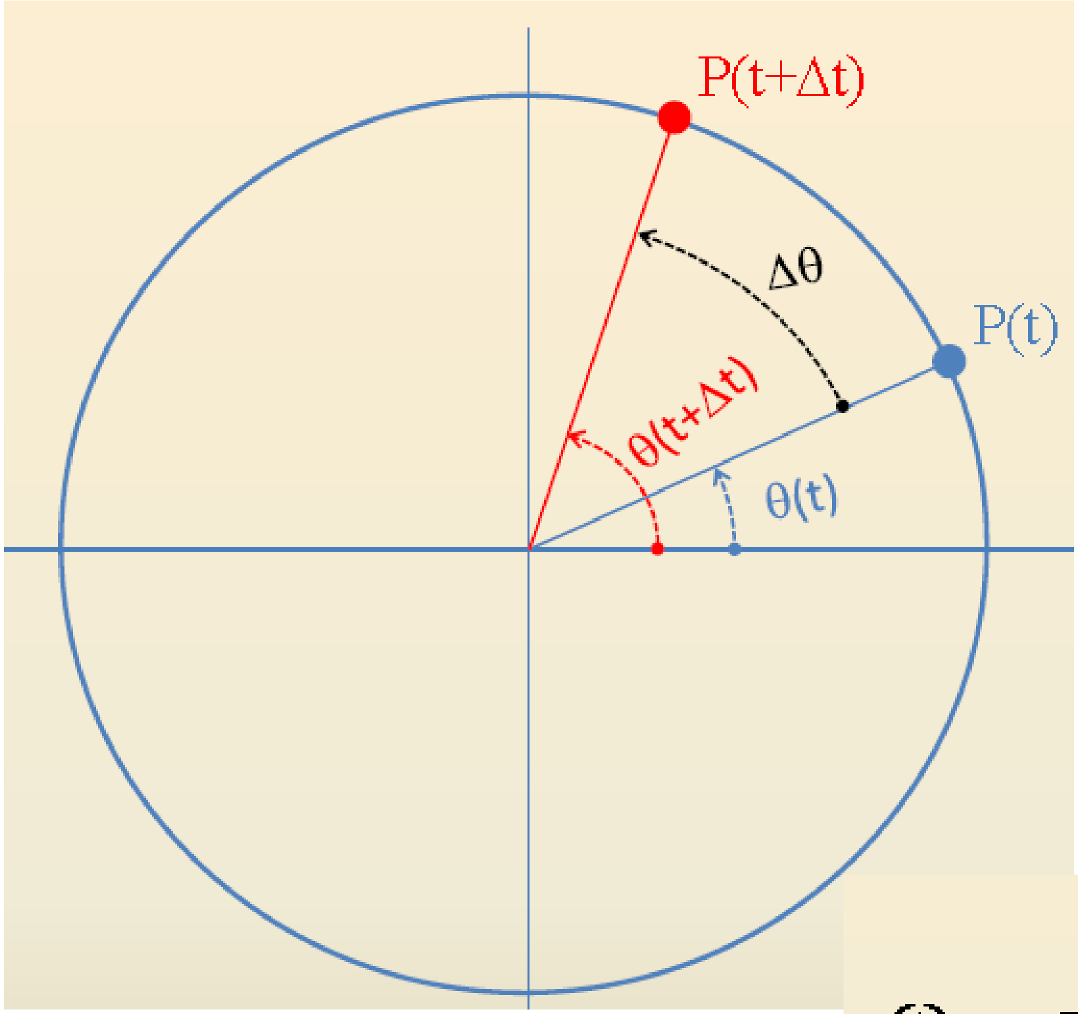
Accelerazione centripeta (normale)

Accelerazione sempre scomponibile in parallela e perpendicolare



$$\vec{a} = \vec{a}_C + \vec{a}_T$$

Velocità angolare



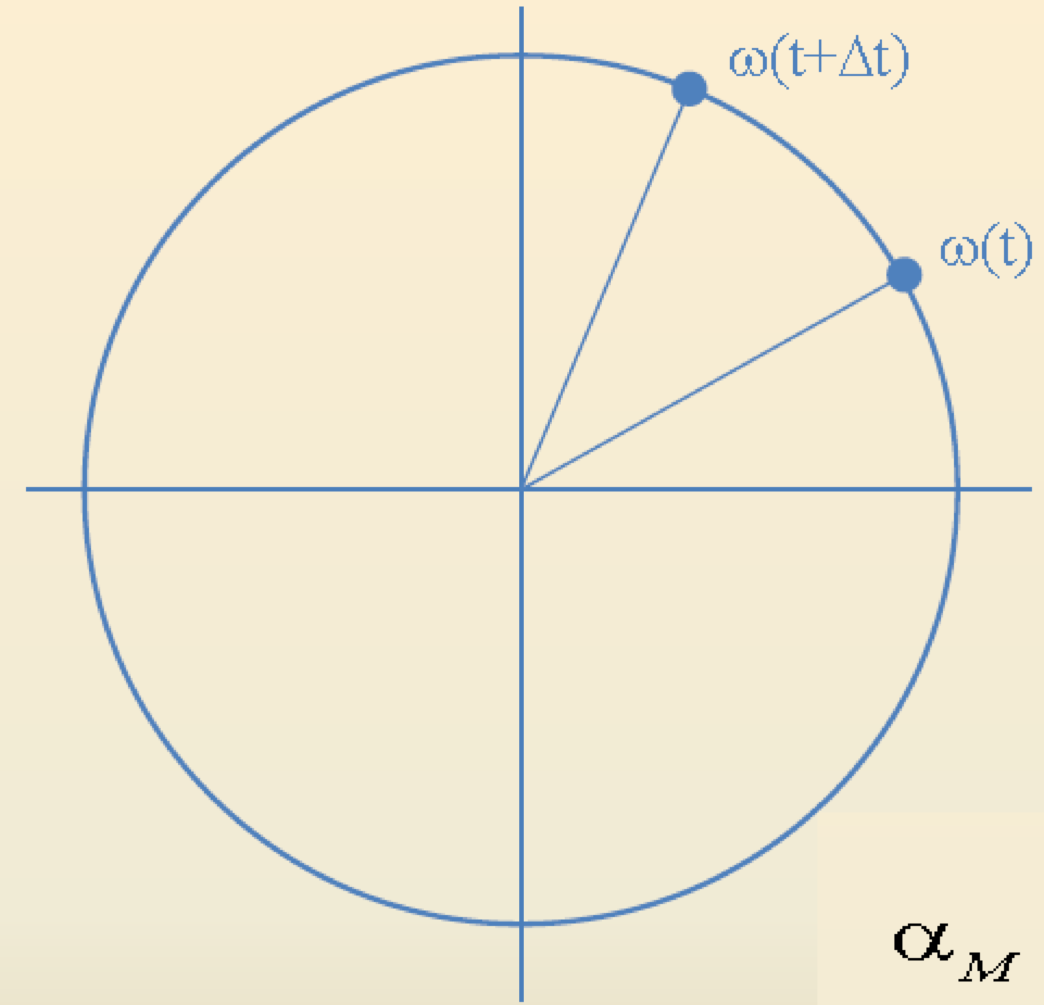
Spostamento angolare:

$$\Delta\theta = \theta(t+\Delta t) - \theta(t)$$

Velocità angolare media:

$$\omega_M = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta(t+\Delta t) - \theta(t)}{\Delta t}$$

Velocità angolare



Variazione velocità angolare:

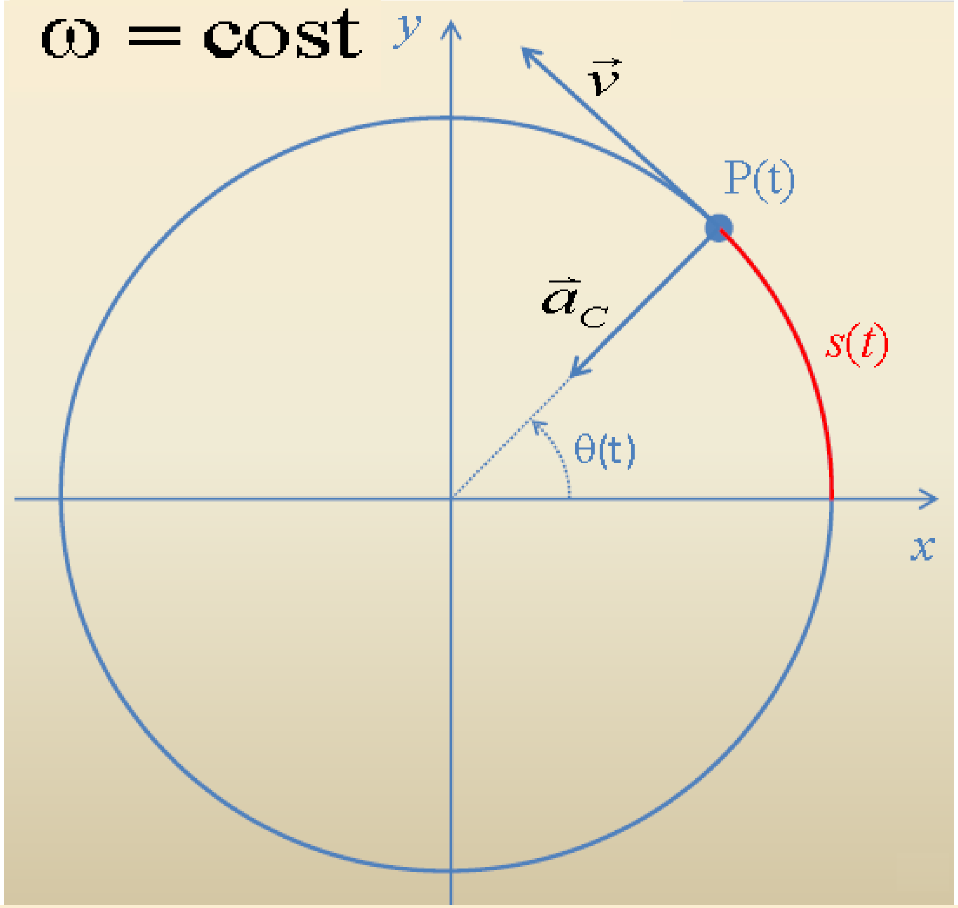
$$\Delta\omega = \omega(t+\Delta t) - \omega(t)$$

Accelerazione angolare media:

$$\alpha_M = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega(t+\Delta t) - \omega(t)}{\Delta t}$$

Moto circolare uniforme

$\omega = \text{cost}$



$$d\theta = \omega dt \rightarrow \theta(t) = \omega t + \theta_0$$

Equazione oraria:

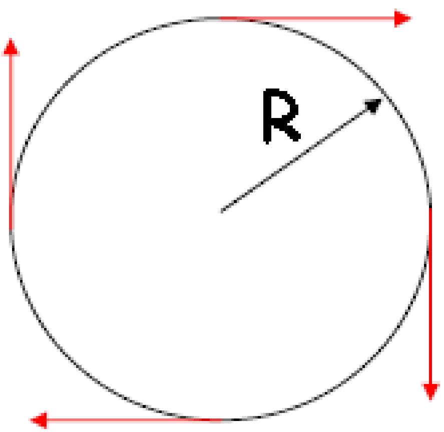
$$s(t) = r\omega t + s_0$$

Velocità istantanea:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta s|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} r \frac{|\Delta \theta|}{\Delta t} = r \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \theta|}{\Delta t} = r|\omega|$$

Moto circolare uniforme

Supponiamo di avere un corpo che si muova su di una circonferenza di raggio R con modulo della velocità costante

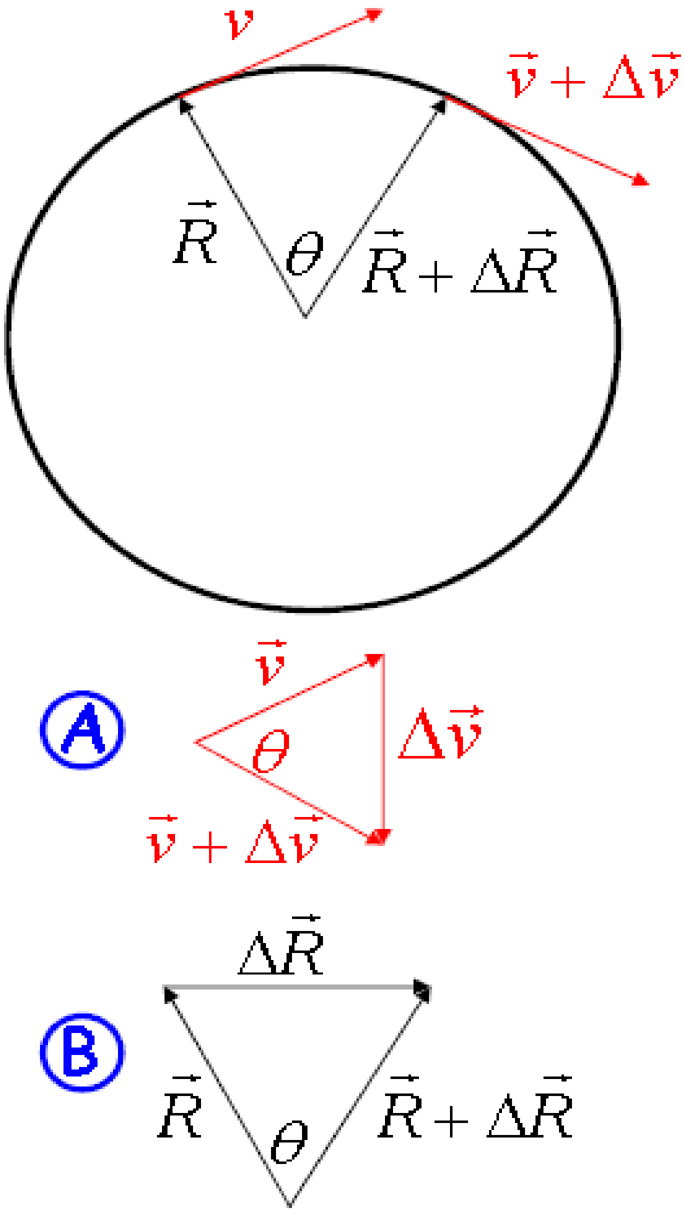


La velocità

$\vec{v}$

non è costante

Moto circolare uniforme



I triangoli A e B sono simili e quindi

$$\frac{\Delta v}{v}=\frac{\Delta R}{R}$$

Dividendo per il tempo avremo

$$\frac{1}{v}\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{1}{R}\frac{\Delta R}{\Delta t}$$

Per $\Delta t \longrightarrow 0$ avremo

$$\frac{1}{v}a_R=\frac{v}{R}$$

accelerazione centripeta

$$a_R=\frac{v^2}{R}$$

Accelerazione di gravità (1)

E' un dato sperimentale che gli oggetti, non sostenuti, cadono verso la terra. Si nota che *spesso* la velocità di impatto con il suolo cresce al crescere della altezza dalla quale tali oggetti cadono.

Aristotele (384-322 a.C.) sosteneva che i corpi pesanti cadono più velocemente di quelli leggeri.

Galileo (1564-1642) per mezzo di osservazioni fatte a Pisa fra il 1589 ed il 1592, trascurando l'effetto dell'aria, affermò:

1. l'accelerazione di gravità è la stessa, per tutti gli oggetti che cadono, qualunque sia la loro grandezza o natura
2. l'accelerazione di gravità è costante

Accelerazione di gravità (2)

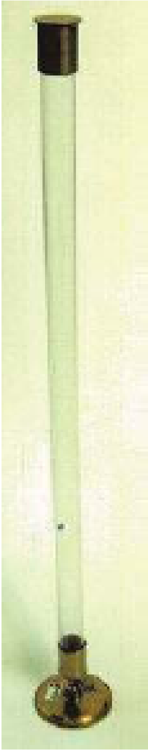
1. l'accelerazione di gravità è la stessa, per tutti gli oggetti che cadono, qualunque sia la loro grandezza o natura
2. l'accelerazione di gravità è costante

Queste due affermazioni non sono *banali*. Infatti l'esperienza di tutti i giorni dice che le monete cadono più velocemente dei pezzi di carta (disaccordo con 1)
oggetti fatti cadere da grandi altezze raggiungono una velocità massima o velocità limite (disaccordo con 2)

Accelerazione di gravità (3)

Tutto dipende dall'aria. Utilizzando un cilindro nel quale sia possibile fare il vuoto (Tubo di Newton) si possono dimostrare le due affermazioni:

1. l'accelerazione di gravità g è la stessa, per tutti gli oggetti che cadono, qualunque sia la loro grandezza o natura
2. l'accelerazione di gravità è costante



$$g = 9.8 \ ms^{-2}$$

al livello del mare

TUBO DI NEWTON

Accelerazione di gravità (4)

Supponiamo di avere un corpo che venga fatto cadere, *da fermo*, da un'altezza h=84 m. Calcolare il tempo di arrivo e la velocità di impatto.

Poiché agisce l'accelerazione di gravità g, il moto sarà uniformemente accelerato e quindi, nel nostro caso, possiamo scrivere

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t^2 = \frac{2h}{g} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 84\ m}{9.8\ ms^{-2}}} = \sqrt{17.1\ s^2} = \boxed{4.1\ s}$$

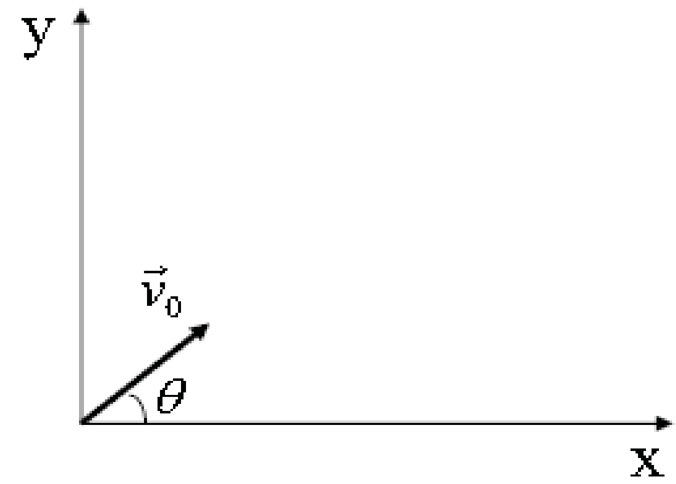
$$v = gt = \boxed{40.6\ \ ms^{-1}} = 146.1\ \ Km/h$$

Sono indipendenti dalla massa

Moto dei proiettili (1)

Trascurando l'attrito dell'aria, si osserva, sperimentalmente, che il moto di un proiettile è bi-dimensionale, cioè avviene in un piano.

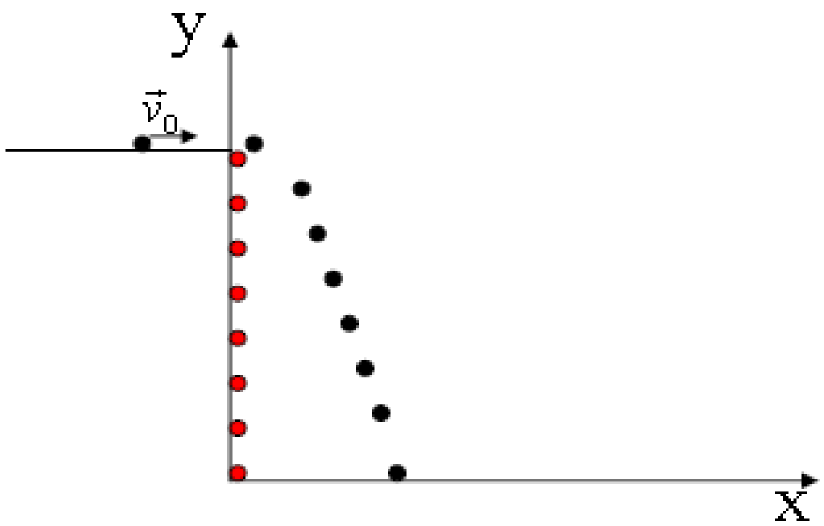
L'unica accelerazione presente è g ed essa è diretta lungo l'asse y.



Lungo l'asse delle x non vi sono accelerazioni e quindi, lungo l'asse delle x, il moto è rettilineo uniforme, mentre lungo l'asse delle y, grazie alla costanza di g, sarà uniformemente accelerato.

MOTO SEPARABILE

Moto dei proiettili (3)



- parte con velocità orizzontale e verticale nulle
- parte con velocità verticale nulla ed orizzontale $\vec{v}_0$

Cadono nello stesso tempo

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = h - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = v_0 t \\ y = h - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Il tempo di caduta è quello che serve ad azzerare la quota

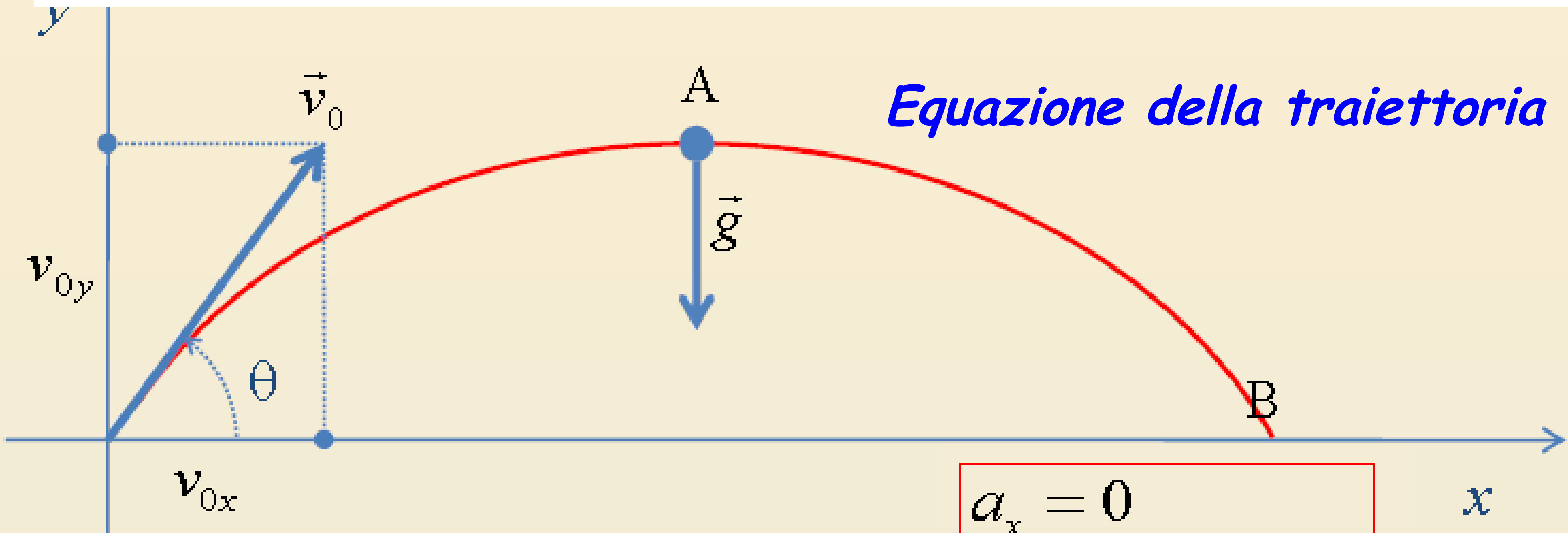
$$y = 0 = h - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\frac{1}{2}gt^2 = h$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

sia per • che per •

Moto di un proiettile



Equazione della traiettoria

$$a_y = -g$$
$$v_y = -gt + v_{0y}$$
$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t$$

$$a_x = 0$$
$$v_x = \cos t = v_{0x}$$
$$x = v_{0x}t$$

$$y = -\left(\frac{g}{2v_{ox}^2}\right)x^2 + \left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right)x$$

Il movimento: dal come al perché

Per mettere in moto un corpo fermo
Per fermare un corpo in moto

Per <u>variare</u> un moto
bisogna intervenire dall'esterno

Variazione di moto ⟷ Causa esterna

Solo l'intervento di una causa esterna può

far iniziare un moto | far cessare un moto

far variare un moto (variando la velocità)

Una causa esterna non può essere altro che

una interazione con un "altro corpo"

es. interaz. a contatto → sforzo muscolare, attrito, ecc.
interaz. a distanza → gravità, attraz.magnetica, ecc.

Cos'è una forza?

Forza = qualunque **causa** esterna che produce una **variazione** dello stato di **moto** o di **quiete** di un corpo

Es.

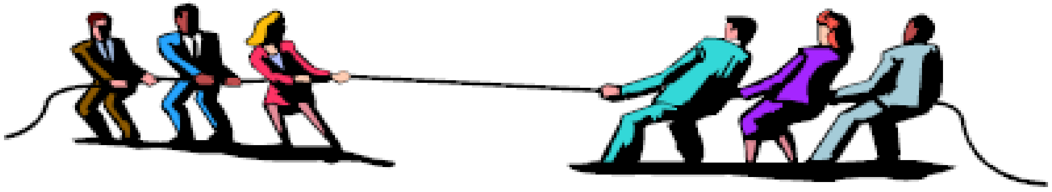
Alcuni fatti sperimentali dall'esperienza quotidiana:

Con una forza muscolare si riesce a spostare un corpo "leggero" ma non un corpo troppo "pesante".

Per rallentare un corpo in moto bisogna trattenerlo a forza o farlo muovere su una superficie ruvida.

Una superficie riesce a sostenere un corpo "pesante" se è molto solida e se il peso è ben distribuito su di essa.

Se un corpo viene tirato o spinto da parti opposte può deformarsi, rompersi o muoversi in una delle due direzioni a seconda del materiale di cui è composto e della forza trainante.



3 principi della Dinamica

Le Forze

E' di Newton (1642-1727) l'idea che le cause dei moti siano le forze.

Sperimentalmente si nota che la forza è un vettore.

Quando si spinge o si tira un oggetto si esercita su di esso una

$$\text{forza} \quad \vec{F}$$

I principi della dinamica (1)

Galileo ha scoperto il I° Principio della Dinamica (detto principio di inerzia), la cui formulazione attuale è dovuta a Newton

Un corpo non soggetto a forze o è fermo o si muove di moto rettilineo uniforme

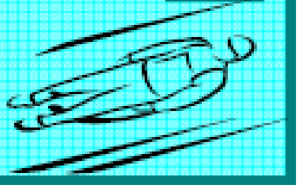
Principio d'inerzia

Un corpo "naturalmente" è fermo
o si sta muovendo di moto rettilineo uniforme ($\vec{v}$ = costante)

Questo non è intuitivo!

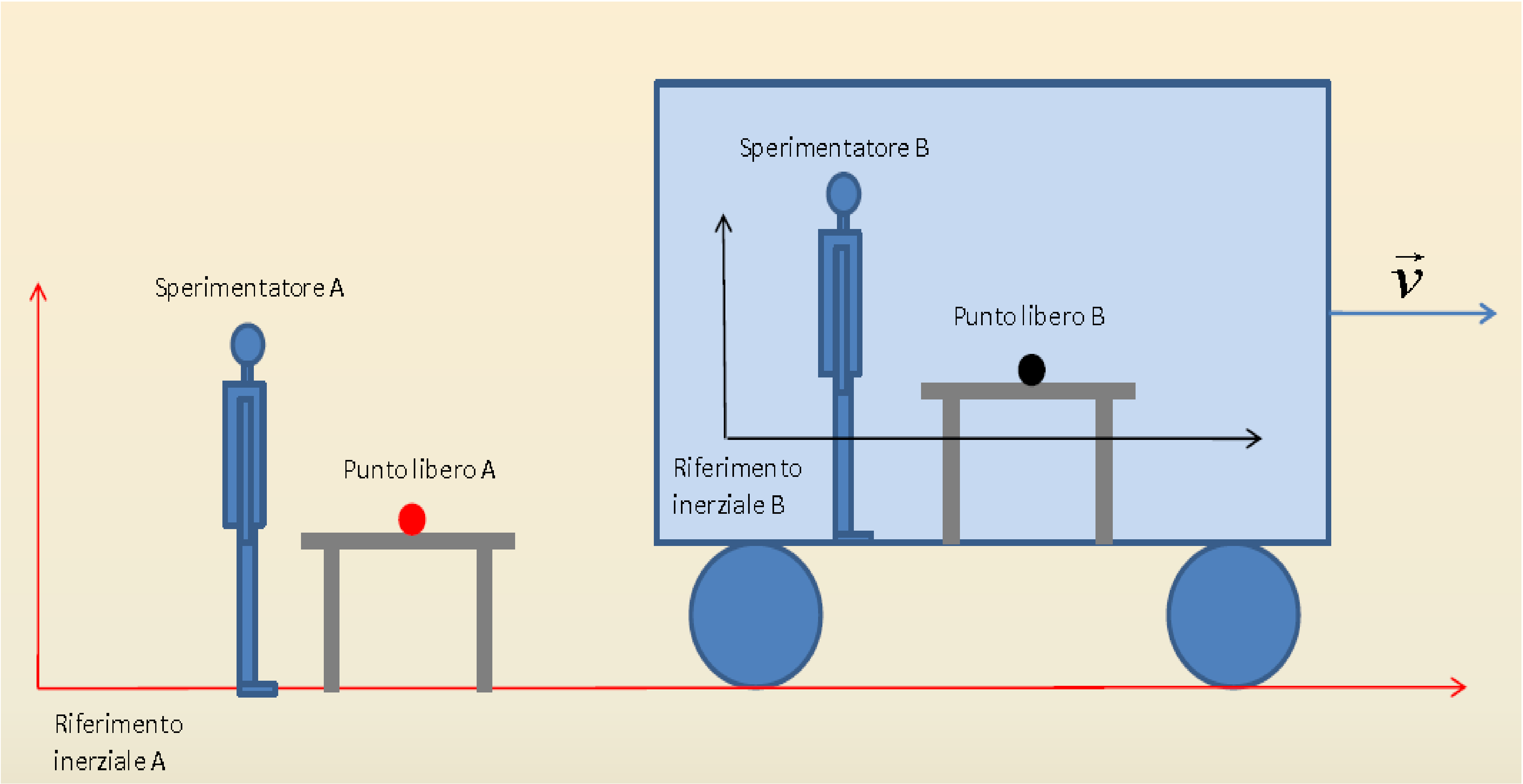
Es.

Esperienza: un corpo in moto dopo un po' si ferma.
Ma sulla Terra nessun corpo è isolato: c'è sempre attrito.
Riducendo l'attrito si prolunga il moto.
Se non ci fosse attrito il moto continuerebbe all'infinito.

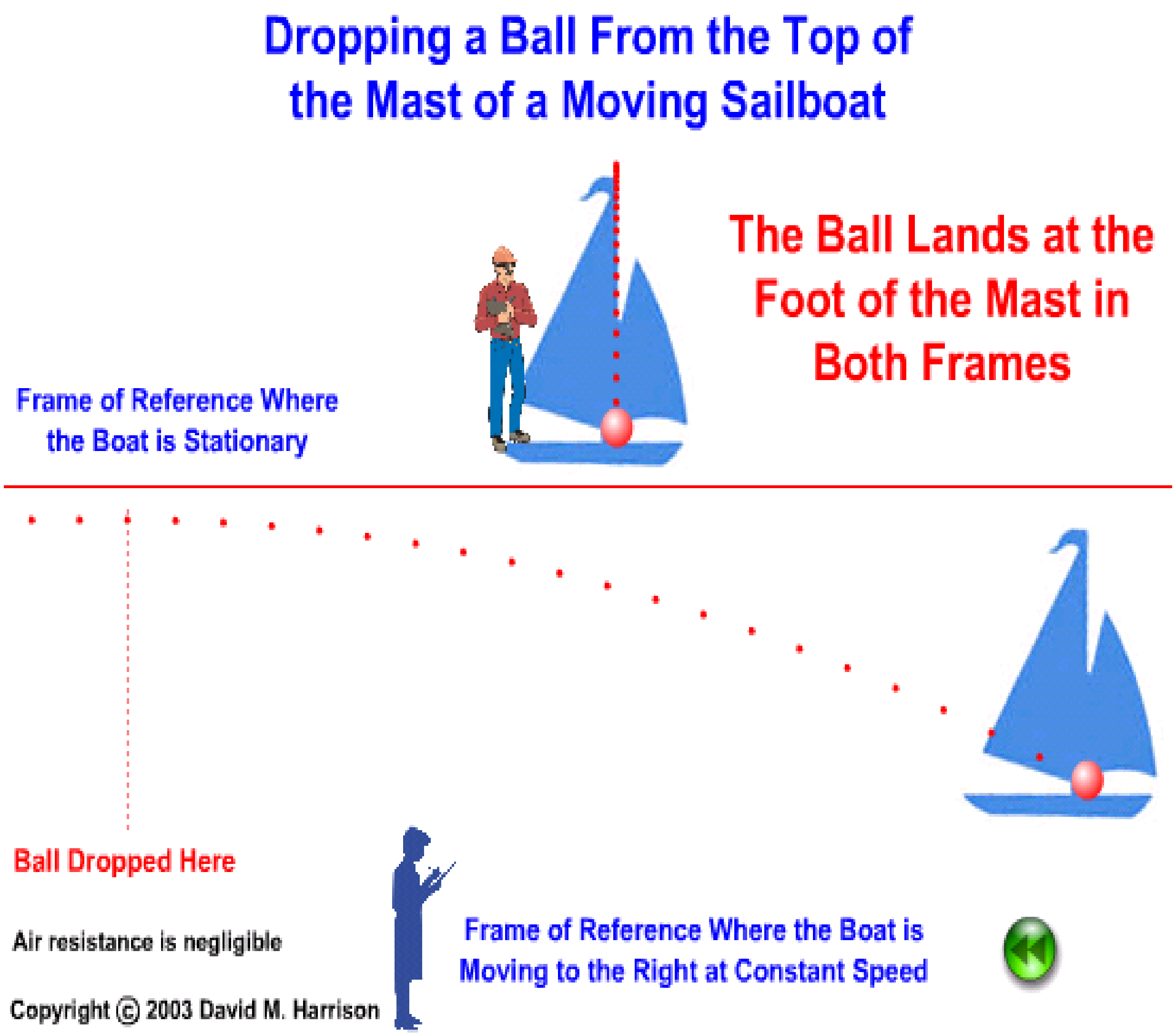


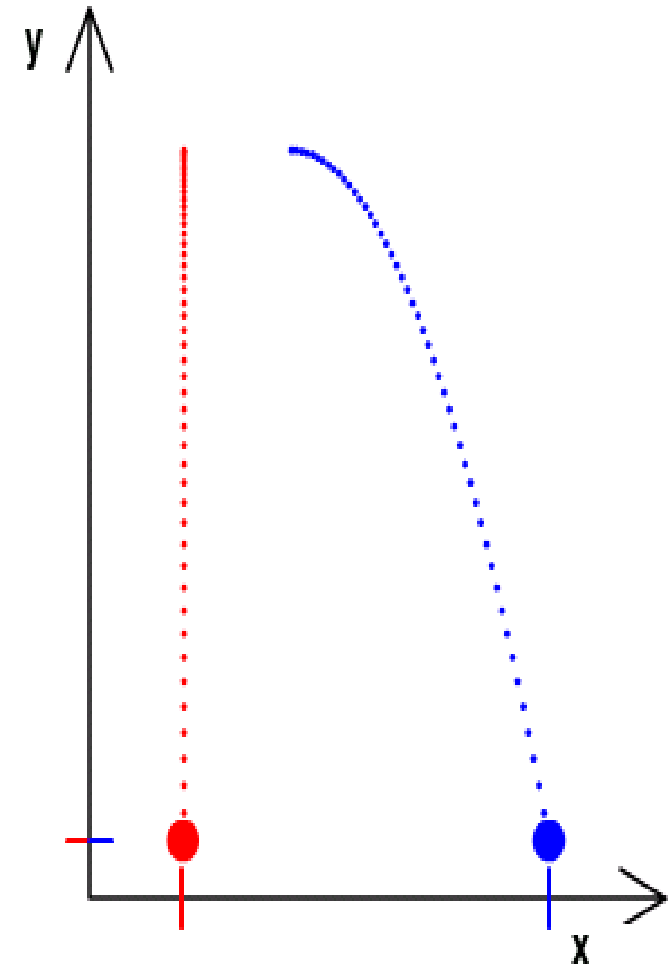
No forza → No variazione stato di moto
→ No variazione di velocità → No accelerazione
→ Quiete o moto rettilineo uniforme

Principio d'inerzia



Principio d'inerzia





I principi della dinamica (2)

Le spiegazioni scientifiche, nella opinione di Newton, non sono più legate ai semplici concetti di moto, ma sono pensate piuttosto come relazioni fra più elementi che possono essere misurati (le osservabili).

Newton, per produrre il proprio lavoro, non ha una matematica sufficiente e quindi inventa il *calcolo differenziale* connettendo, in maniera anche formalmente corretta, le tre osservabili cinematiche:

spazio, velocità ed accelerazione

I principi della dinamica (2b)

Condizioni al contorno

Accelerazione $a(t)$

⇓

Velocità $v(t) = \int a(t)\,dt + v_0$

⇓

Spazio $s(t) = \int v(t)\,dt + s_0 = \int \left(\int a(t)\,dt + v_0 \right) dt + s_0$

I principi della dinamica (3)

Quando ad un oggetto è applicata una forza l'oggetto acquista una accelerazione nella stessa direzione della forza (II° Principio della Dinamica). Le intensità di F e di a sono proporzionali, se si raddoppia F, raddoppia a.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\left[\vec{F}\right] = kg\ m\ s^{-2} = N \quad \mathrm{MKS} \qquad \left[\vec{F}\right] = g\ cm\ s^{-2} = dyne \quad \mathrm{cgs}$$

I principi della dinamica (3a)

Il II° Principio della Dinamica dice che la forza è la causa e l'accelerazione è l'effetto.

La forza è causa dei moti perché produce un'accelerazione, la quale è la variazione nel tempo della velocità e quindi lo stato di moto del corpo cambia.

Newton e dyne

forza = massa · accelerazione | $F = ma$ | N

SI: **Newton** → $1\ N = 1\ kg \cdot 1\ m/s^2$

$\downarrow$ 100000 $\downarrow$ 1000 $\downarrow$ 100

cgs: **dyne** → $1\ dyne = 1\ g \cdot 1\ cm/s^2$

1 N = forza che, applicata a un corpo di massa 1 kg, produce un'accelerazione di 1 m/s^2

1 dyne = forza che, applicata a un corpo di massa 1 g, produce un'accelerazione di 1 cm/s^2

Es.

$1\ N = 1\ kg \cdot 1\ m/s^2 = 10^3\ g \cdot 10^2\ cm/s^2 = 10^5\ dyne$

$1\ dyne = 1\ g \cdot 1\ cm/s^2 = 10^{-3}\ kg \cdot 10^{-2}\ m/s^2 = 10^{-5}\ N$

$\vec{F} = m\vec{a}$

Forza e accelerazione sono grandezze vettoriali direttamente proporzionali. Il loro rapporto è la massa, costante dipendente dal corpo in esame.

→ F/a = costante → MASSA

dipendente dal tipo (natura, forma, dimensioni) di corpo

PROPRIETA' INTRINSECA DEL CORPO

GRANDEZZA SCALARE FONDAMENTALE → Kg (MKS), g (cgs)

I principi della dinamica (4)

Se la forza è costante, dal II° Principio della Dinamica, l'accelerazione è costante e quindi il moto deve essere uniformemente accelerato, infatti (in una dimensione per semplicità

$$a = \frac{F}{m} = \cos t$$

$$\frac{dv}{dt} = a = \frac{F}{m}$$

$$dv = \frac{F}{m}dt \quad \Rightarrow \quad \int dv = \frac{F}{m}\int dt \quad \Rightarrow \quad v = \frac{F}{m}t$$

$$\frac{dx}{dt} = v = \frac{F}{m}t$$

$$dx = \frac{F}{m}t\,dt \quad \Rightarrow \quad \int dx = \frac{F}{m}\int t\,dt \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{2}\frac{F}{m}t^2$$

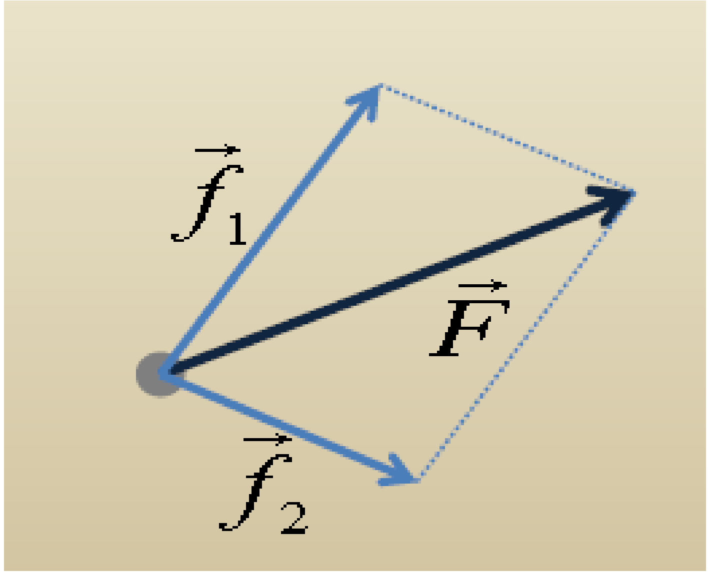
$$x = \frac{1}{2}at^2$$

Equazione oraria del moto uniformemente accelerato

Il Principio di Sovrapposizione

Quando più forze sono applicate contemporaneamente ad un punto, l'effetto complessivo è uguale a quello che si ottiene applicando al punto la risultante (somma vettoriale) delle singole forze.

$$\vec{F} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3 + \cdots$$



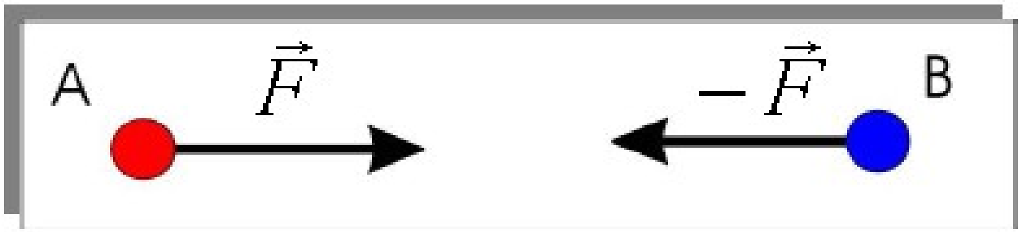
I principi della dinamica (5)

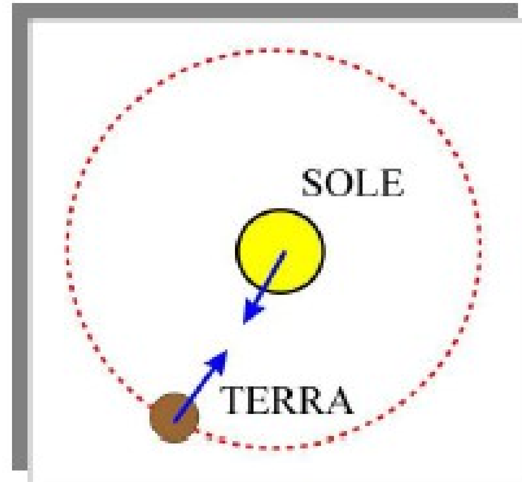
III° Principio della Dinamica
(principio di azione e reazione)

Se un corpo A esercita una forza $\vec{F}_{AB}$ su di un corpo B, quest'ultimo esercita su A una forza $\vec{F}_{BA}$ che ha lo stesso modulo e la stessa direzione di $\vec{F}_{AB}$, ma verso opposto

Principio di azione e reazione

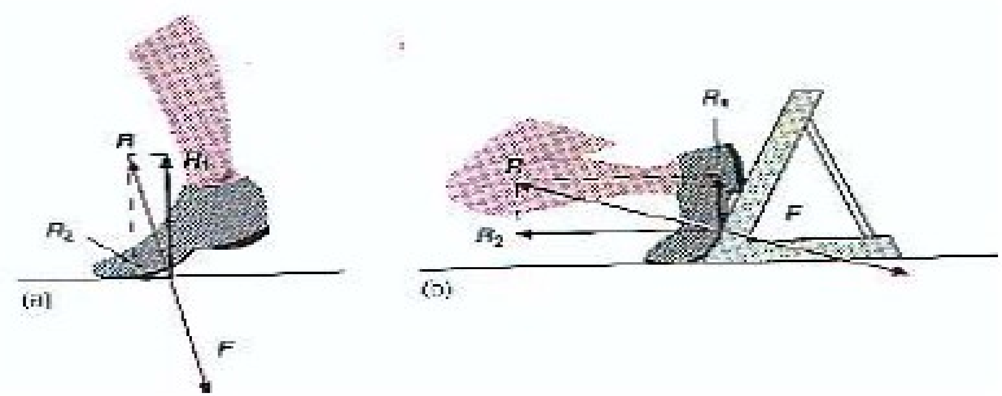
$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$





Es.

Esempi quotidiani:
- sostegno pavimento/sedia
- spinta "all'indietro"
- rinculo
- camminare, correre
- mezzi di trasporto



I principi della dinamica (6)

Le forze di azione e di reazione sono applicate su corpi diversi e quindi, in generale, *i loro effetti non si annullano.*

Lo stato di moto di un oggetto è determinato solo dalle forze che agiscono su di esso ed in generale le forze esercitate da un oggetto influenzano il moto di altri oggetti.

$$\text{III}^\circ \text{ Principio} \;\Rightarrow\; \sum \vec{F}_{\text{int}} = 0$$

I principi della dinamica (8)

Newton, usando il *principio di semplicità*, definisce il

sistema fisico come il
minimo numero di corpi ed
interazioni capaci di
descrivere il dato
sperimentale

Forza peso (1)

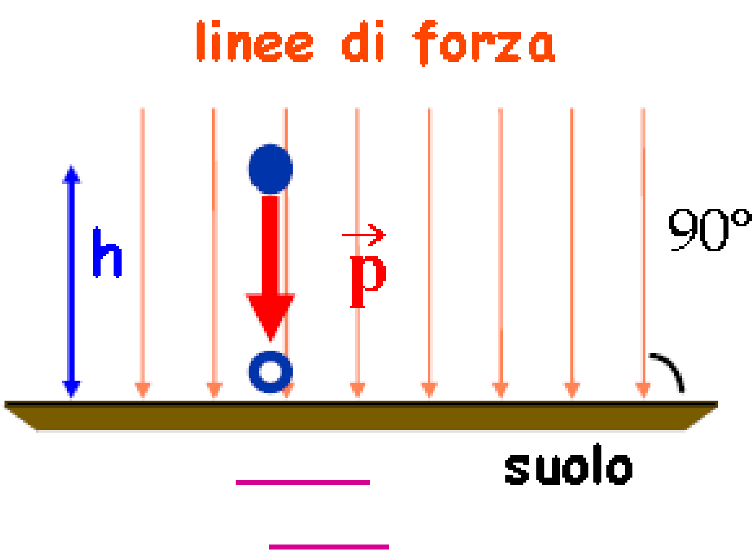
Dalle osservazioni sperimentali che l'accelerazione di gravità è la stessa per tutti gli oggetti che cadono, che è costante e che vale il II° Principio della Dinamica discende che deve esistere una forza costante, diretta verso il basso che agisce su tutti i corpi che cadono.

Forza peso (2)

Ogni corpo di massa m soggetto alla accelerazione di gravità g risente della forza peso diretta verticalmente verso il basso.

$$\vec{F} = m\vec{g} = \vec{p}$$

modulo	$\|p\| = m\ g$
direzione	verticale
verso	basso



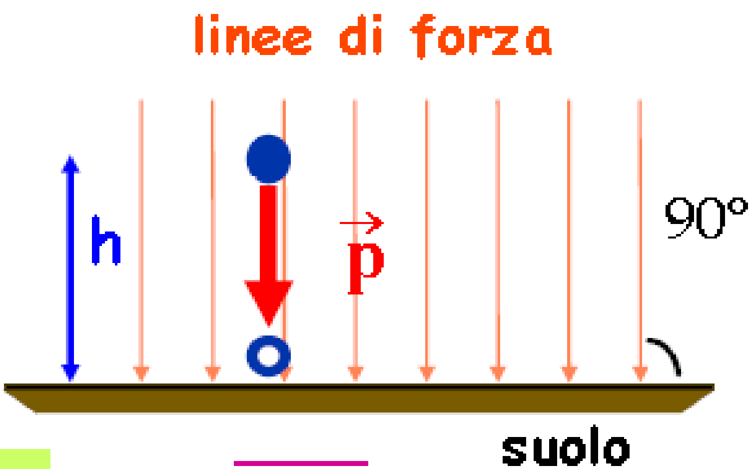
Forza peso (3)

E' una forza costante

MOTO DI CADUTA
sempre uniformemente accelerato
con accelerazione $g = 9.8\ m/s^2$

Condizioni al contorno:
$s_0 = 0$
$v_0 = 0$

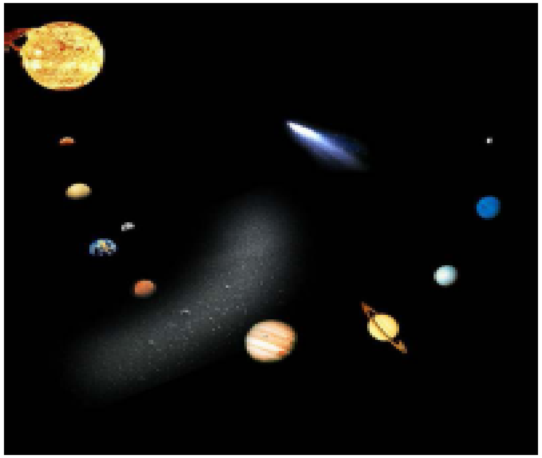
$v = g\,t$
$h = \frac{1}{2}\,g\,t^2$



Tempo di arrivo al suolo: $t = \sqrt{2h/g}$
Velocità di arrivo al suolo: $v = \sqrt{2gh}$

La gravitazione universale (1)

Poiché le forze sono responsabili del moto, se sappiamo scrivere la forza e conosciamo le *condizioni al contorno* (spazio e velocità iniziali), si può risolvere il moto.



Quindi la *COSMOLOGIA* (problema fondamentale della fisica da Aristotele in poi), cioè il moto dei pianeti è risolto se si scrive la forza con cui interagiscono due corpi fra loro.

La gravitazione universale (2)

I gravi in caduta libera con moto accelerato, ma pure i pianeti costretti a muoversi intorno al Sole e la Luna intorno alla Terra, provano l'esistenza di cause (le forze) che deviano i corpi materiali dalla condizione di moto rettilineo uniforme.

Newton dedusse il dato sperimentale che questa forza fosse unica e la chiamò di

Gravitazione Universale

ipotizzando che la stessa forza che provoca la caduta dei gravi fosse anche quella che costringe la Luna a percorrere un'orbita chiusa intorno alla Terra ed i pianeti a descrivere le orbite ellittiche intorno al Sole.

La gravitazione universale (3)

Il livello di generalizzazione è eccezionale

la luna "cade" sulla terra

come la mela

L'universo è fatto della stessa materia della terra e tutti i corpi materiali, terrestri e celesti, subiscono l'azione della stessa forza:

la gravitazione universale

La gravitazione universale (4)

Due corpi, dotati di massa, sono attratti da una forza diretta lungo la congiungente dei loro centri ed il cui modulo vale

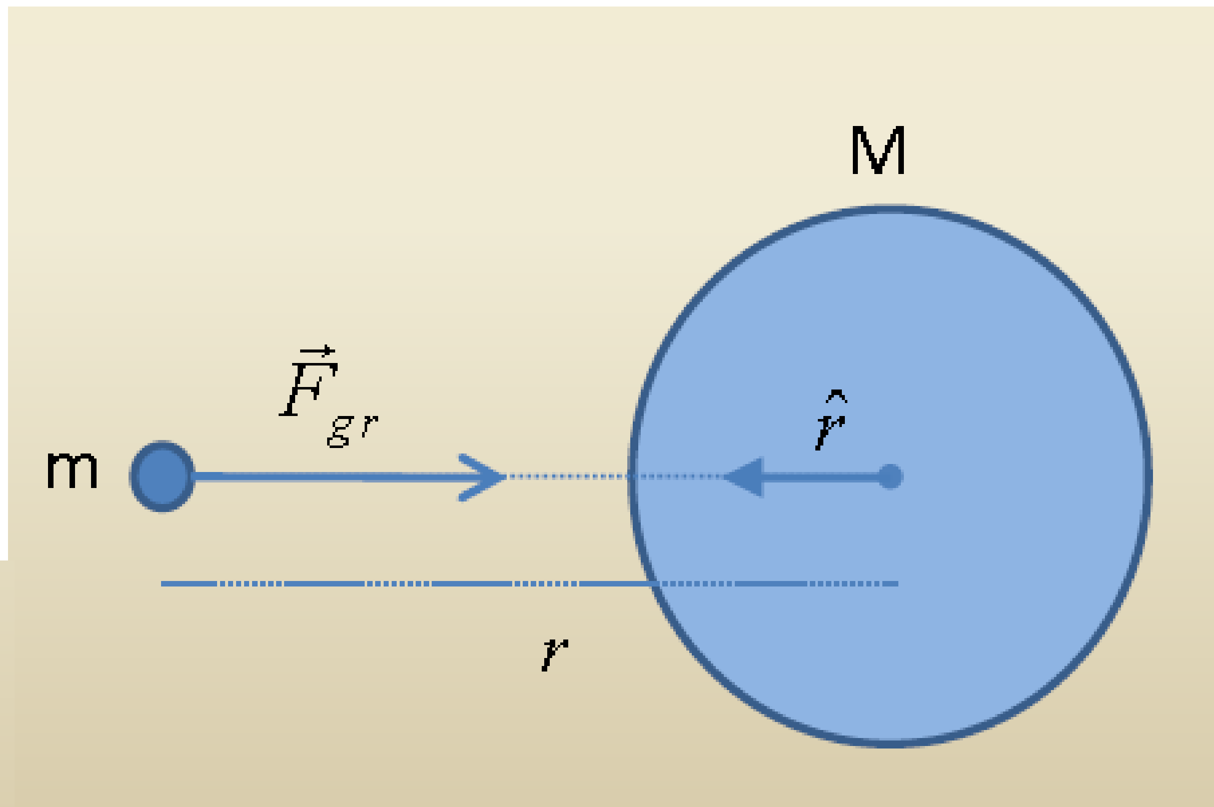
$$F = G\frac{M_1 M_2}{r^2}$$

$$G = 6.67\ 10^{-11} \quad Nm^2Kg^{-2}$$

G è la costante di gravitazione universale

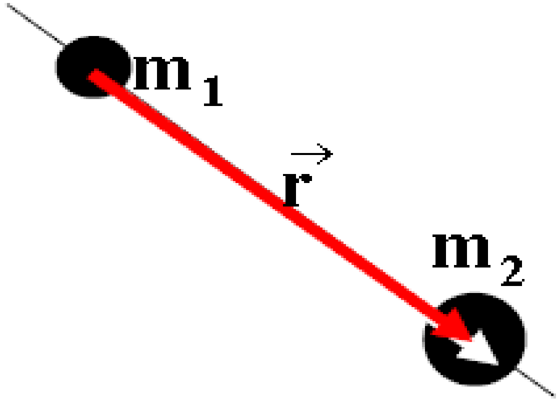
Il Teorema di Newton

Una sfera omogenea di massa M esercita su un punto m (esterno alla sfera) la stessa forza che eserciterebbe se tutta la massa M della sfera fosse concentrata nel suo centro.



$$\vec{F}_{gr} = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{r}$$

La gravitazione universale (5)



Tra due corpi di massa m_1 e m_2,
posti a distanza r,
si esercita sempre ⟶ *non solo sulla Terra!*
una forza di attrazione
- diretta lungo la congiungente tra i due corpi
- proporzionale alle due masse
- inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza

LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE

$$\vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

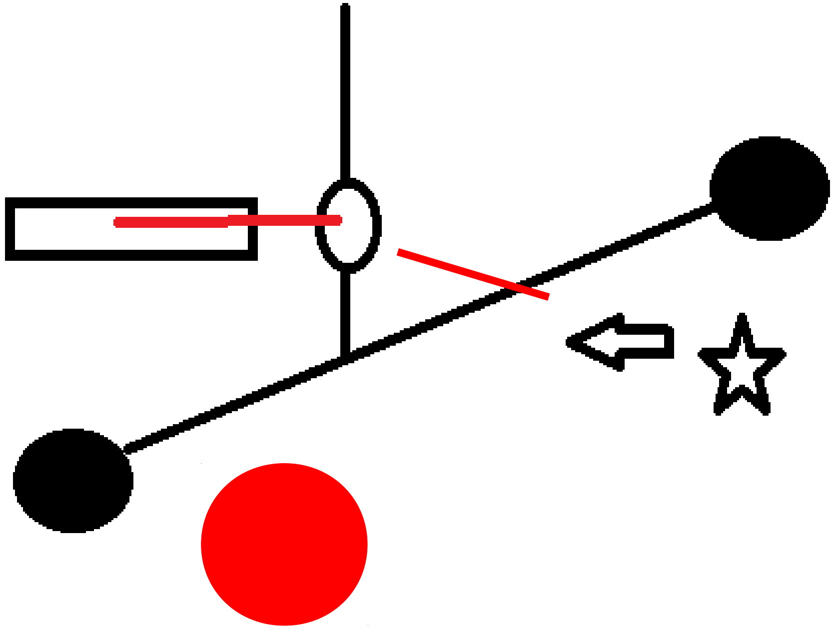
attrazione

$G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$

... troppo piccola per essere osservata tra corpi "normali" ...

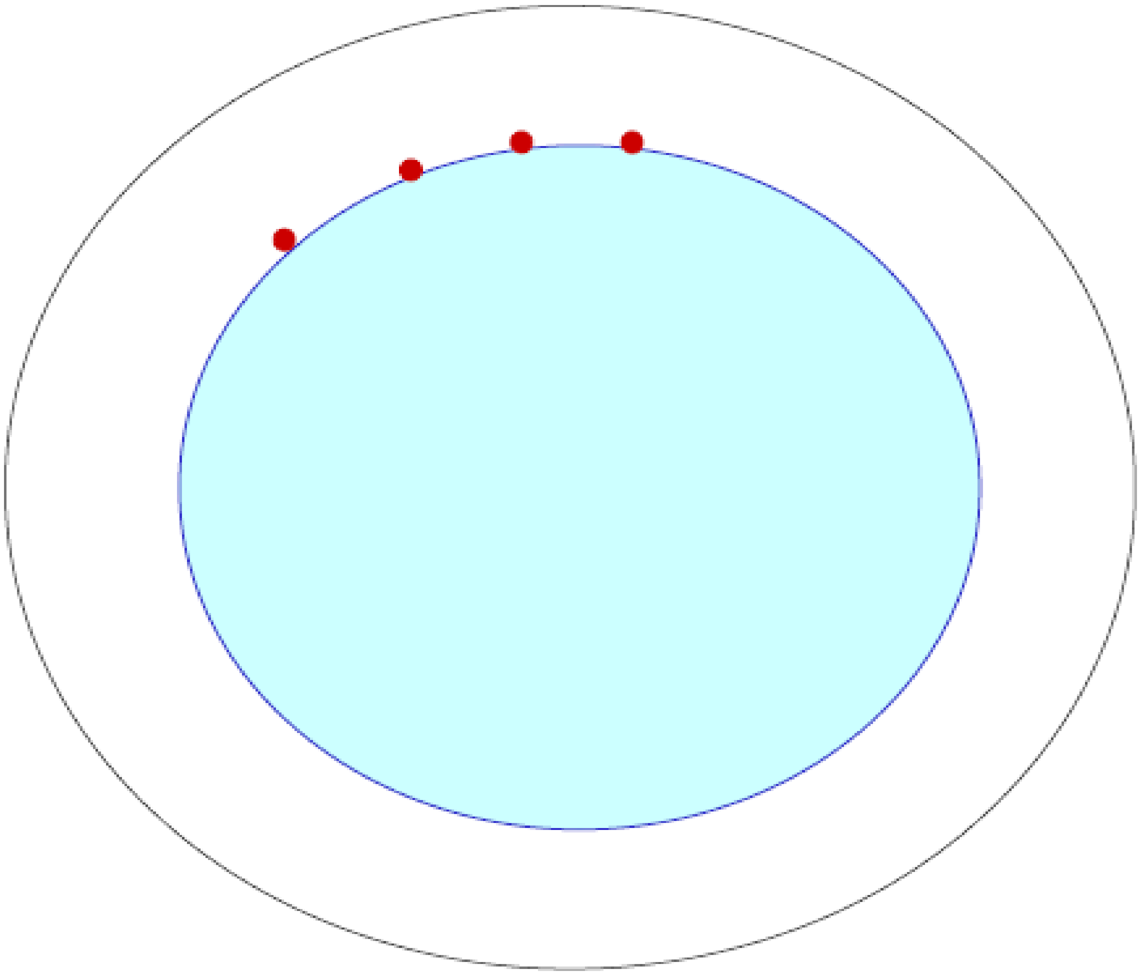
L'esperienza di Cavendish

- Due masse identiche pesanti collegate da una sbarra indeformabile;
- Il sistema appeso attraverso una fibra a cui è collegato uno specchietto;
- una sorgente luminosa che manda un raggio sullo specchietto che lo riflette su una scala graduata;
- una massa esterna che provoca l'attrazione e quindi la torsione del filo, e quindi al deviazione del raggio luminoso.



La gravitazione universale (6)

La Luna è in perpetua caduta sulla Terra.

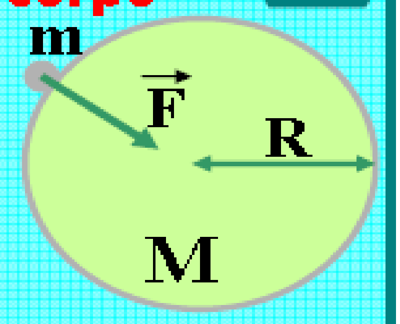


Velocità di fuga = 11.2 km/s ~ 40000 km/h

La gravitazione universale e la forza peso (1)

Es.

Quanto vale la forza gravitazionale tra la Terra e un corpo di massa m= 1 kg posto alla superficie della Terra?



Dati Terra: M = 5.98 $\cdot 10^{24}$ kg, R = 6.38 $\cdot 10^{6}$ m

$$F = G\frac{mM}{r^2}$$

$$= \frac{\left(6.67 \bullet 10^{-11}\ \mathrm{Nm}^2/\mathrm{kg}^2\right)\bullet\left(1\,\mathrm{kg}\right)\bullet\left(5.98 \bullet 10^{-24}\ \mathrm{kg}\right)}{\left(6.38 \bullet 10^{6}\ \mathrm{m}\right)^2}$$

$$= 9.799\ \mathrm{N}$$

Risultato: 9.8 N

$$F = G\frac{M}{r^2}m$$

g = 9.8 m/s^2 nelle vicinanze della superficie della Terra

$\vec{F} = m\vec{g}$ forza peso

g è un'accelerazione!

$$r^2 = (R+h)^2 = R^2 + 2Rh + h^2$$

La gravitazione universale e la forza peso (2)

Consideriamo un corpo di massa m che si trova ad una altezza h sulla superficie della terra. Su di esso agisce la forza di attrazione gravitazionale F

$$F = \frac{GmM_{terra}}{r^2}$$

Possiamo scrivere

$$r^2 = \left(R_{terra} + h\right)^2 = R_{terra}^2 + 2R_{terra}h + h^2$$

$$h << R_{terra} \quad \Rightarrow \quad r^2 \cong R_{terra}^2$$

$$F \cong m\frac{GM_{terra}}{R_{terra}^2} = mg$$

Esperimento di Cavendish

L'accelerazione centripeta a_R ha la direzione ed il verso di Δv, cioè è diretta verso il centro della circonferenza.

Dal II° Principio della Dinamica possiamo quindi dedurre che affinchè un corpo si muova di moto circolare uniforme deve esistere una *forza centripeta* diretta verso il centro della circonferenza e il cui modulo vale

$$\left|\vec{F}\right| = m\frac{v^2}{R}$$

LE FORZE

forza gravitazionale:
ha la propria sorgente nella massa

forza vincolare:
ha la propria sorgente nelle interazioni fra gli atomi che compongono il vincolo

forza d'attrito:
ha la propria sorgente nelle interazioni fra due superfici

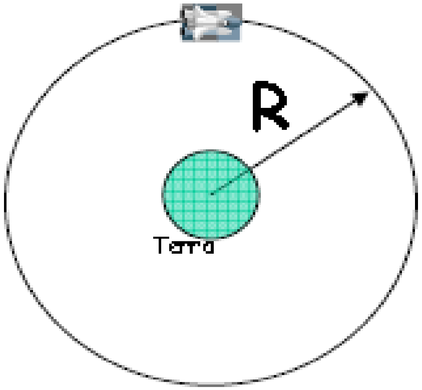
forza costante:
non cambia nel tempo e nello spazio modulo, direzione e verso

forza centripeta:
permette ai corpi di compiere moti circolari

non esistono costanti o centripeti

FORZA CENTRIPETA: esempi

Supponiamo di avere una astronave che ruota lungo una orbita stazionaria circolare di raggio R: quanto vale il modulo della sua velocità di rotazione?



L'unica forza agente sull'astronave è la forza di attrazione gravitazionale fra le terra e l'astronave stessa

$$F = G\frac{mM_T}{R^2}$$

Poiché l'astronave descrive un moto circolare uniforme la forza F deve essere centripeta e quindi

$$F = G\frac{mM_T}{R^2} = ma = m\frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{G\frac{M_T}{R}}$$

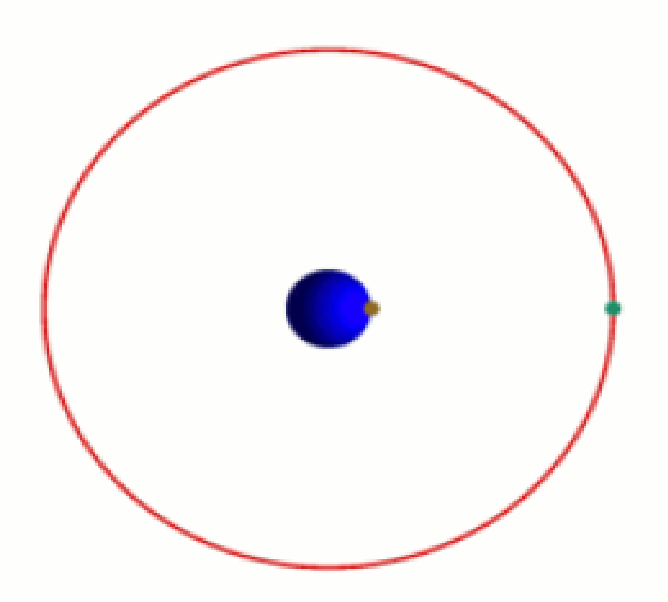
SATELLITI

Come si vede dalla formula

$$v = \sqrt{G\frac{M_T}{R}}$$

fissata la velocità di rotazione del satellite, è fissato il raggio dell'orbita e viceversa.

Per satelliti GEO (Geostationary Earth Orbit) avremo



$$v_{GEO} \approx 3 \text{ Km/s} = 11000 \text{ Km/h}$$

$$R_{GEO} \approx 42000 \text{ Km}$$

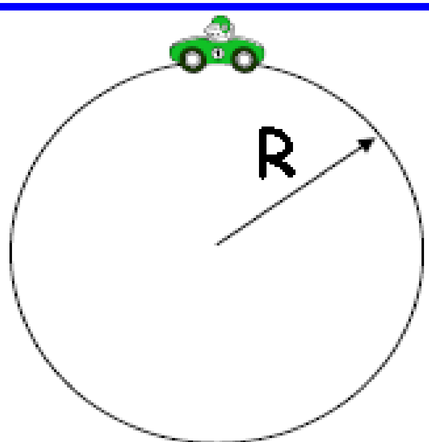
$$R_{GEO} = R_{Terra} + h$$

$$\Downarrow$$

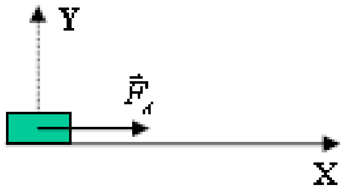
$$h \approx 36000 \text{ Km}$$

FORZA CENTRIPETA: esempi

Supponiamo di avere un'auto che percorre una curva *piana* circolare di raggio R: quanto vale il modulo della velocità massima con la quale può percorrere la curva senza slittare?



L'unica forza capace di produrre una accelerazione centripeta è la forza d'attrito fra le ruote e la strada. Quindi la massima forza d'attrito producibile pone un limite alla velocità con cui l'auto può percorrere la curva senza slittare.



L'attrito in questione è quello statico (μ_S) perché, nel punto di contatto, il pneumatico è momentaneamente fermo, lungo il raggio della curva, rispetto alla strada. Se si supera v_{max} l'auto inizia a slittare e la forza d'attrito diminuisce ($\mu_d < \mu_S$) e quindi la macchina non si controlla.

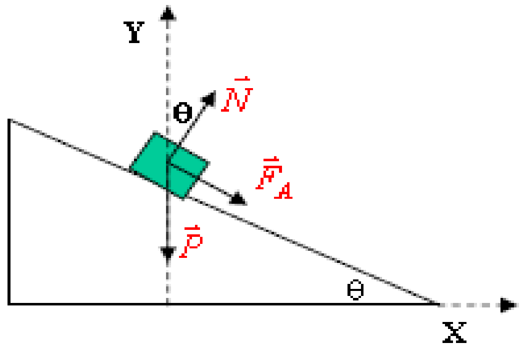
$$\vec{F}_A = \vec{F}_{centripeta} \qquad \vec{F}_A(\mu_S mg;0) \qquad \vec{F}_{centripeta}(F_{centripeta};0)$$

$$F_A = \mu_S mg = ma = m\frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad v_{\max} = \sqrt{R\mu_S g}$$

Senza attrito non si può fare la curva

FORZA CENTRIPETA: esempi

Supponiamo di avere un'auto che percorre una curva *rialzata* circolare di raggio R: quanto vale il modulo della velocità massima con la quale può percorrere la curva senza slittare?



La somma delle forze agenti deve produrre una forza centripeta

$$\vec{F}_A + \vec{P} + \vec{N} = \vec{F}_{centripeta}$$

$$\vec{F}_A(\mu_S N\cos\theta; -\mu_S N\sin\theta) \qquad \vec{P}(0; -mg)$$

$$\vec{N}(N\sin\theta; N\cos\theta) \qquad \vec{F}_{centripeta}(F_{centripeta}; 0)$$

$$\begin{cases} \mu_S N\cos\theta + 0 + N\sin\theta = F_{centripeta} \\ -\mu_S N\sin\theta - mg + N\cos\theta = 0 \end{cases} \Longrightarrow \quad N = \frac{mg}{(\cos\theta - \mu_S\sin\theta)}$$

$$F_{centripeta} = mg\frac{\sin\theta + \mu_S\cos\theta}{\cos\theta - \mu_S\sin\theta}$$

$$\theta = 0^\circ \quad \Rightarrow \quad F_{centripeta} = \mu_S mg$$

Curva piana

$$\mu_S = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{centripeta} = mg\, tg\theta$$

Senza attrito si può fare la curva

~1920 E. Hubble, con il telescopio di 2m di Wilson Mount, riuscì a risolvere in singole stelle la nebulosa Andromeda e comprese l'esistenza delle galassie.

Dalla velocità di rotazione, e dalla distanza si ricava l'accelerazione
Centripeta, ossia la forza gravitazionale ==> si stima la massa della galassia.

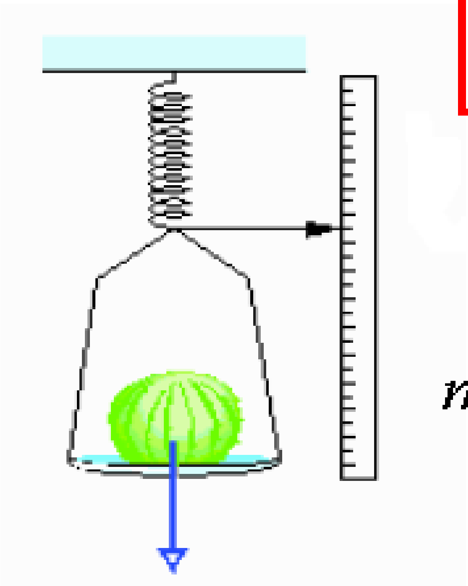
FORZE ELASTICHE: LE MOLLE

Consideriamo una molla ideale di costante elastica k.
Queste molle esercitano forze elastiche del tipo

$$\vec{F} = -k\vec{x} \qquad \{[k] = Nm^{-1}\}$$

dove x è l'elongazione della molla ed il segno meno indica che la forza si oppone allo spostamento.

dinamometro



Poiché il dinamometro è in equilibrio deve valere, per il I° Principio della Dinamica

$$\vec{P} + \vec{F} = 0$$

$$mg - kx = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad x = \frac{mg}{k}$$

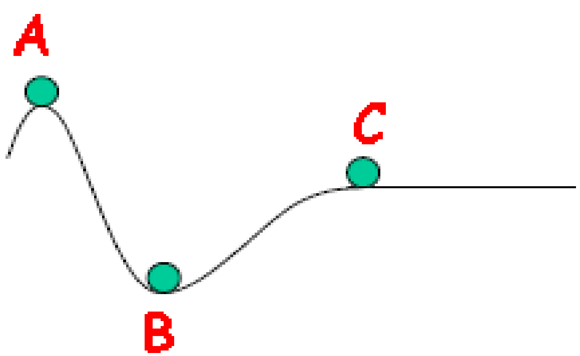
Misura diretta della forza

EQUILIBRIO DELLE FORZE

$$\boxed{\sum \vec{F}_{ext} = 0}$$

basta perchè

$$\sum \vec{F}_{\text{int}} = 0 \quad (\text{III}^{\circ} \text{ Principio})$$



Si dice che un sistema fisico è in *equilibrio* quando la somma delle forze esterne agenti su di esso è zero.

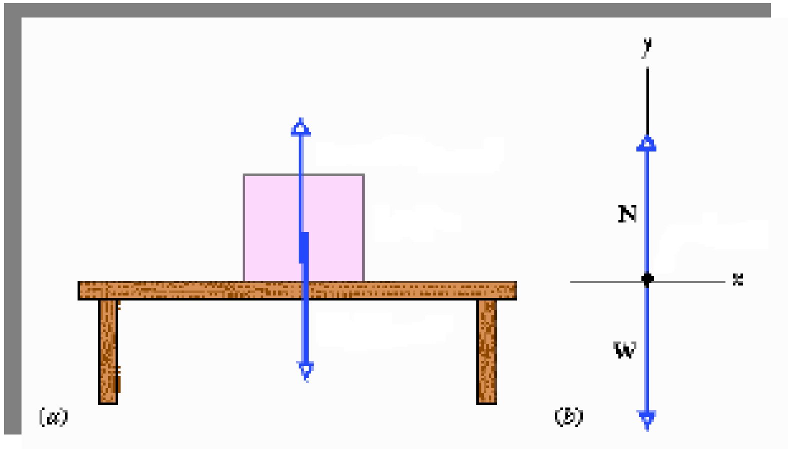
A – equilibrio *instabile*, se si allontana il corpo dalla posizione di equilibrio, esso tende ad allontanarsi di più;
B – equilibrio *stabile*, se si allontana il corpo dalla posizione di equilibrio, esso tende a ritornare verso di essa;
C – equilibrio *indifferente*, se si sposta il corpo esso rimane dove lo mettiamo.

FORZE DI REAZIONE VINCOLARE

Sono le forze esercitate dai vincoli cui è soggetto il corpo. L'azione del vincolo è rappresentata da una forza detta reazione vincolare.

Il corpo è in equilibrio sotto l'azione della forza peso **w** e della reazione vincolare **N** (normale alla superficie di contatto).

I° Principio della Dinamica



Le reazioni vincolari sono sempre ortogonali ai vincoli

FORZE DI ATTRITO (1)

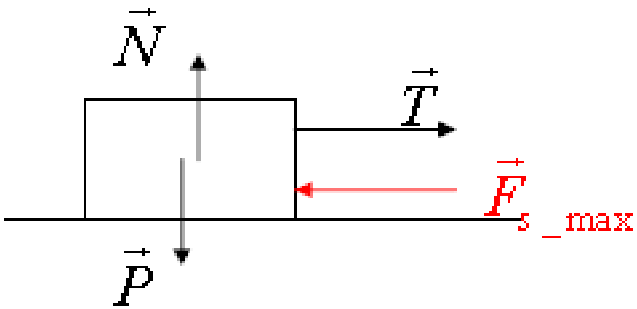
La forza di attrito si sviluppa quando due superfici ruvide slittano l'una sull'altra. È parallela alle superfici a contatto e si oppone al loro movimento relativo. Essa dipende dallo stato di rugosità delle superfici a contatto.

Dal punto di vista microscopico l'attrito è causato da tanti piccoli legami temporanei fra i punti di contatto fra le due superfici.

Per ridurre l'attrito: rotolamento o interposizione di liquidi

FORZE DI ATTRITO (3)

Alcune osservazioni empiriche:



1) F_{s_max} è indipendente dall'area di contatto

2) $F_{s\_max}=\mu_s N$ μ_s coefficiente di attrito statico

adimensionale

0.5-1.0 metallo/metallo;
0.04 teflon/metallo; >1 adesione

3) La forza per mantenere in moto un oggetto a velocità costante $F_d<F_{s\_max}$

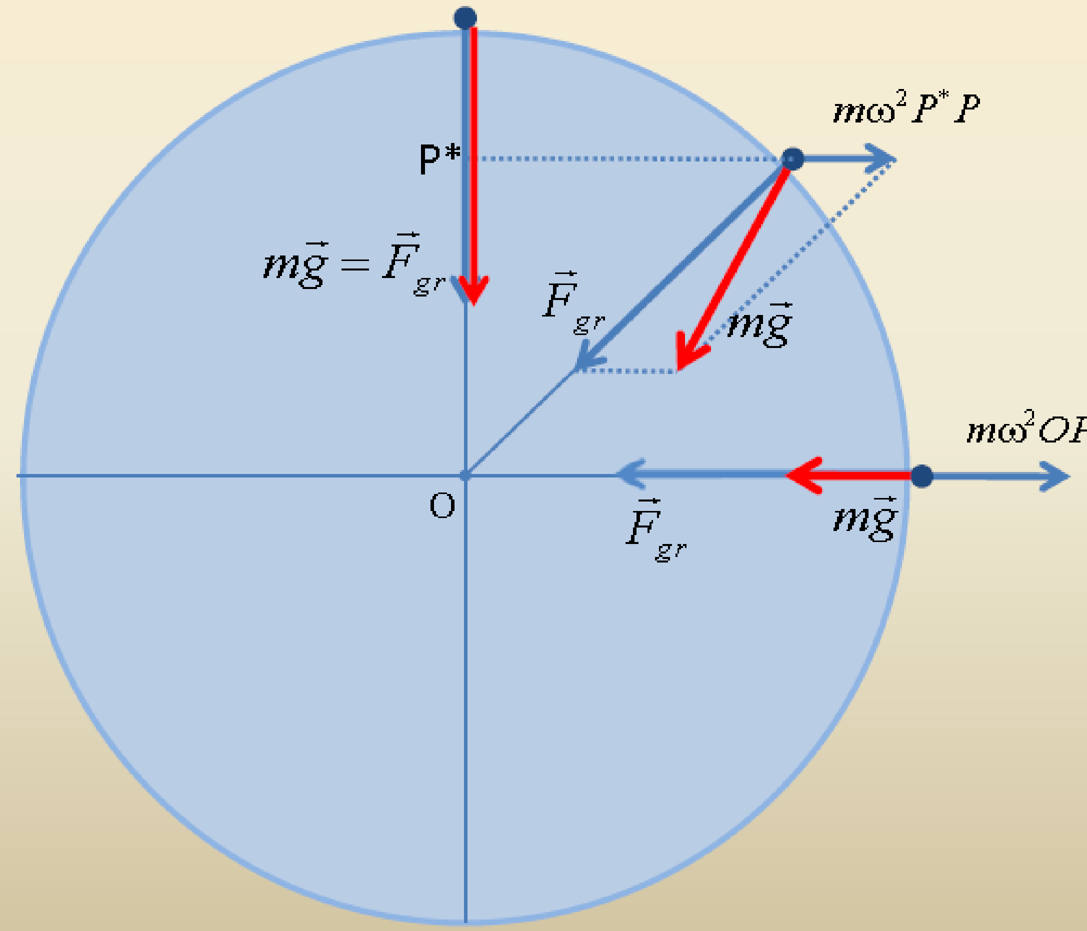
$$F_d = \mu_d N \quad \Rightarrow \quad \mu_d < \mu_S$$

La Forza Peso (raffinata)

Il peso è la risultante della forza di attrazione gravitazionale e della forza centrifuga legata al moto di rotazione diurna attorno all'asse polare.

$$\vec{P} \equiv m\vec{g} = \vec{F}_{gr} + \vec{F}_{centr.}$$

$$= -G\frac{Mm}{r^2}\hat{r} + m\omega^2 P^* P$$



$g = 9.81\ m/s^2$ alle nostre latitudini
$g = 9.78\ m/s^2$ all'equatore
$g = 9.83\ m/s^2$ ai poli