Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Medicina e Chirurgia

Fisica

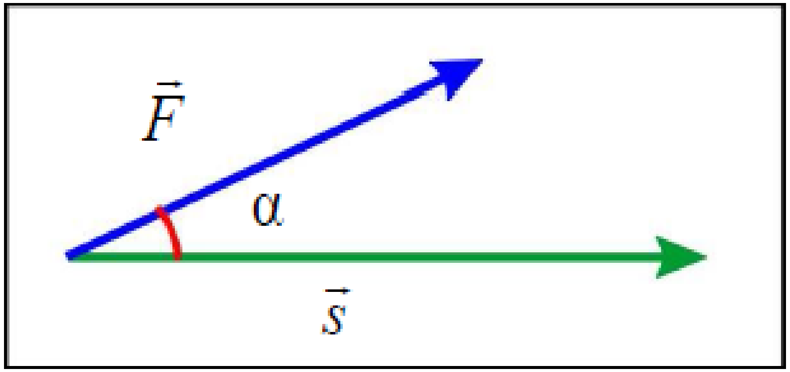
Leonello Servoli
Leonello.servoli@pg.infn.it
Tel.: 0039-348-3345847

http://www.fisica.unipg.it/~servoli

8 novembre	5	
11 novembre	6	
15 novembre	7	
25 novembre	8	
29 novembre	9	
6 dicembre	10	
9 dicembre	11	
13 dicembre	12	
20 dicembre	13	Simulazione compito scritto
20 dicembre	10:00	esame
13 gennaio	10:00	esame
27 gennaio	10:00	esame
10 febbraio	10:00	esame
21 febbraio	10:00	esame

LAVORO

Se un corpo agisce una forza ***F***, il lavoro compiuto dalla forza per uno spostamento ***s*** è



$$L = \int F \cos\alpha \, ds = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

se la forza è costante

$$L = F \cdot s \cdot \cos\alpha = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

IL LAVORO E' UNO SCALARE

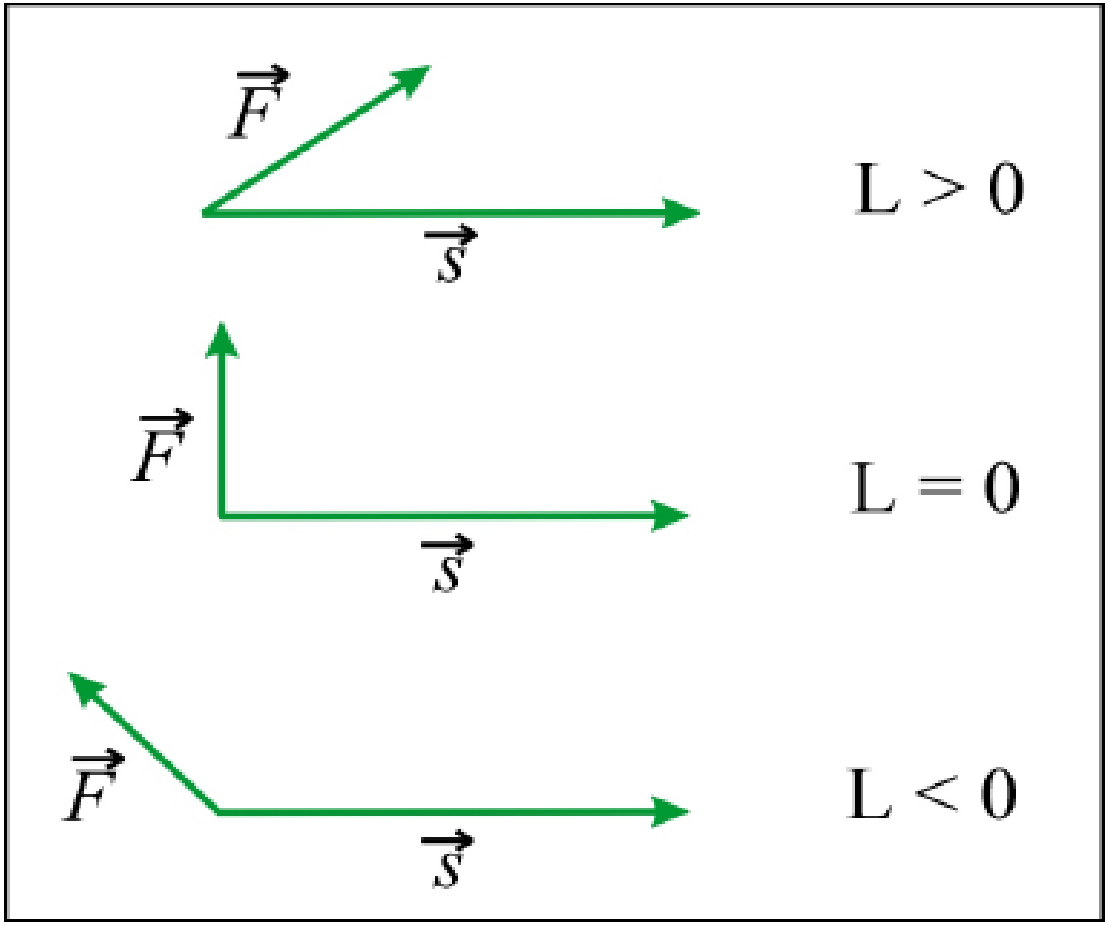
LAVORO

Il lavoro può essere

positivo

nullo

negativo



LAVORO

L'unità di misura del lavoro nel S.I. si chiama joule: lavoro compiuto dalla forza di 1 N che si sposta di 1 m parallelamente alla direzione della forza.

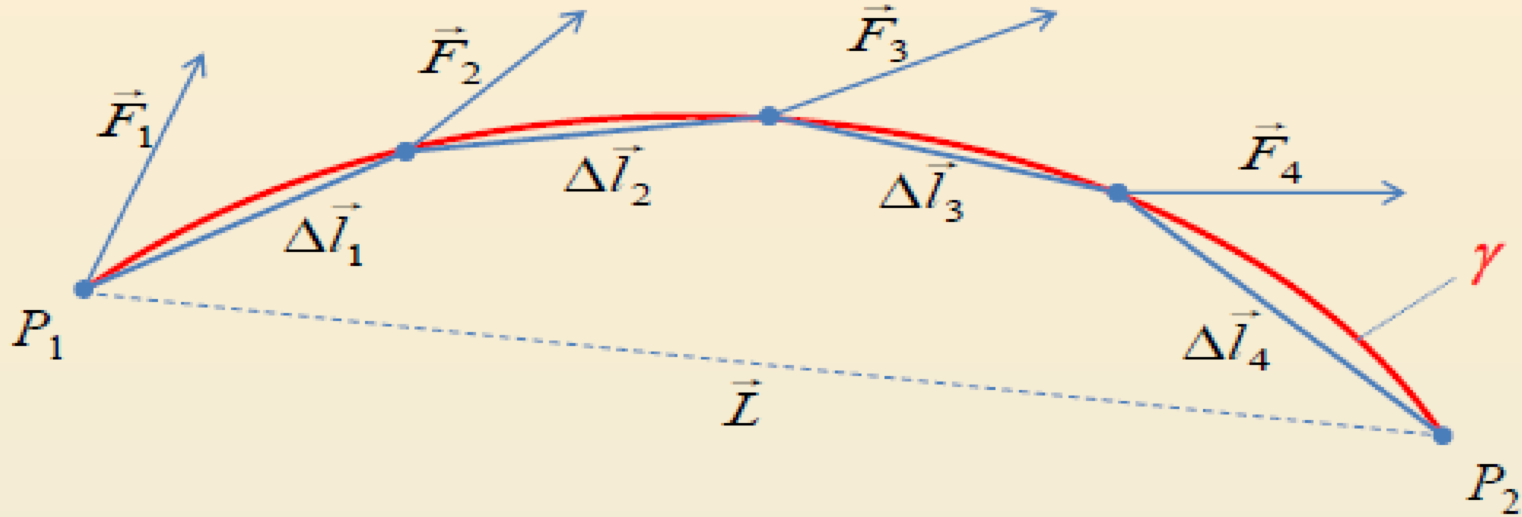
$$J = N \cdot m = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$$

Nel sistema C.G.S. l'unità di lavoro si chiama erg.

$$erg = dyne \cdot cm = g \cdot cm^2 \cdot s^{-2}$$

$$joule = N \cdot m = 10^5 dyne \cdot 10^2 cm = 10^7 \ erg$$

LAVORO



$$L_{P_1P_2,\gamma} = \lim_{\Delta l_i \to 0}\left(\vec{F}_1 \cdot \Delta\vec{l}_1 + \vec{F}_2 \cdot \Delta\vec{l}_2 + \vec{F}_3 \cdot \Delta\vec{l}_3 + \cdots\right) = \int_{P_1,\gamma}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Se la forza *F* agente su P è costante

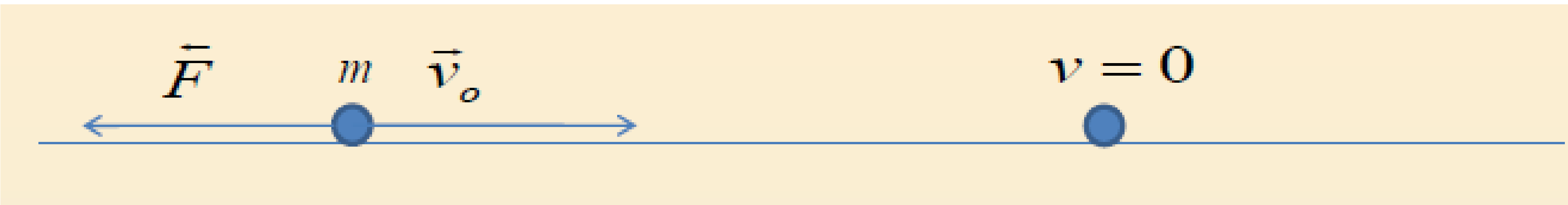
$$L = \int_{P_1,\gamma}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \vec{F} \cdot \int_{P_1,\gamma}^{P_2} d\vec{l} = \vec{F} \cdot P_1P_2 = \vec{F} \cdot \vec{L}$$

Se la forza *F* agente su P è costante e parallela a *L*

$$L = \pm FL$$

ENERGIA CINETICA (1)

Applichiamo una forza per fermare un corpo in moto con velocità $\bar{v}_0$



$$a = F / m \qquad d_{arr} = \frac{v_0^2}{2a} \Leftarrow L = -d_{arr}F = -\frac{v_0^2}{2a}F = -\frac{1}{2}mv_0^2$$

Il lavoro compiuto dal punto è quindi:

$$L = \frac{1}{2}mv_0^2$$

La capacità di compiere lavoro legata a massa e velocità viene chiamata

Energia Cinetica (E_c)

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2$$

TEOREMA DELLE FORZE VIVE

Enunciato

La variazione di energia cinetica di un sistema materiale in un qualsiasi intervallo di tempo è pari al lavoro compiuto dalle forze agenti sul punto nello stesso intervallo di tempo.

$$\boxed{E_c(t_2) - E_c(t_1) = L_{t_1 t_2}}$$

In termini differenziali

$$\boxed{dE_C = dL}$$

ENERGIA CINETICA (2)

$$\boxed{L = \Delta T} = T_2 - T_1 = \frac{1}{2} m\, v_2^2 - \frac{1}{2} m\, v_1^2$$

verifica : moto rettilineo uniformemente accelerato ($\vec{a}$ = costante)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \qquad \Delta s = v_{media}\, \Delta t = \frac{(v_1 + v_2)}{2} \Delta t$$

$$L = \vec{F} \cdot \vec{\Delta}s = m\, a\, \Delta s = m \frac{(v_2 - v_1)(v_1 + v_2)\Delta t}{2\, \Delta t} = \frac{1}{2} m (v_2{}^2 - v_1{}^2) =$$

$$= \frac{1}{2}\, m\, v_2{}^2 - \frac{1}{2}\, m\, v_1{}^2 = T_2 - T_1 = \Delta T$$

Problema

Sempre una forza cambia **la velocità** del corpo alla quale è applicata?

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}} \Longrightarrow \text{sì}$$

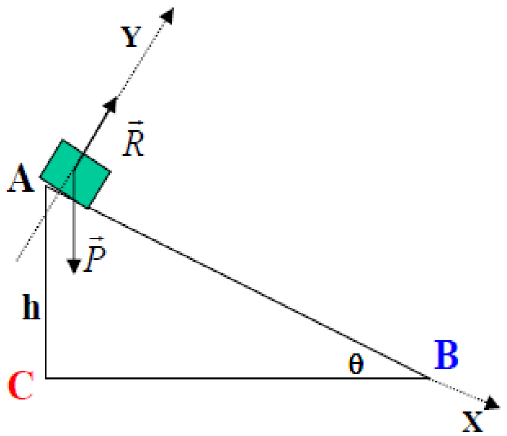
Sempre una forza cambia **l'energia** del corpo alla quale è applicata?

$$\boxed{L = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2} \Longrightarrow$$

no

solo se L è diverso da zero

LAVORO: esempi



Vogliamo calcolare i moduli delle velocità, nel punto B e nel punto C, che avrà un corpo partito da fermo dal punto A, su di un piano inclinato alto h.

$$\vec{P} = \vec{F}_T$$

$$L = \int_A^C \vec{F}_T \cdot d\vec{s} = F_T \cdot AC \cdot \cos 0^o = mgh$$

$$L = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$\frac{1}{2}mv_C^2 = mgh \quad \Rightarrow \quad v_C = \sqrt{2gh}$$

$$\vec{P} + \vec{R} = \vec{F}_T$$

$$\vec{P}(mg\sin\theta; -mg\cos\theta) \quad \vec{R}(0;R) \quad \vec{F}_T(F_T;0)$$

$$\begin{cases} mg\sin\theta + 0 = F_T \\ R - mg\cos\theta = 0 \end{cases}$$

$$L = \int_A^B \vec{F}_T \cdot d\vec{s} = F_T \cdot AB \cdot \cos 0^o = mg\sin\theta \frac{h}{\sin\theta}$$

$$L = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgh \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{2gh}$$

LE REAZIONI VINCOLARI NON FANNO LAVORO

POTENZA

La potenza è il rapporto fra il lavoro compiuto ed il tempo impiegato.

$$P = \frac{L}{t} = \frac{Fs\cos\alpha}{t} = Fv\cos\alpha = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

POTENZA

L'unità di misura della potenza nel S.I. si chiama watt.

$$watt = W = \frac{joule}{s} = J \cdot s^{-1}$$

Il **kilowattora (kWh)** è una unità pratica di energia (e non di potenza !), pari all'energia erogata da una macchina della potenza di 1 kW in 1 ora.

$$kWh = 1000 \cdot 1 J s^{-1} \cdot 3600\,\mathrm{s} = 3.6\,\mathrm{MJ}$$

FORZE CONSERVATIVE

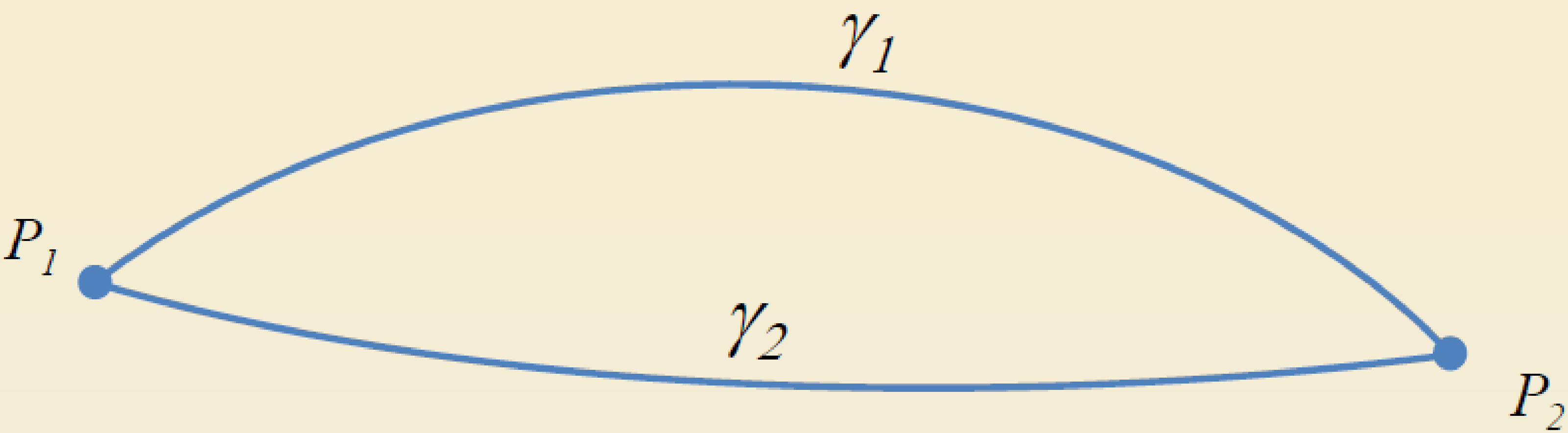
Forza conservativa: il lavoro compiuto da una forza conservativa non dipende dal percorso seguito, ma dipende dal punto di partenza e punto di arrivo.

$$L = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = U(A,B)$$

La funzione U ha le dimensioni di un lavoro, cioè di una energia ed è detta

ENERGIA POTENZIALE

FORZE CONSERVATIVE

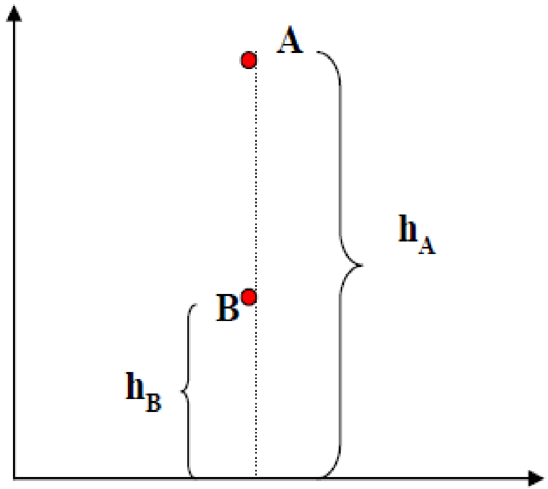


$$L_{P_1P_2} = \int_{P_1,\gamma}^{P_2} \vec{F}\cdot d\vec{l} = E_P(P_1) - E_P(P_2)$$

$$\boxed{dL = -dE_P}$$

$$\int_{P_1}^{P_2} dL = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F}\cdot d\vec{l} = L_{P_1P_2} \qquad \int_{P_1}^{p_2} dE_P = E_P(P_2) - E_P(P_1)$$

FORZE CONSERVATIVE: esempio



Un corpo cade sotto l'azione del suo peso dall'altezza h_A e raggiunge l'altezza h_B: quant'è il lavoro della forza peso?

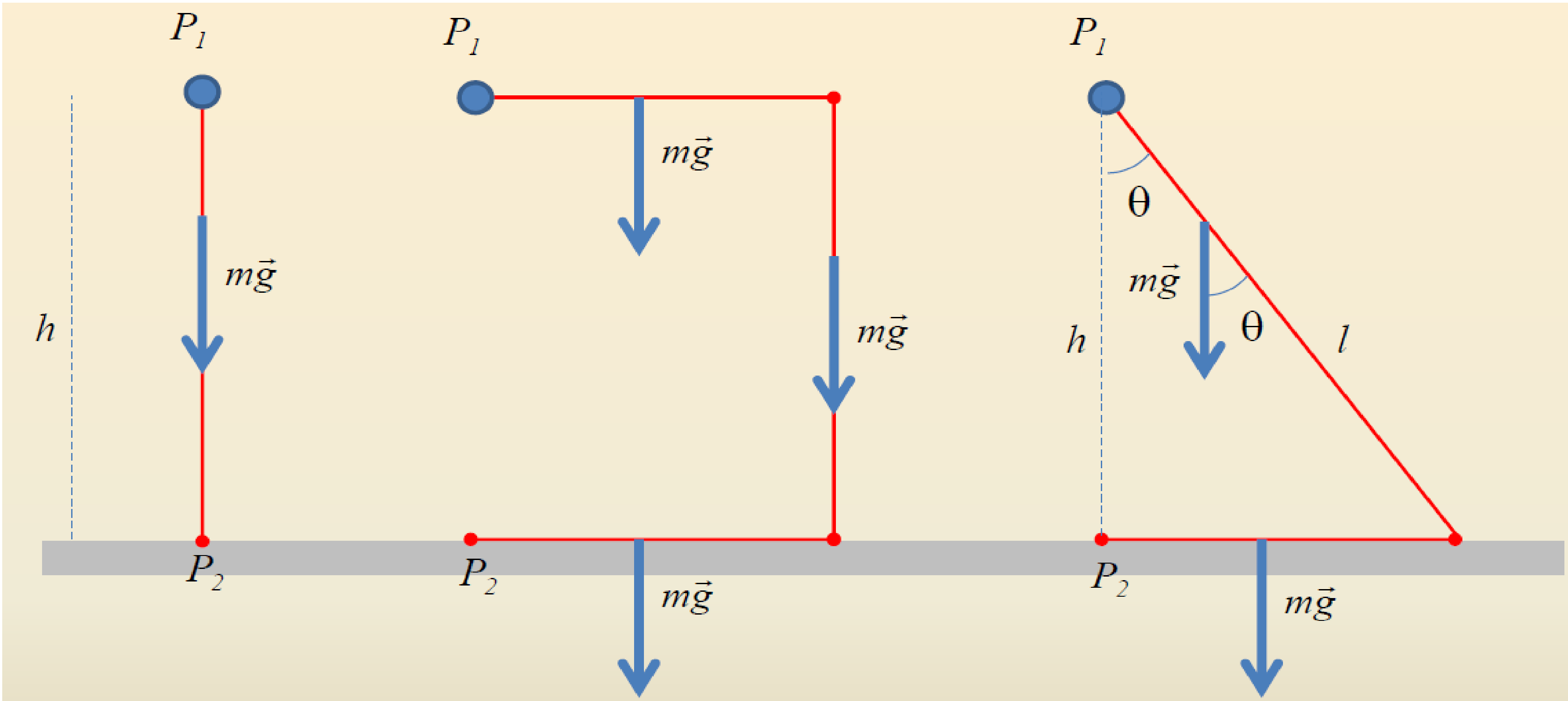
$$L = \int_{h_A}^{h_B} \vec{F} \cdot d\vec{s} = -mg(h_B - h_A) = -(mgh_B - mgh_A)$$

$$U = mgh$$

Energia potenziale della forza peso

$$L = -\left(U_{finale} - U_{iniziale}\right) = -\Delta U$$

FORZE CONSERVATIVE: esempio

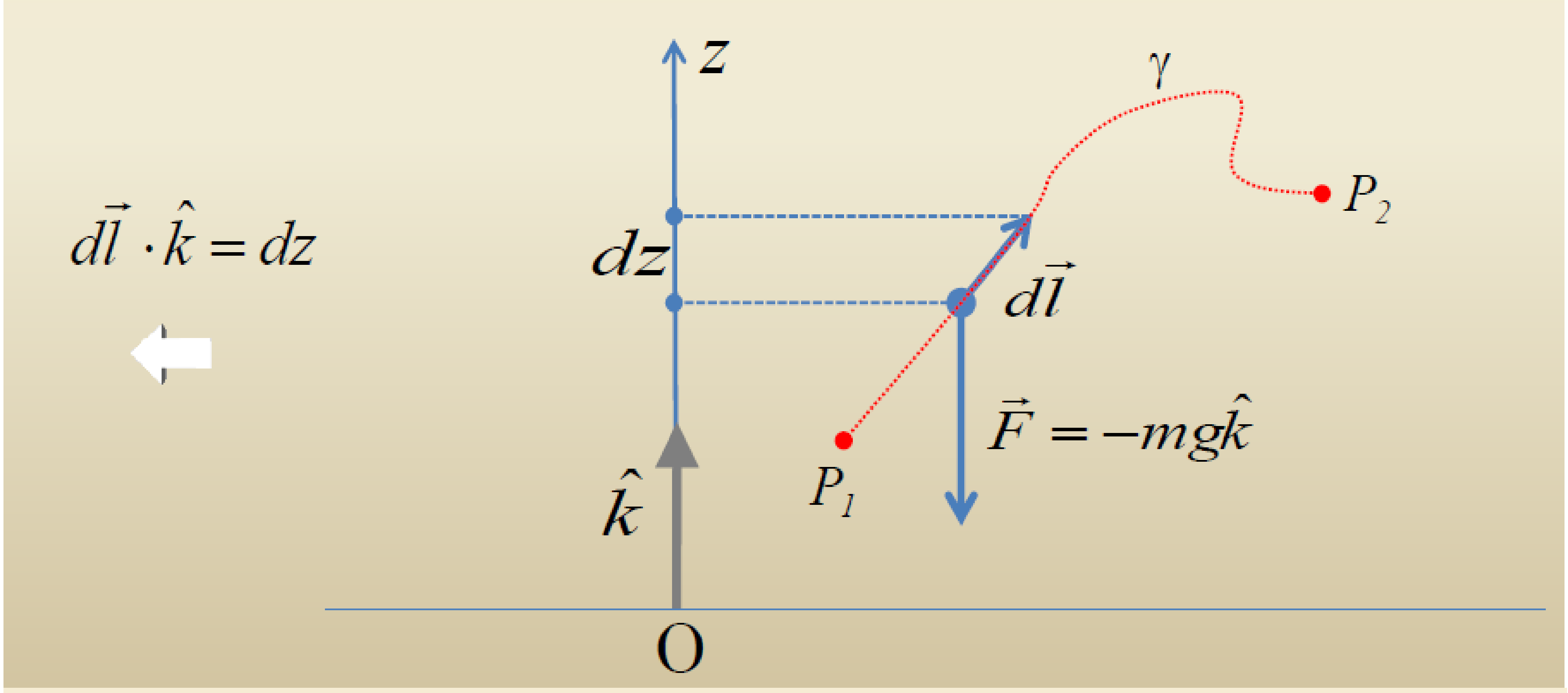


$$L_{P_1P_2} = mgh \qquad L_{P_1P_2} = 0 + mgh + 0 = mgh \qquad L_{P_1P_2} = 0 + mgl\cos\theta = mgh$$

$$\boxed{E_p = mgh}$$

risulta infatti $L_{P_1P_2} = E_p(P_1) - E_p(P_2) = mgh - 0 = mgh$

FORZE CONSERVATIVE: esempio



$$E_P(x,y,z) = -\int_{P_0}^{P} \vec{F}\cdot d\vec{l} + E_P(x_0,y_0,z_0) = -(mgz_0 - mgz) + E_p(\mathrm{O}) = mgz$$

$$P_0 \equiv \mathrm{O}; \quad x_0 = y_0 = z_0 = 0 \quad E_P(P_0) = E_P(\mathrm{O}) = 0$$

FORZE CONSERVATIVE: esempio

Un corpo di massa m_1 si muove, dal punto A al punto B, sotto l'azione dell'attrazione gravitazionale di un corpo di massa m_2: quant'è il lavoro della forza gravitazionale?

$$L = \int_{r_A}^{r_B} G\frac{m_1 m_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}\cdot d\vec{r} = -G\frac{m_1 m_2}{r_B} + G\frac{m_1 m_2}{r_A} = -\left(G\frac{m_1 m_2}{r_B} - G\frac{m_1 m_2}{r_A}\right)$$

$$L = -\left(U_{finale} - U_{iniziale}\right) = -\Delta U \qquad U = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

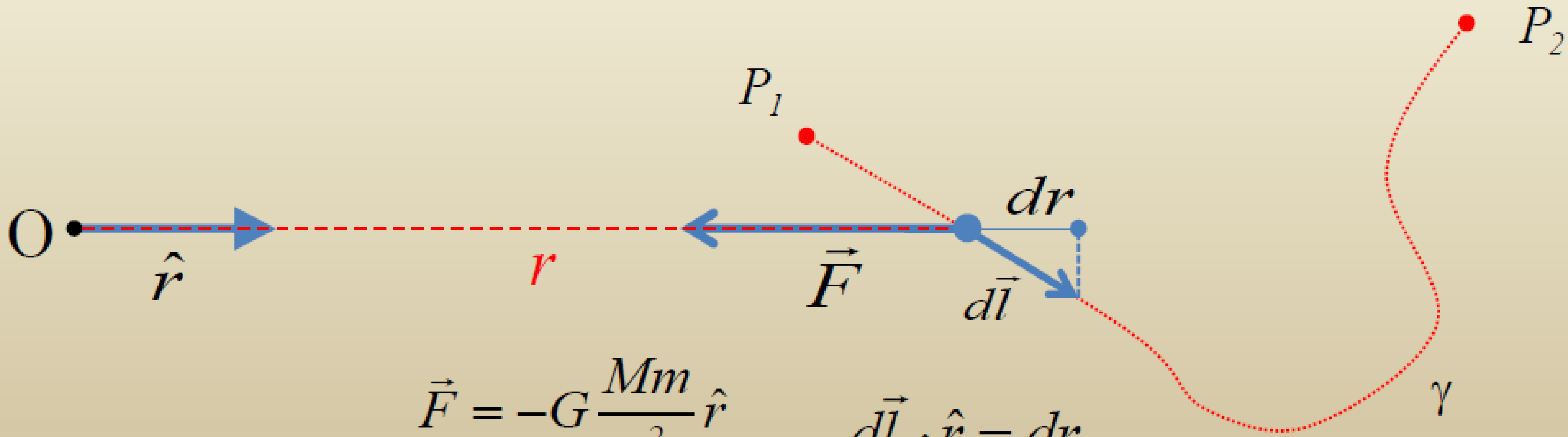
Energia potenziale della forza gravitazionale

Campo di forze attrattivo

$\Updownarrow$

Energia potenziale negativa

FORZE CONSERVATIVE: esempio



$$\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{r} \qquad d\vec{l}\cdot\hat{r} = dr$$

$$E_P(x,y,z) = -\int_{P_0}^{P}\vec{F}\cdot d\vec{l} + E_P(x_0,y_0,z_0) = -\left(G\frac{mM}{r} - G\frac{mM}{r_0}\right) + E_p(\infty) = -G\frac{mM}{r}$$

$$P_0 \equiv P_\infty; \quad r_0 = \infty \qquad E_P(P_0) = E_P(\infty) = 0$$

FORZE CONSERVATIVE: esempio

Una molla ideale di costante elastica k, sposta un corpo dal punto A al punto B: quant'è il lavoro della forza elastica ?

$$L = \int_{x_A}^{x_B} -kx\,dx = -\frac{1}{2}kx_B^2 + \frac{1}{2}kx_A^2 = -\left(\frac{1}{2}kx_B^2 - \frac{1}{2}kx_A^2\right)$$

$$L = -\left(U_{finale} - U_{iniziale}\right) = -\Delta U$$

Energia potenziale della forza elastica ⇨ $U = \frac{1}{2}kx^2$

CONSERVAZIONE DELL'**ENERGIA TOTALE MECCANICA**

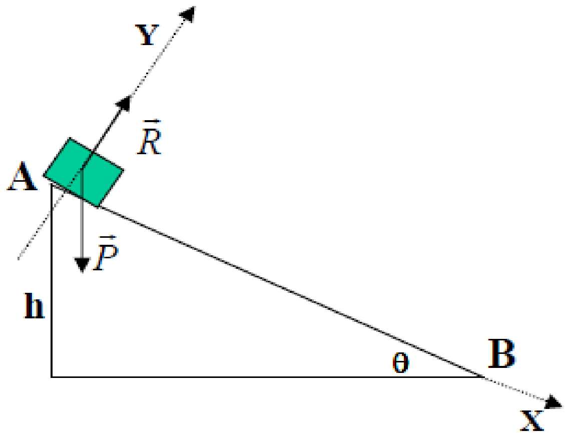
Per una forza conservativa che compie un lavoro per andare da A a B, valgono contemporaneamente

$$L = \Delta T = (T_B - T_A) \quad \text{e} \quad L = -\Delta U = -(U_B - U_A)$$

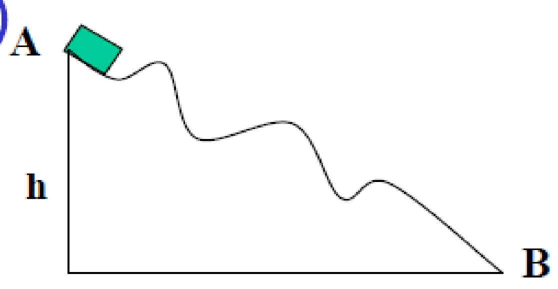
$$(T_B - T_A) = -(U_B - U_A)$$

$$T_A + U_A = T_B + U_B$$

1



2



Vogliamo calcolare i moduli delle velocità, nel punto B, che avrà un corpo partito da fermo dal punto A, nel primo e nel secondo caso. In entrambi casi le forze che agiscono sul corpo sono la forza peso e la reazione vincolare.

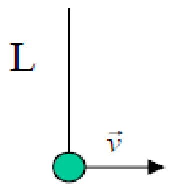
Quest'ultima non compie lavoro, essendo sempre ortogonale al vincolo sul quale il corpo scorre, quindi non può cambiare l'energia del corpo, ma solamente la sua traettoria.

Dal punto di vista energetico agisce solo la forza peso, che è conservativa, quindi

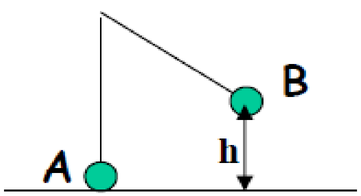
$$T_A + U_A = T_B + U_B \quad \Rightarrow \quad 0 + mgh = \frac{1}{2} m v_B^2 + 0 \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{2gh}$$

ESEMPI (2)

$L = 1\,m \qquad |\vec{v}| = 10\,m\,s^{-1}$



Consideriamo il pendolo di figura composto da un filo inestensibile lungo L ed una massa m. Forniamo alla massa una velocità v e ci domandiamo quale è l'altezza massima alla quale il pendolo risale.



Le forze che agiscono sul corpo sono la forza peso e la reazione vincolare del filo. Quest'ultima non compie lavoro e quindi non può cambiare l'energia del corpo, ma solamente la sua traettoria. Dal punto di vista energetico agisce solo la forza peso, che è conservativa.

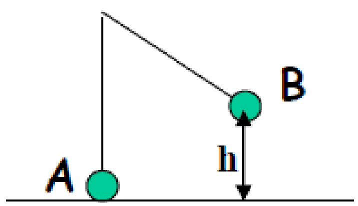
$$T_A + U_A = T_B + U_B \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 + 0 = 0 + mgh \quad \Rightarrow \quad h = \frac{v^2}{2g}$$

$$\boxed{h \approx \frac{100\,m^2 s^{-2}}{20\,m s^{-2}} = 5\,m}$$

Risultato senza senso!!!

ESEMPI (2) cont.

$\mathrm{L} = 1\,\mathrm{m} \qquad |\vec{v}| = 10\,\mathrm{m\,s^{-1}}$



Ci sono due possibilità:

- non è valida la conservazione dell'energia totale meccanica;
- è valida, ma è stata applicata male.

$$T_A + U_A = T_B + U_B \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 + 0 = 0 + mgh$$

Il corpo è fermo

Il corpo si trova sul piano di riferimento dal quale si misurano le altezze

$$E_{TOT} = T_A = \frac{1}{2}mv^2 = 50m \ \ J$$

$$U_{MAX} = mg2L \approx 20m \ \ J$$

$E_{TOT} > U_{MAX}$ il pendolo non si ferma mai!

ESEMPI (3)

$h_A > h_B$

Consideriamo il profilo di figura in campo gravitazionale. Trascurando tutti gli attriti, calcolare il modulo della velocità che bisogna imprimere alla sfera nel punto A, affinché arrivi ferma nel punto B.

Le forze che agiscono sul corpo sono la forza peso e la reazione vincolare del profilo. Quest'ultima non compie lavoro e quindi non può cambiare l'energia del corpo, ma solamente la sua traettoria. Dal punto di vista energetico agisce solo la forza peso, che è conservativa.

$$T_A + U_A = T_B + U_B \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = 0 + mgh_B$$

$$v_A = \sqrt{2g\left(h_B - h_A\right)}$$

Il modulo della velocità un numero immaginario?

Risultato assurdo!

ESEMPI (3) cont.

$h_A > h_B$

Ci sono due possibilità:

- non è valida la conservazione dell'energia totale meccanica;
- è valida, ma è stata applicata male.

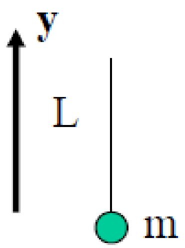
$$T_A + U_A = T_B + U_B$$

T_B non può essere nulla perché

$$T_B = U_A - U_B$$

L'energia cinetica in A al minimo può essere zero, ma deve valere contemporaneamente che $U_A > U_B$ e l'energia totale meccanica si deve conservare.

ESEMPI (4)



Consideriamo il pendolo di figura composto da un filo inestensibile lungo L ed una massa m. Calcolare la tensione del filo.

Le forze che agiscono sul corpo sono la forza peso P e la tensione del filo T e poiché il corpo si trova in equilibrio, possiamo scrivere

$$\vec{P} + \vec{T} = 0$$

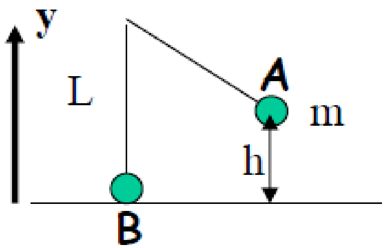
quindi

$$-mg + T = 0$$

da cui

$$T = mg$$

ESEMPI (5)



Consideriamo il pendolo di figura composto da un filo inestensibile lungo L ed una massa m. Facciamo partire, da fermo, la massa m da un'altezza h (punto A). Quanto vale la tensione T del filo nel punto B?

Nel punto B le forze che agiscono sul corpo sono la forza peso P e la tensione del filo T e poiché il corpo percorre una traiettoria circolare, possiamo scrivere

$$\vec{P} + \vec{T} = \vec{F}_{centripeta}$$

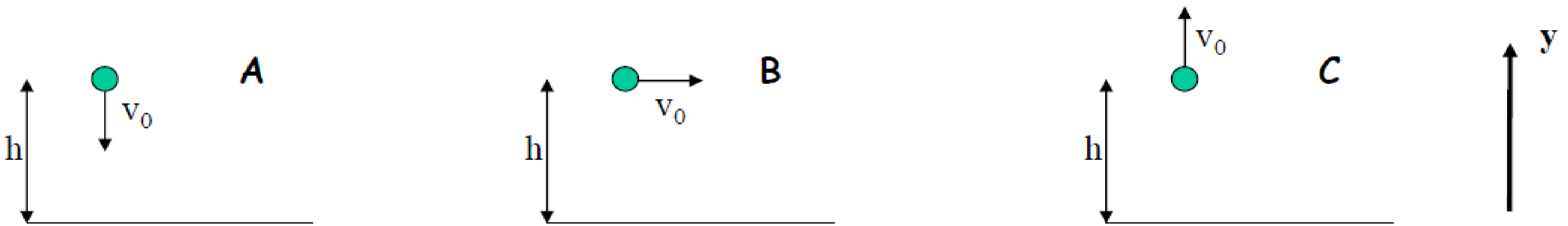
Per la conservazione dell'energia totale meccanica avremo

$$E_B = E_A \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = mgh \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gh}$$

quindi

$$-mg + T = m\frac{v^2}{L} \quad \Rightarrow \quad T = mg\left(1 + \frac{2h}{L}\right)$$

ESEMPI (6)



Consideriamo le tre masse identiche di figura: calcolarne i moduli delle velocità quando toccano il suolo ed i tempi di caduta.
L'unica forza agente in tutti e tre i casi è la forza peso e quindi per la conservazione dell'energia totale meccanica

$$\frac{1}{2}mv^2_{A,B,C} = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh \quad \Rightarrow \quad v_{A,B,C} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

Le tre masse si muovono di moto uniformemente accelerato e quindi

$$y_A = -\frac{1}{2}gt_A^2 - v_0 t_A + h$$

$$y_B = -\frac{1}{2}gt_B^2 + h$$

$$y_C = -\frac{1}{2}gt_C^2 + v_0 t_C + h$$

$$t_A = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{-g}$$

$$t_B = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t_C = \frac{-v_0 - \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{-g}$$

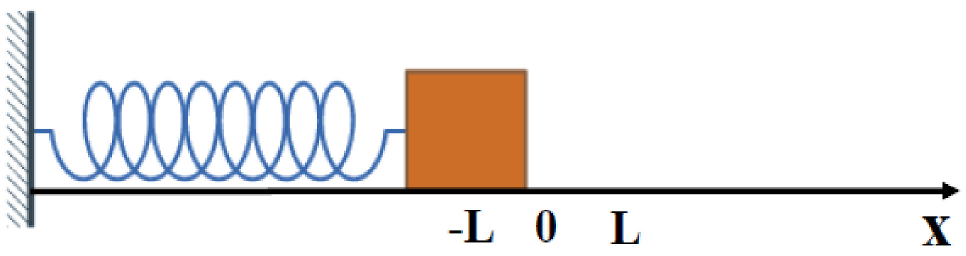
ESEMPI (7)

Consideriamo il corpo di massa m, connesso ad una molla ideale, di costante elastica k. Supponiamo che all'inizio (t=0) valgano le condizioni al contorno: $x(0)=-L$ $v(0)=0$: calcolare il modulo della velocità del corpo nel punto $x=0$.
Sul corpo agiscono la forza peso, la reazione vincolare del piano di appoggio e la forza della molla.
La somma della forza peso e della reazione vincolare è zero, perché il corpo si muove sul piano di appoggio.
Quindi la forza risultante è quella della molla ed essendo conservativa possiamo scrivere

$$T_{x=-L} + U_{x=-L} = T_{x=0} + U_{x=0}$$

$$0 + \frac{1}{2}kL^2 = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}}L$$



IMPULSO E QUANTITA' DI MOTO

Si definisce **impulso** di una forza

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

dove Δt è il tempo durante il quale la forza agisce

$$[I] = N \cdot T = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot \mathrm{T} = M \cdot L \cdot T^{-1} \quad \Rightarrow \quad \{\mathrm{mks}\}\ \mathrm{Kg\,m\,s^{-1}}$$

Si definisce **quantità di moto**

$$\vec{Q} = m\vec{v}$$

$$[Q] = M \cdot L \cdot T^{-1} \quad \Rightarrow \quad \{\mathrm{mks}\}\ \mathrm{Kg\,m\,s^{-1}}$$

L'impulso e la quantità di moto sono VETTORI

TEOREMA DELL'IMPULSO

L'impulso di una forza è eguale alla variazione della quantità di moto del corpo sul quale la forza agisce

$$\boxed{\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t = \vec{Q}_2 - \vec{Q}_1 = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}$$

CONSERVAZIONE DELLA QUANTITA' DI MOTO

Poiché per il III° Principio della Dinamica vale che

$$\sum \vec{F}_{\text{int}} = 0$$

Se vale anche

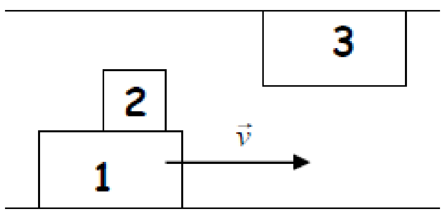
$$\sum \vec{F}_{ext} = 0$$

avremo

$$\boxed{\sum \vec{F}_{ext} = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum \vec{I} = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum \Delta \vec{Q} = 0}$$

In un sistema isolato la quantità di moto si conserva

ESEMPIO



Consideriamo i corpi di figura. 2 è appoggiato, senza attrito, su 1 e muovendosi con esso urta 3. Quanti sistemi fisici si possono fare con questi tre corpi?

I)	1	si conserva la quantità di moto
II)	2	non si conserva la quantità di moto
III)	3	non si conserva la quantità di moto
IV)	1+2	non si conserva la quantità di moto
V)	1+3	non si conserva la quantità di moto
VI)	2+3	si conserva la quantità di moto
VII)	1+2+3	si conserva la quantità di moto

La quantità di moto dell'universo si conserva!

Il principio di Relatività

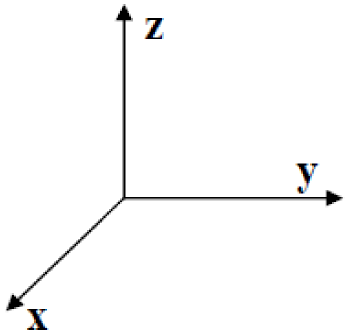
Poichè l'unico criterio di verità è, dal punto di vista scientifico, la verifica sperimentale, occorre fornire ai propri colleghi (*unici abilitati alla suddetta verifica*) tutti gli strumenti per la validazione del risultato ottenuto.

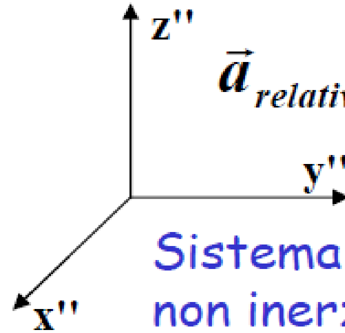
La verifica fatta dai colleghi può avvenire in una situazione di luogo e tempo diversa da quella della nostra osservazione, occorre quindi fornire uno strumento di "trasporto" della descrizione del fenomeno dal luogo e tempo della nostra osservazione al luogo e tempo delle successive verifiche.

Occorre fornire un insieme di equazioni per passare da un sistema di riferimento ad un altro.

Principio di Relatività

La relatività galileiana (1)



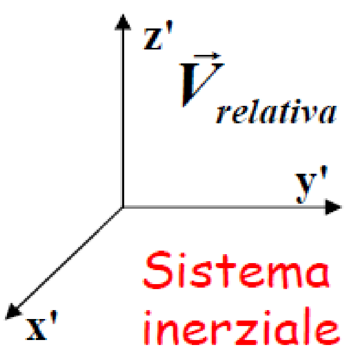


$$\vec{a}_{relativa} = \text{costante}$$

Sistema di riferimento non inerziale

$$\vec{a}'' = \vec{a} - \vec{a}_{relativa}$$

$$t'' = t$$



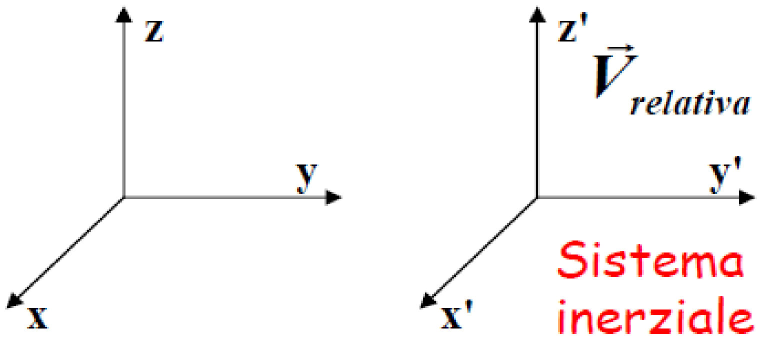
$$\vec{V}_{relativa} = \text{costante}$$

Sistema di riferimento inerziale

$$\vec{V}' = \vec{V} - \vec{V}_{relativa}$$

$$t' = t$$

La relatività galileiana (2)

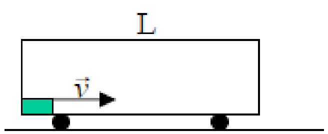


$$\vec{V}_{relativa} = \text{costante}$$

Sistema di riferimento inerziale

$$\vec{V}' = \vec{V} - \vec{V}_{relativa}$$

$$t' = t$$



Nel sistema solidale con terra :

$$\vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad mv - Mv_c = 0 \quad \Rightarrow \quad v_c = \frac{mv}{M}$$

per lo spazio percorso vale

$$vt = L - v_c t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{L}{v + v_c}$$

Nel sistema solidale con il carrello :

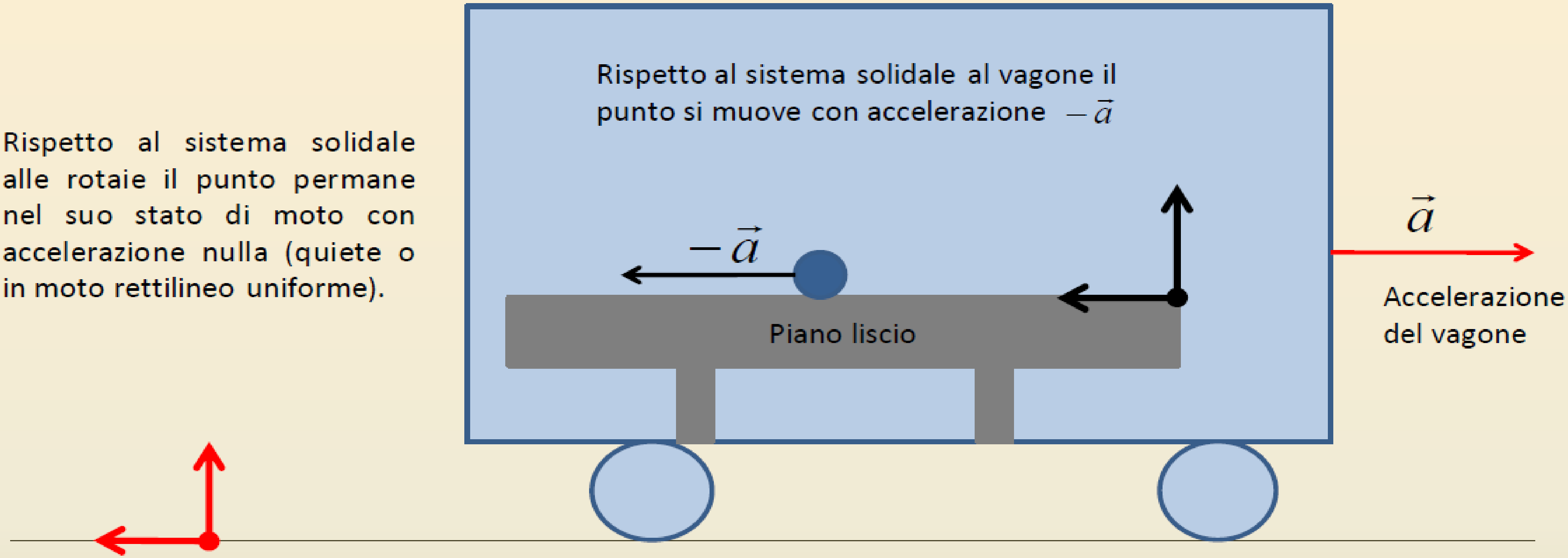
$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_{relativa} \quad \Rightarrow \quad v' = v + v_c \quad \Rightarrow \quad t' = \frac{L}{v'} = \frac{L}{v + v_c} = t$$

I fenomeni hanno lo stesso aspetto

9. Forza di trascinamento - moto traslatorio

Il sistema mobile (solidale al vagone) si muove di moto **traslatorio** rispetto a quello fisso (inerziale), solidale alle rotaie.

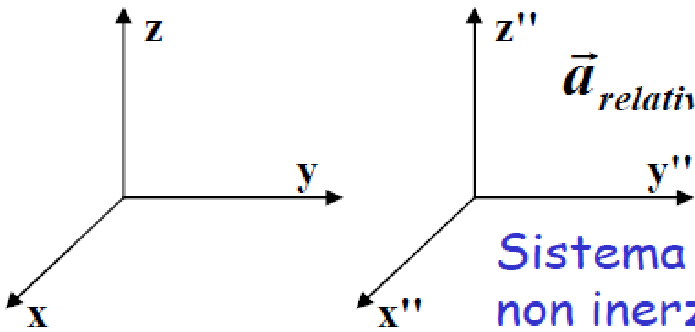
Rispetto al sistema solidale alle rotaie il punto permane nel suo stato di moto con accelerazione nulla (quiete o in moto rettilineo uniforme).



In un sistema di riferimento non inerziale, in moto traslatorio rispetto ad un sistema di riferimento inerziale, oltre alle forze effettivamente agenti sul punto (forze effettive), il punto è soggetto ad una forza legata all'accelerazione ***a*** del sistema, detta forza apparente di trascinamento:

$$\boxed{\vec{F}_{tr} = -m\vec{a}}$$

La relatività galileiana (3)

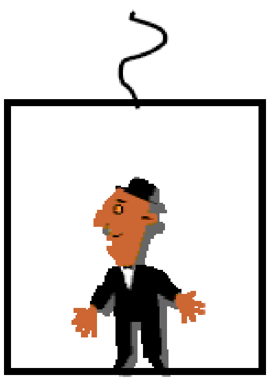


$$\vec{a}_{relativa} = \text{costante}$$

Sistema di riferimento non inerziale

$$\vec{a}'' = \vec{a} - \vec{a}_{relativa}$$

$$t'' = t$$



Caduta libera

Nel sistema solidale con terra, l'uomo e l'ascensore cadono con la stessa accelerazione (a=g) e quindi le loro posizioni relative non cambiano.
L'uomo non ha peso.

Nel sistema solidale con l'ascensore:

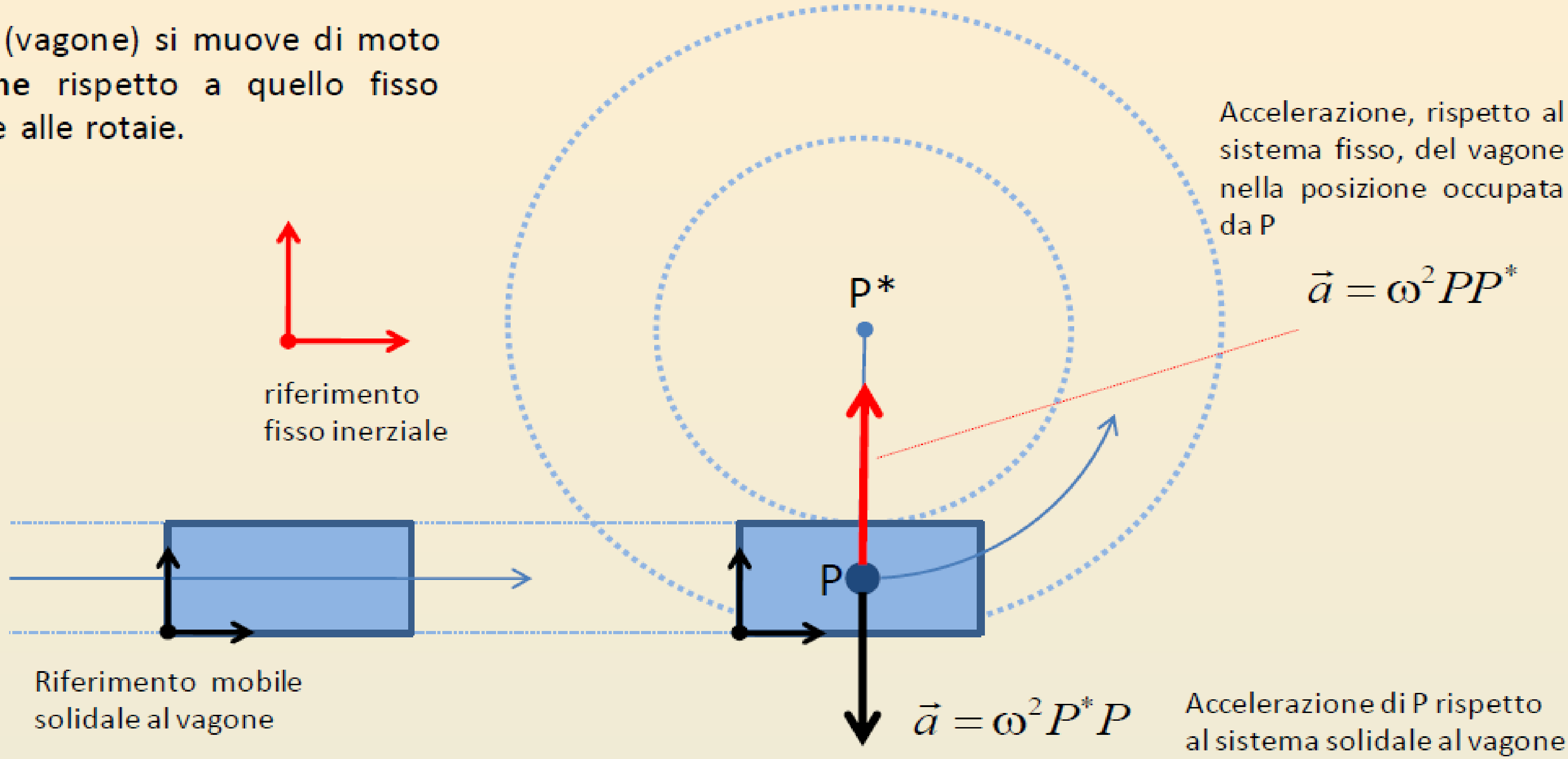
$$\vec{a}''_{uomo} = \vec{a} - \vec{a}_{relativa} \quad \Rightarrow \quad a''_{uomo} = g - g = 0$$

L'uomo non ha peso.

I fenomeni <u>non</u> hanno lo stesso aspetto

10. Forza di trascinamento - moto rotatorio uniforme

Il sistema mobile (vagone) si muove di moto **rotatorio uniforme** rispetto a quello fisso (inerziale), solidale alle rotaie.

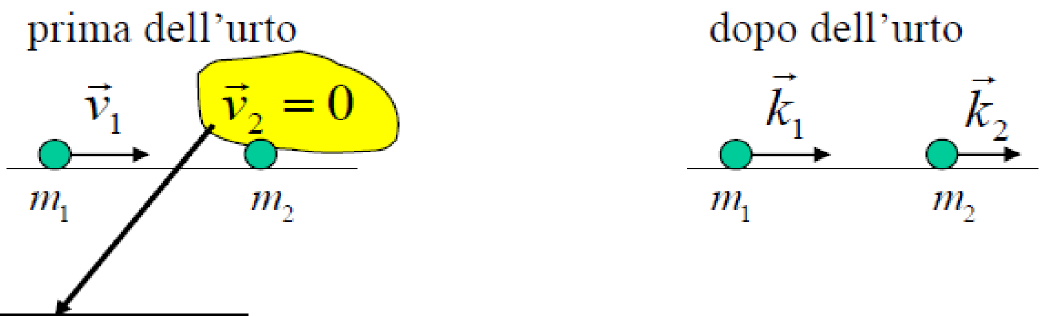


In un sistema di riferimento non inerziale, in moto rotatorio uniforme rispetto ad un sistema di riferimento inerziale, oltre alle forze effettivamente agenti sul punto (forze effettive), il punto è soggetto ad una forza legata alla velocità angolare ω del sistema ed alla posizione del punto, detta forza centrifuga:

$$\boxed{\vec{F}_{centrifuga} = m\omega^2 P^* P}$$

$P^* =$ *proiezione di P sull'asse di rotazione*

URTI



Posso sempre mettermi nel sistema di riferimento inerziale nel quale m_2 è fermo senza alterare l'aspetto del fenomeno.

Le forze che agiscono sul sistema sono la forza peso e la reazione vincolare del piano, quindi il sistema è isolato e la quantità di moto totale si conserva.
Si dicono urti elastici quelli dove si conserva anche l'energia cinetica.

Urto elastico $\Rightarrow$ si conservano T e $\vec{Q}$

Urto anelastico $\Rightarrow$ si conserva $\vec{Q}$

URTO ELASTICO CENTRALE

Consideriamo un urto elastico centrale (unidimensionale), possiamo scrivere

$$\begin{cases} \frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_1k_1^2 + \frac{1}{2}m_2k_2^2 \\ m_1v_1 = m_1k_1 + m_2k_2 \end{cases}$$

Conservazione dell'energia cinetica

Conservazione della quantità di moto (abbiamo tolto il segno di vettore perché siamo in una dimensione)

URTO ELASTICO CENTRALE cont.

Possiamo scrivere

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_1k_1^2 + \frac{1}{2}m_2k_2^2$$

$$k_1 = \frac{m_1v_1 - m_2k_2}{m_1} \quad \Longrightarrow \quad k_1 = v_1 - \frac{m_2}{m_1}k_2$$

sostituiamo k_1 nella prima equazione, avremo

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_1\frac{(m_1v_1 - m_2k_2)^2}{m_1^2} + \frac{1}{2}m_2k_2^2$$

moltiplichiamo per 2 e sviluppiamo il quadrato, avremo

$$m_1v_1^2 = \frac{m_1^2v_1^2 + m_2^2k_2^2 - 2m_1m_2v_1k_2}{m_1} + m_2k_2^2$$

moltiplichiamo per m_1

$$m_1^2v_1^2 = m_1^2v_1^2 + m_2^2k_2^2 - 2m_1m_2v_1k_2 + m_1m_2k_2^2$$

URTO ELASTICO CENTRALE cont.

$$\cancel{m_1^2 v_1^2} = \cancel{m_1^2 v_1^2} + m_2^2 k_2^2 - 2m_1 m_2 v_1 k_2 + m_1 m_2 k_2^2$$

Si avrà

$$m_2^2 k_2^2 - 2m_1 m_2 v_1 k_2 + m_1 m_2 k_2^2 = 0$$

Raggruppiamo i termini simili in k_2

$$\boxed{k_1 = v_1 - \frac{m_2}{m_1} k_2}$$

$$\left(m_2^2 + m_1 m_2\right) k_2^2 - 2m_1 m_2 v_1 k_2 = 0$$

dividiamo per m_2

$$\left(m_2 + m_1\right) k_2^2 - 2m_1 v_1 k_2 = 0 \longrightarrow \left[\left(m_1 + m_2\right) k_2 - 2m_1 v_1\right] k_2 = 0$$

Questa è una equazione di secondo grado pura che ammette due soluzioni

$$k_2 = 0 \longrightarrow k_1 = v_1$$

$$k_2 = \frac{2m_1 v_1}{\left(m_1 + m_2\right)}$$

Non c'è stato l'urto

URTO ELASTICO CENTRALE cont.

Calcoliamo esplicitamente k_1, conoscendo k_2

$$k_1 = v_1 - \frac{m_2}{m_1} k_2 \qquad\qquad k_2 = \frac{2m_1 v_1}{(m_1 + m_2)}$$

avremo

$$k_1 = v_1 - \frac{m_2}{\cancel{m_1}} \frac{2\cancel{m_1} v_1}{(m_1 + m_2)} = v_1 - \frac{2m_2 v_1}{(m_1 + m_2)} = \frac{(m_1 + m_2) v_1 - 2m_2 v_1}{(m_1 + m_2)} =$$

$$= \frac{m_1 v_1 + m_2 v_1 - 2m_2 v_1}{(m_1 + m_2)} = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_1}{(m_1 + m_2)} = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_1$$

URTO ELASTICO CENTRALE

In conclusione

$$k_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_1$$

$$k_2 = \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} v_1$$

Masse eguali: $m_1 = m_2 = m$

$$k_1 = \frac{(m - m)}{(m + m)} v_1 = 0 \qquad k_2 = \frac{2m}{(m + m)} v_1 = v_1$$

il proiettile ed il bersaglio si scambiano le velocità

Masse diverse: $m_1 > m_2$

$$k_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_1 \qquad k_2 = \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} v_1$$

k_1 ha lo stesso verso di v_1
k_2 ha lo stesso verso di v_1

Masse diverse: $m_1 < m_2$

$$k_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_1 \qquad k_2 = \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} v_1$$

k_1 ha verso opposto a quello di v_1
k_2 ha lo stesso verso di v_1

URTO COMPLETAMENTE ANELASTICO

Consideriamo un urto completamente anelastico, possiamo scrivere la conservazione della quantità di moto

$$m_1\vec{v}_1 = (m_1 + m_2)\vec{k}$$

Da questa equazione possiamo dedurre che la velocità dopo l'urto ha la stessa direzione e verso della velocità prima dell'urto.

Per il modulo avremo

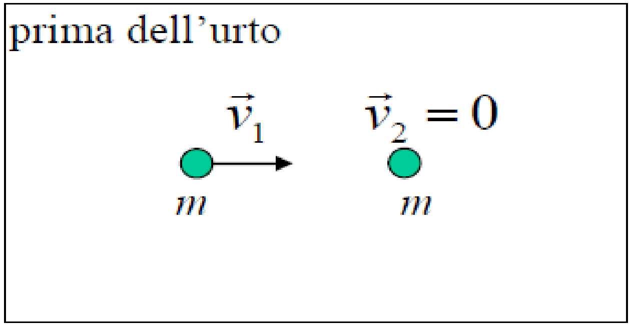
$$k = \frac{m_1 v_1}{(m_1 + m_2)} = \frac{m_1}{(m_1 + m_2)} v_1$$

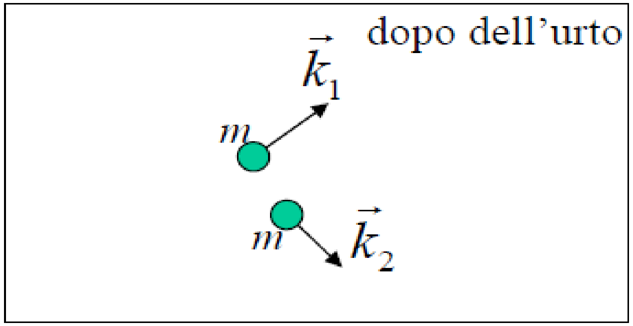
Masse eguali: $m_1 = m_2 = m$

$$k = \frac{m}{(m + m)} v_1 = \frac{m}{2m} v_1 = \frac{v_1}{2}$$

il corpo di massa 2m si muove, dopo l'urto, con una velocità dimezzata rispetto a v_1

URTO ELASTICO NON CENTRALE





Vista dall'alto

Consideriamo un urto elastico non centrale (bidimensionale) fra masse eguali, calcolare l'angolo α fra i due vettori velocità dopo l'urto. Possiamo scrivere

$$\begin{cases} \frac{1}{2} m\ v_1^2 = \frac{1}{2} m\ k_1^2 + \frac{1}{2} m\ k_2^2 \\ m\ \vec{v}_1 = m\ \vec{k}_1 + m\ \vec{k}_2 \end{cases}$$

Conservazione dell'energia cinetica

Conservazione della quantità di moto

URTO ELASTICO NON CENTRALE cont.

Quindi devono valere contemporaneamente le due equazioni

$$\frac{1}{2} m\, v_1^2 = \frac{1}{2} m\, k_1^2 + \frac{1}{2} m\, k_2^2 \qquad m\,\vec{v}_1 = m\,\vec{k}_1 + m\,\vec{k}_2$$

moltiplichiamo per 2 la prima e dividiamo entrambe per m, avremo

$$v_1^2 = k_1^2 + k_2^2 \qquad \vec{v}_1 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$$

Facciamo il quadrato della seconda equazione, avremo

$$v_1^2 = \left(\vec{k}_1 + \vec{k}_2\right)^2 = k_1^2 + k_2^2 + 2\vec{k}_1 \cdot \vec{k}_2 = k_1^2 + k_2^2 + 2k_1 k_2 \cos\alpha$$

Dunque deve valere contemporaneamente

$$v_1^2 = k_1^2 + k_2^2$$

$$v_1^2 = k_1^2 + k_2^2 + 2k_1 k_2 \cos\alpha$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = 0$$

$$\downarrow$$

$$\alpha = 90^o$$

CONSERVAZIONI

Le conservazioni dell'energia totale meccanica e quella della quantità di moto, sono due fenomeni sperimentalmente e concettualmente scorrelati.

Esistono fenomeni nei quali si conservano entrambe (*urto elastico*), solamente l'energia totale meccanica (*caduta dei gravi*), solamente la quantità di moto (*urto anelastico*) e nessuna delle due (*scivolamento con attrito*).

Dalla conservazione di una non si può dedurre niente sulla conservazione dell'altra e viceversa.

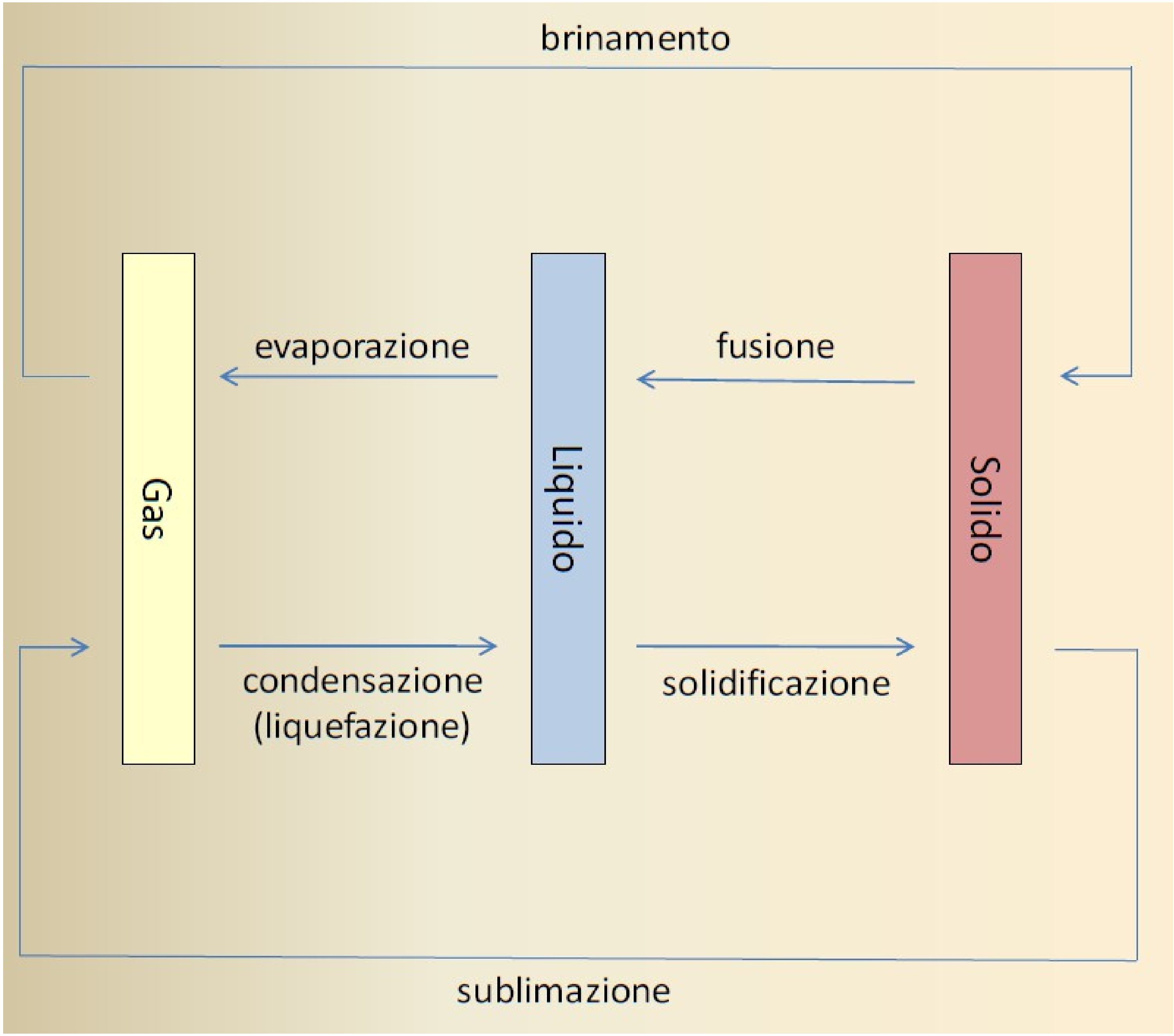
STATI DI AGGREGAZIONE DELLA MATERIA

Solido → Il corpo ha volume e forma ben definiti

Liquido → Il corpo ha volume ben definito, ma assume la forma del recipiente che lo contiene

Gassoso → Il corpo occupa tutto lo spazio disponibile

Si dice **fluido** un corpo allo stato liquido o gassoso


brinamento
evaporazione
fusione
Gas
Liquido
Solido
condensazione
(liquefazione)
solidificazione
sublimazione

PRESSIONE E DENSITA'

La pressione è il rapporto fra la forza normale agente su una superficie e l'area della superficie

$$P = \frac{F}{S} \qquad [P] = \frac{[F]}{[S]} = Nm^{-2} = Pa$$

$$1\ \mathrm{atm} = 1.013\ 10^5 \cdot \mathrm{Pa} = 760\ \mathrm{mmHg}$$

La pressione è uno scalare !

Densità di un fluido

$$d = \frac{m}{V} \qquad [d] = \frac{[m]}{[V]} = Kg\ m^{-3}$$

Densità H_2O

$$d_{acqua} = 10^3\ \frac{Kg}{\mathrm{m}^3} = 1\ \frac{g}{\mathrm{cm}^3} = 1\ \frac{Kg}{\mathrm{litro}}$$

PRESSIONE

Nel sistema C.G.S.

$$\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} = \text{baria}$$

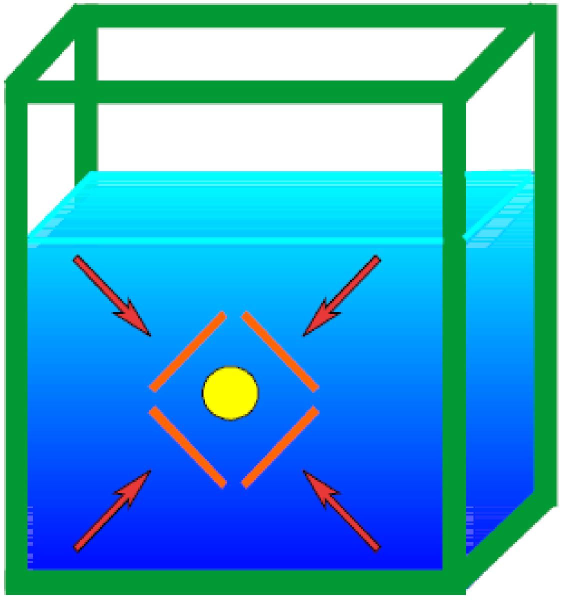
$$1\ \text{Pa} = 1\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1\frac{10^5\,\text{dyn}}{10^4\,\text{cm}^2} = 10\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} = 10\ \text{barie}$$

$$1\ \text{bar} = 10^5\ \text{Pa} = 10^6\ \text{barie}$$

PRESSIONE

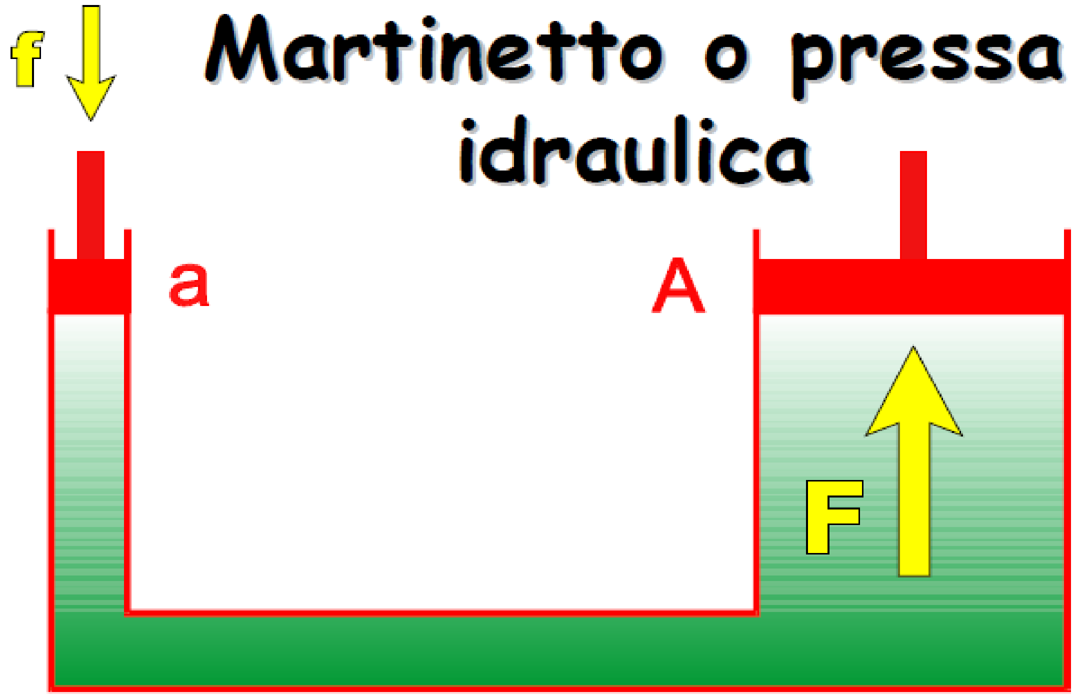
La pressione che il fluido esercita su una superficie non dipende dalla sua orientazione, ma solo dalla sua profondità.

La pressione che il fluido esercita su una faccia è uguale a quella esercitata sulla faccia opposta.



PRINCIPIO DI PASCAL

L'aumento di pressione prodotto in un punto di un fluido si trasmette inalterato ad ogni altro punto del fluido.



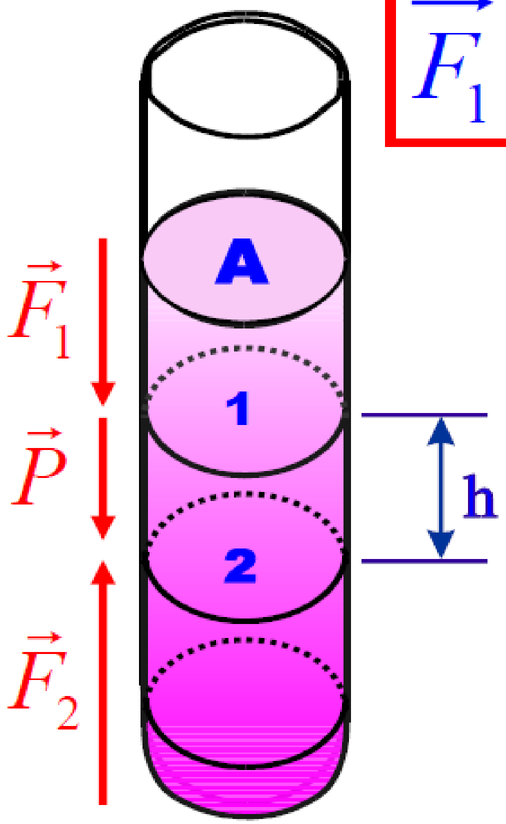
Amplificazione di una forza

$$\frac{F}{f} = \frac{A}{a}$$

LEGGE DI STEVINO

Condizione di equilibrio

$$\boxed{\sum_i \overrightarrow{F_i} = 0}$$



$$\boxed{\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \vec{P} = 0 \quad \Rightarrow \quad -F_1 + F_2 - P = 0}$$

$$\boxed{p_2 A = p_1 A + mg = p_1 A + dAhg}$$

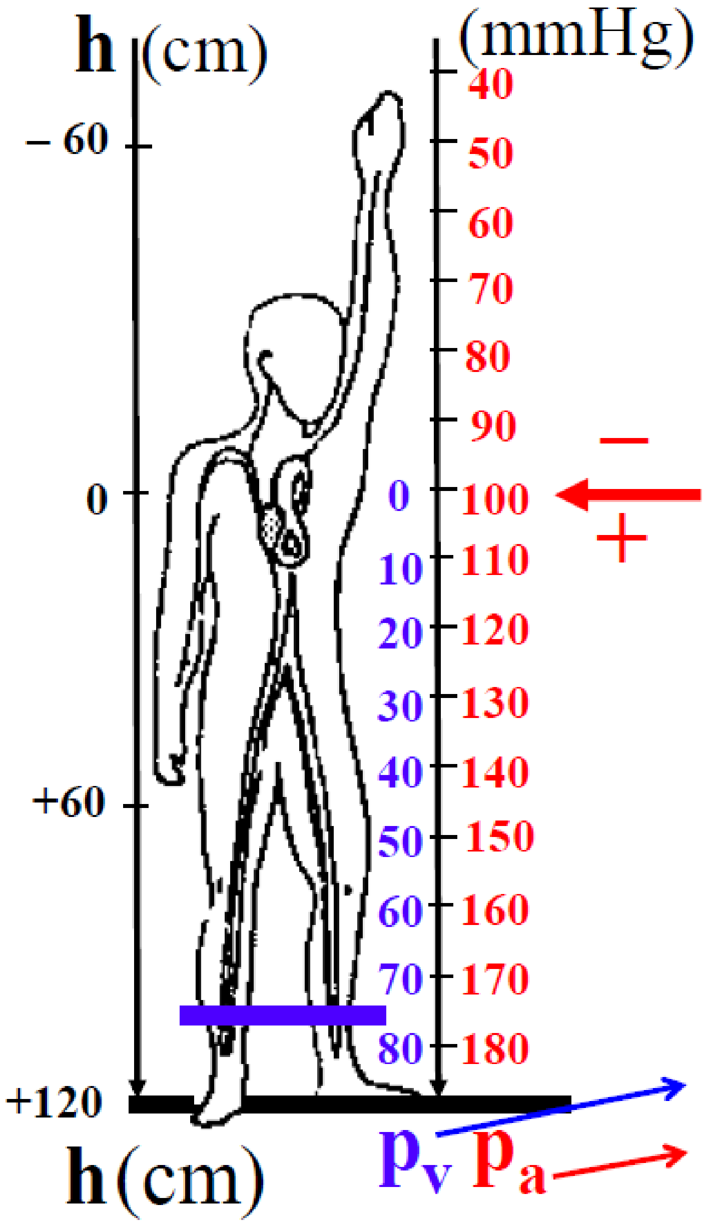
$$\boxed{p_2 = p_1 + dgh}$$

LEGGE DI STEVINO

La pressione P esercitata da una colonna di liquido (di densità d) sulla sua base **non dipende dalla sezione**, ma solamente dalla sua altezza h

$$\boxed{p = dgh}$$

Poiché la pressione è uguale alla stessa profondità, il liquido si dispone in recipienti comunicanti, ma di varia forma, alla stessa altezza (principio dei vasi comunicanti)



$$\boxed{p = d\, g\, h}$$

esempio : arteria tibiale

h = 100 cm

d = 1 g cm^{-3}

g = 980 cm s^{-2}

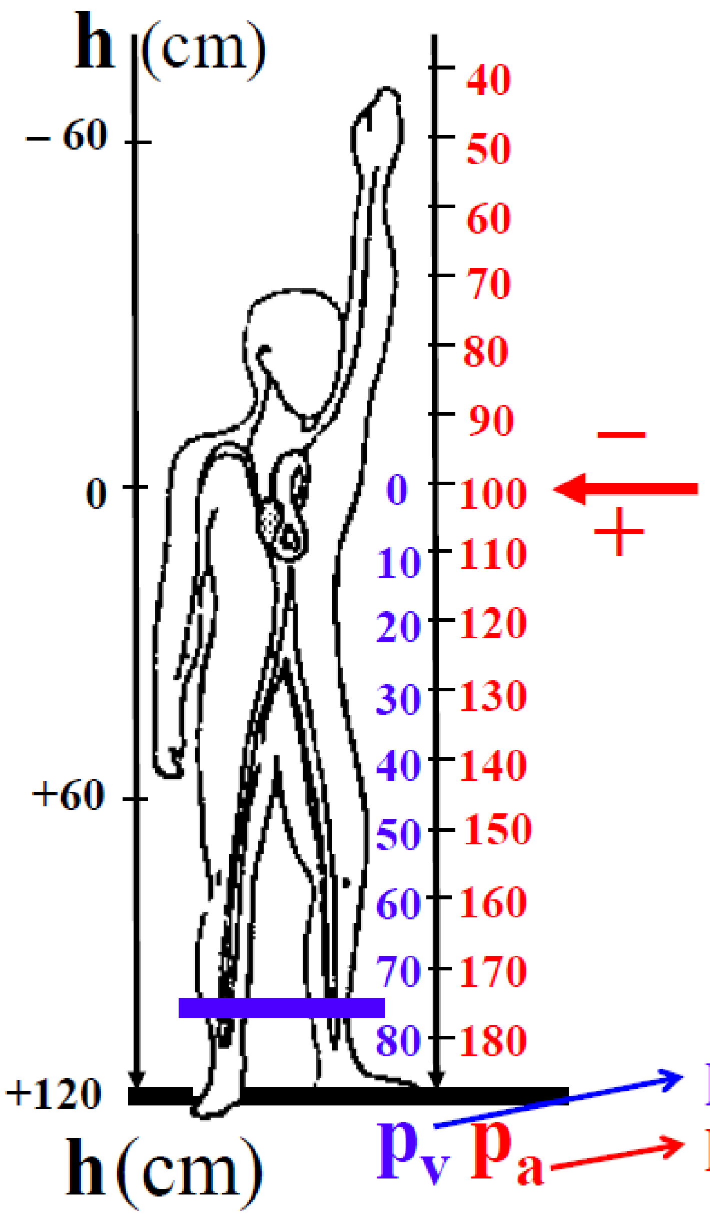
$$p = d\, g\, h = 1 \times 980 \times 100 \text{ barie} =$$

$$= 10^5 \text{ barie} = 76 \text{ mmHg}$$

pressione venosa

pressione arteriosa

LEGGE DI STEVINO: effetti fisiologici



pressione venosa

pressione arteriosa

posizione eretta

$$p = p_{sangue} + dgh$$

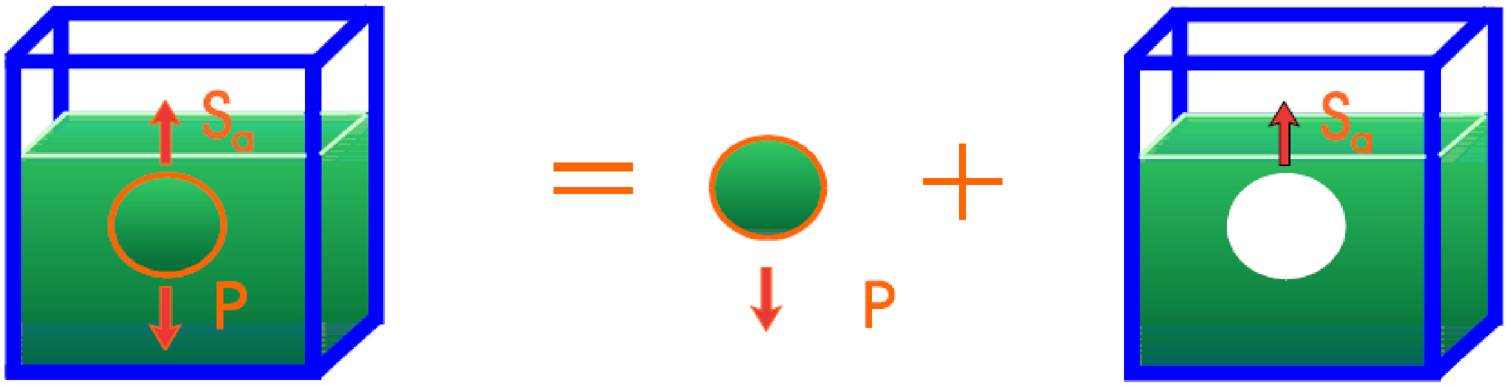
h(cuore) = 0

- ritorno venoso
- circolazione cerebrale

posizione orizzontale

$$p = p_{sangue}$$

PRINCIPIO DI ARCHIMEDE



Un corpo immerso in fluido è sottoposto ad un sistema di forze, la cui risultante è detta spinta di Archimede S_a, diretta verticalmente verso l'alto ed uguale al **peso del volume di fluido spostato**

$$\boxed{S_a = \rho V g}$$

ρ = densità del fluido
V = volume del fluido spostato

PRINCIPIO DI ARCHIMEDE: esempio

Un corpo di densità ρ e volume V immerso in fluido di densità ρ_0 ($\rho<\rho_0$) galleggerà restando parzialmente sommerso: quanto vale il volume sommerso V_s?

$$S_a = \rho_0 V_S g \qquad P = \rho V g$$

$$\rho_0 V_S g = \rho V g$$

$$\frac{V_S}{V} = \frac{\rho}{\rho_0}$$

$\rho = 920\ \text{Kg/m}^3$ per il ghiaccio

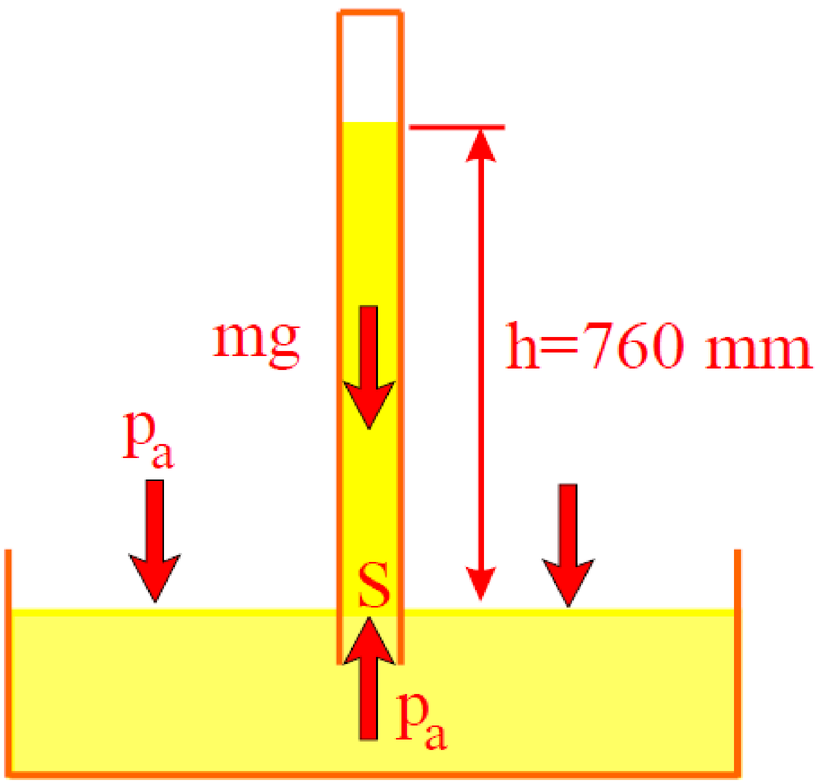
$\rho_0 = 1025\ \text{Kg/m}^3$ per l'acqua di mare

$$\frac{V_S}{V} = \frac{920}{1025} = 0.898$$

$\approx 90\%$ di un iceberg è sommerso

PRESSIONE ATMOSFERICA

Esperienza di Torricelli



$$p = dgh$$
$$= 13590 \cdot 9.8 \cdot 0.76 \text{ Pa}$$
$$= 101218 \text{ Pa} \approx 10^5 \text{ Pa}$$
$$= 1 \text{ atm}$$

LAVORO DELLA PRESSIONE

Per una forza costante parallela allo spostamento possiamo scrivere

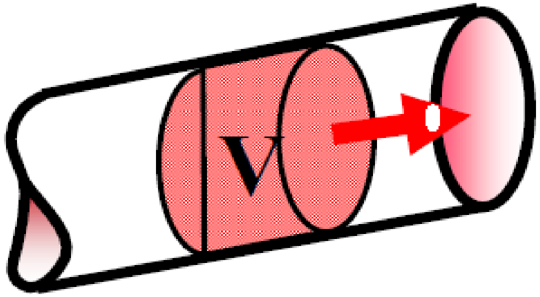
$$L = F\,l = P\,S\,l = P\,V$$

in generale quindi

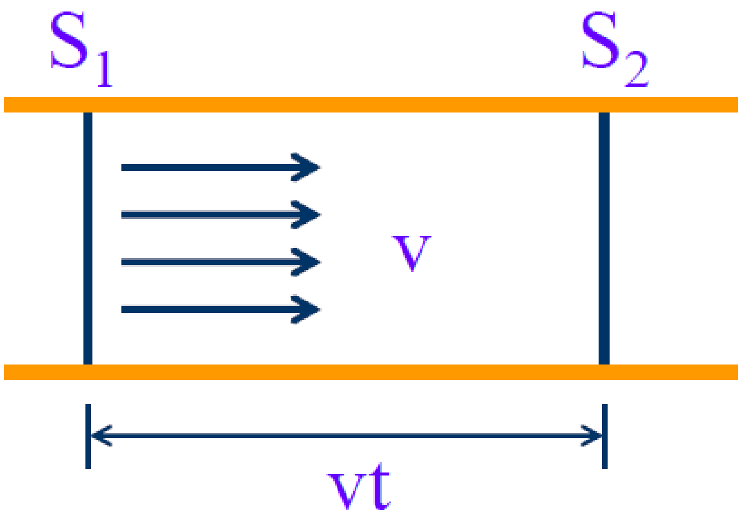
$$L = \int \vec{F} \cdot d\vec{l} \quad \Rightarrow \quad L = \int P\,dV$$

FLUIDODINAMICA

Portata di un condotto



Volume di fluido che attraversa una sezione del condotto nell'unità di tempo $[Q]=L^3T^{-1}$



$$Q = \frac{V}{t} = \frac{Svt}{t} = Sv$$

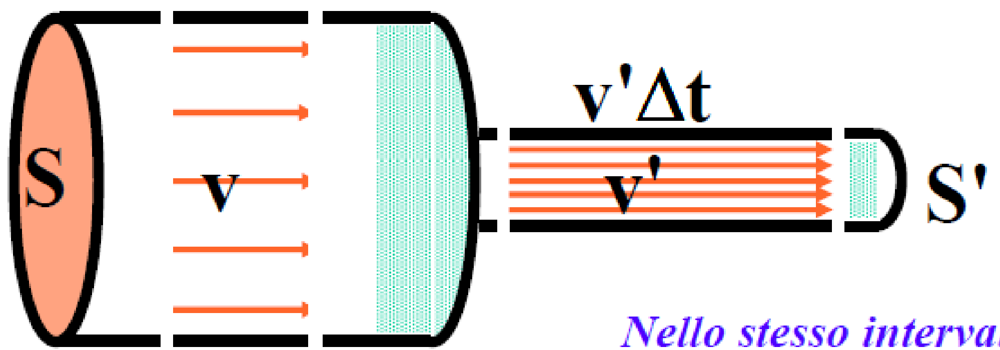
Equazione di continuità

EQUAZIONE DI CONTINUITA' (1)

- **MOTO STAZIONARIO :**

Q = costante nel tempo in ogni sezione

(ASSENZA di SORGENTI o di BUCHI)

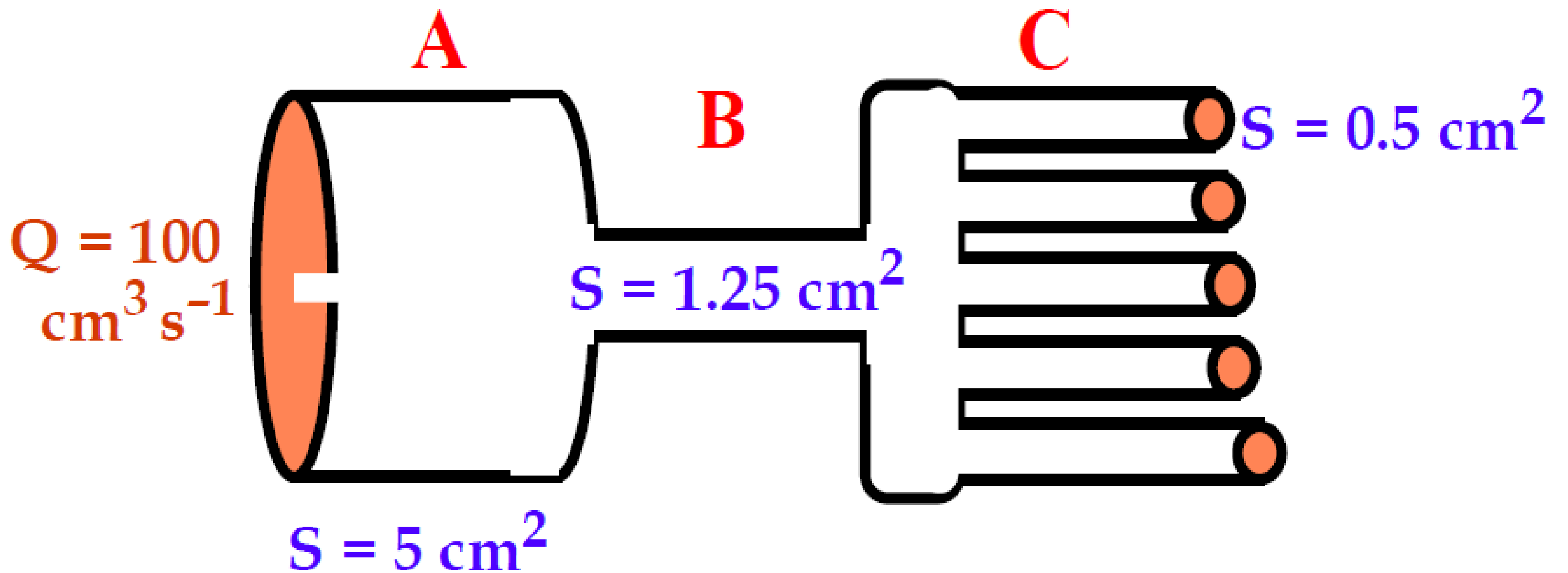


Nello stesso intervallo di tempo Δt:

$$S v \cancel{\Delta t} = S' v' \cancel{\Delta t}$$

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = \frac{S\,v\,\cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta t}} = S\,v = \text{costante}$$

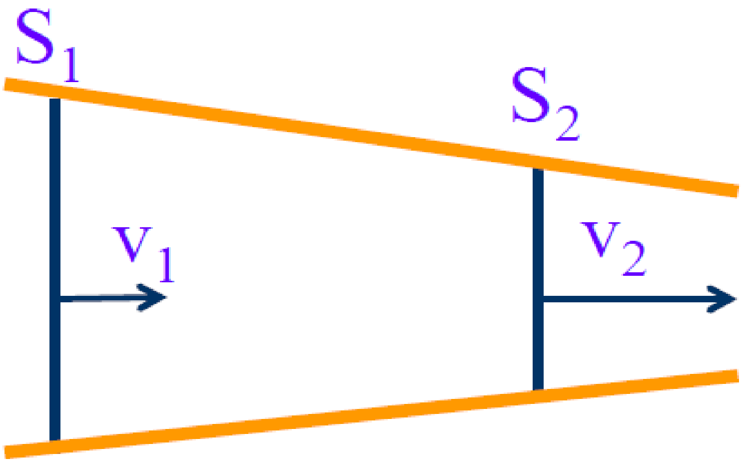
EQUAZIONE DI CONTINUITA' (2)



$S = 5\ cm^2$	$S = 1.25\ cm^2$	$S = 2.5\ cm^2$
$v = 20\ cm\ s^{-1}$	$v = 80\ cm\ s^{-1}$	$v = 40\ cm\ s^{-1}$

FLUIDODINAMICA

Moto stazionario: tutte le molecole che passano per la stessa sezione hanno la stessa velocità → v può non essere costante



La portata assume lo stesso valore su ciascuna sezione

$$\boxed{S_1 v_1 = S_2 v_2}$$

La velocità è inversamente proporzionale all'area della sezione