Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Medicina e Chirurgia

Fisica

Leonello Servoli

Leonello.servoli@pg.infn.it

Tel.: 0039-348-3345847

http://www.fisica.unipg.it/~servoli

Il movimento

Ingredienti fondamentali:

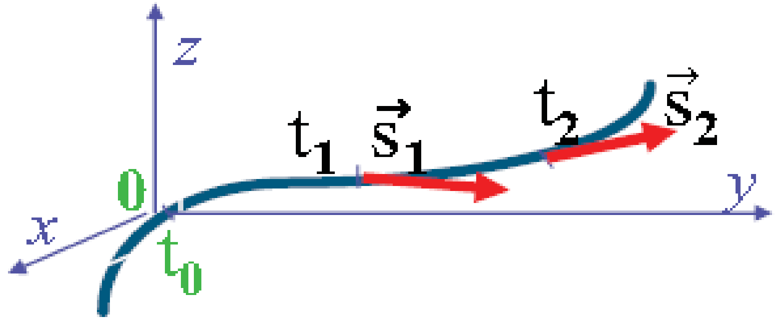
Distanza → variazione di <u>lunghezza</u>

Durata → variazione di <u>tempo</u>

rispetto a una situazione iniziale fissa e nota

→ sistema di riferimento

→ condizioni iniziali
("punto di partenza")



E' un fenomeno non istantaneo:
il tempo e' un parametro fondamentale
e funge da variabile indipendente

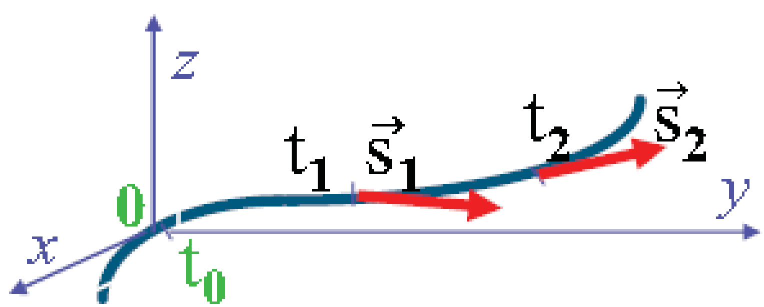
Spostamento

Per una **descrizione completa**:

quanta strada si percorre → modulo
quale strada si prende → direzione
verso dove si va → verso
da dove si parte → punto appl.

} VETTORE $\vec{s} = \vec{s}(t)$

Traiettoria =
linea descritta dal corpo durante il moto



$x = x(t)$
$y = y(t)$
$z = z(y)$

= linea tangente al vettore $\vec{s}$ in ogni punto a ogni istante

unità di misura : metro (SI), centimetro (cgs)

Legge oraria

Relazione tra spazio percorso e tempo impiegato

$s = f(t)$ → $\Delta s = f(\Delta t)$

$t_1 \longrightarrow s_1 = s(t_1)$

$t_2 \longrightarrow s_2 = s(t_2)$

$\Delta s = s_2 - s_1 = s(t_2) - s(t_1)$

$\Delta t = t_2 - t_1$

variazione: $a_2 - a_1 = \Delta a$

(opposta a differenza: $a_1 - a_2 = -\Delta a$)

Moto rettilineo:

direz. moto = traiettoria

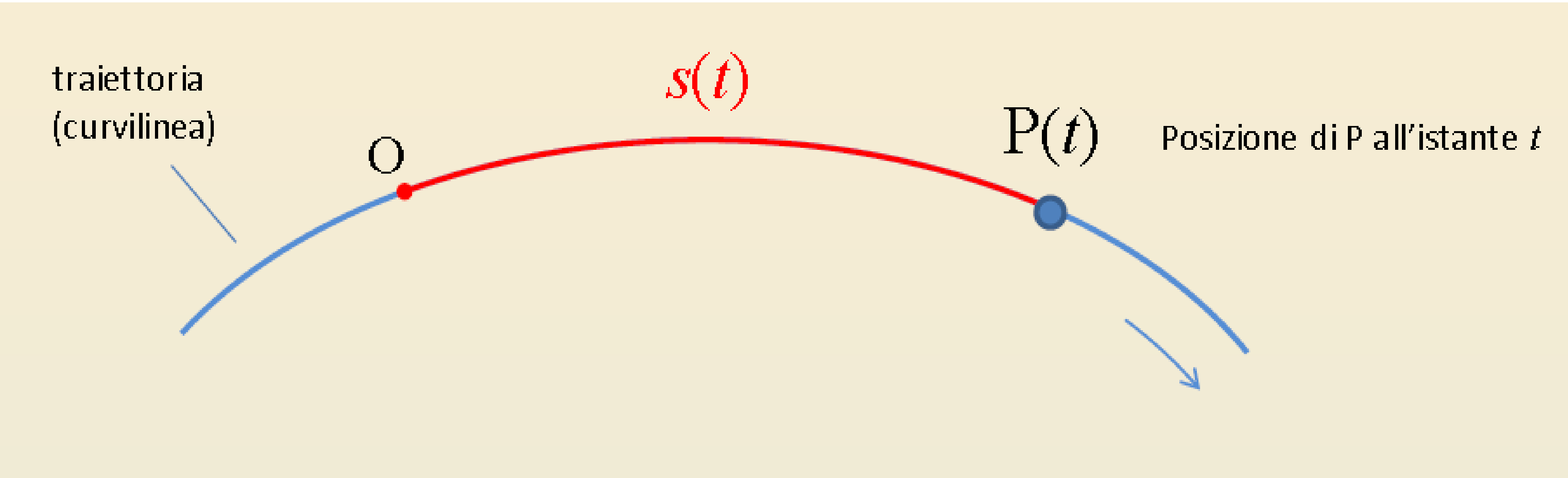
descr. moto "media"

Moto vario (circolare, armonico, ...):

direz. moto = tangente alla traiettoria

descr. moto "istantanea"

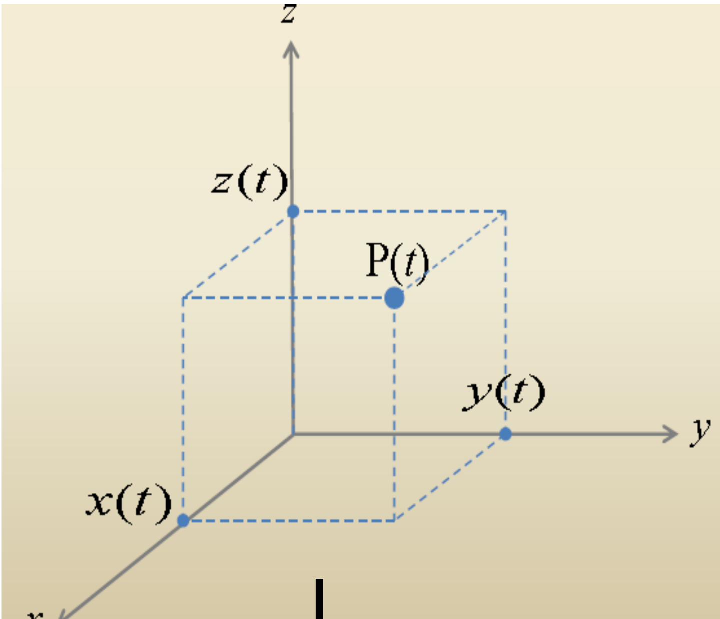
Legge oraria



1) Equazione della traiettoria
2) Equazione oraria

Ma non sempre si conosce la traiettoria. Quindi.....

Legge oraria

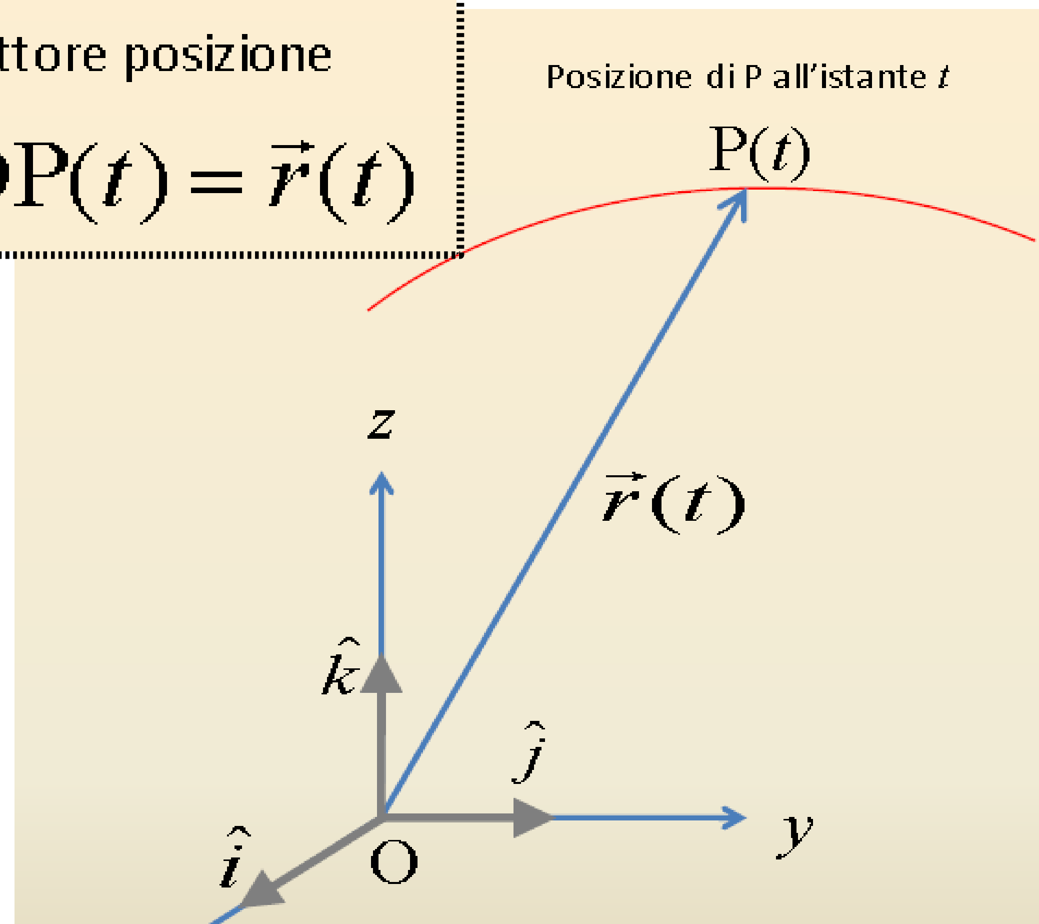


$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

Equazioni parametriche del moto

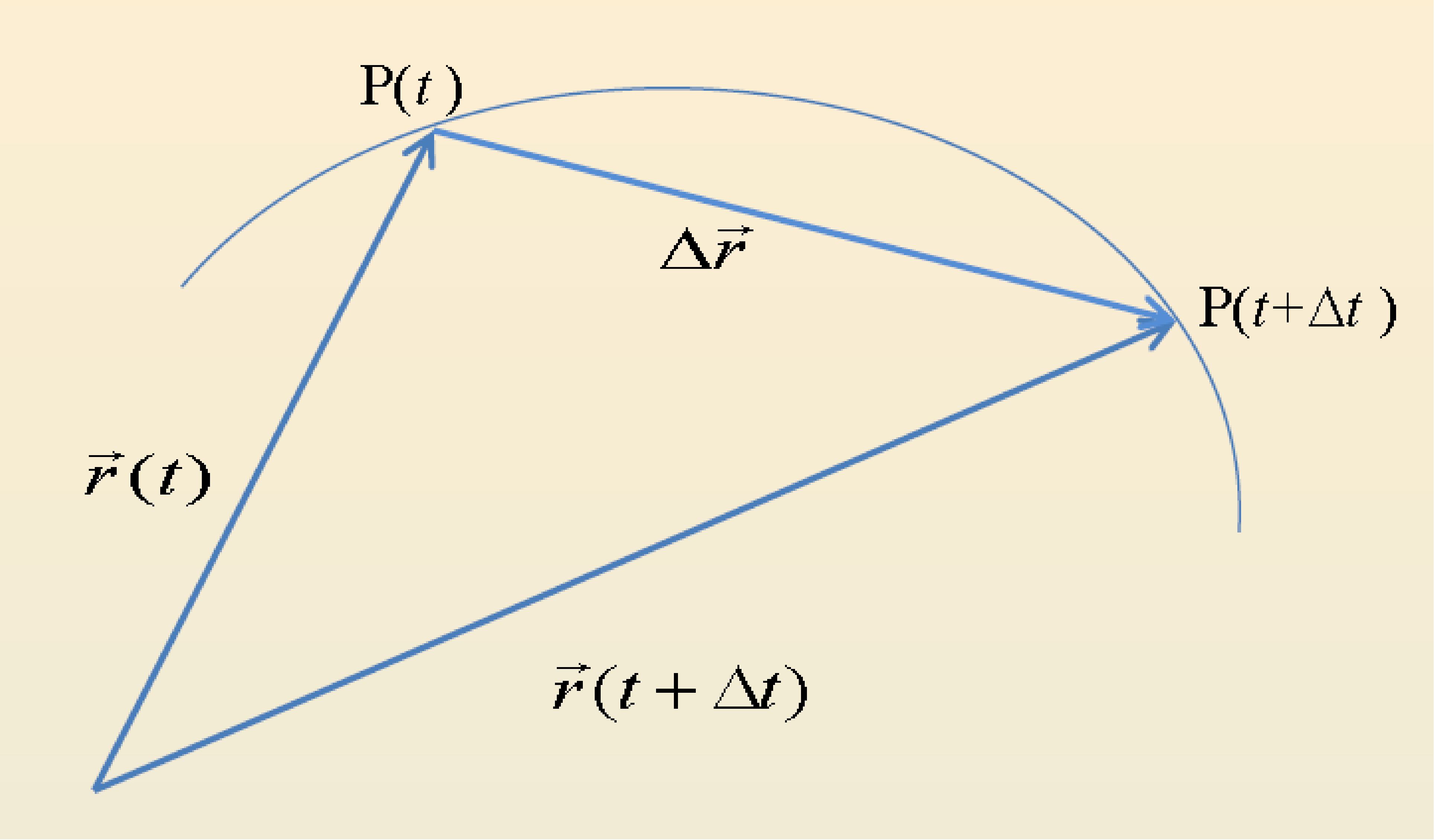
Vettore posizione

$$OP(t) = \vec{r}(t)$$



$$\boxed{\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}}$$

Vettore spostamento



Velocità

$$\text{velocità media} = \frac{\text{spazio percorso}}{\text{intervallo di tempo}}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}$$

$$\frac{m}{s}$$

definizione

formula

unità di misura

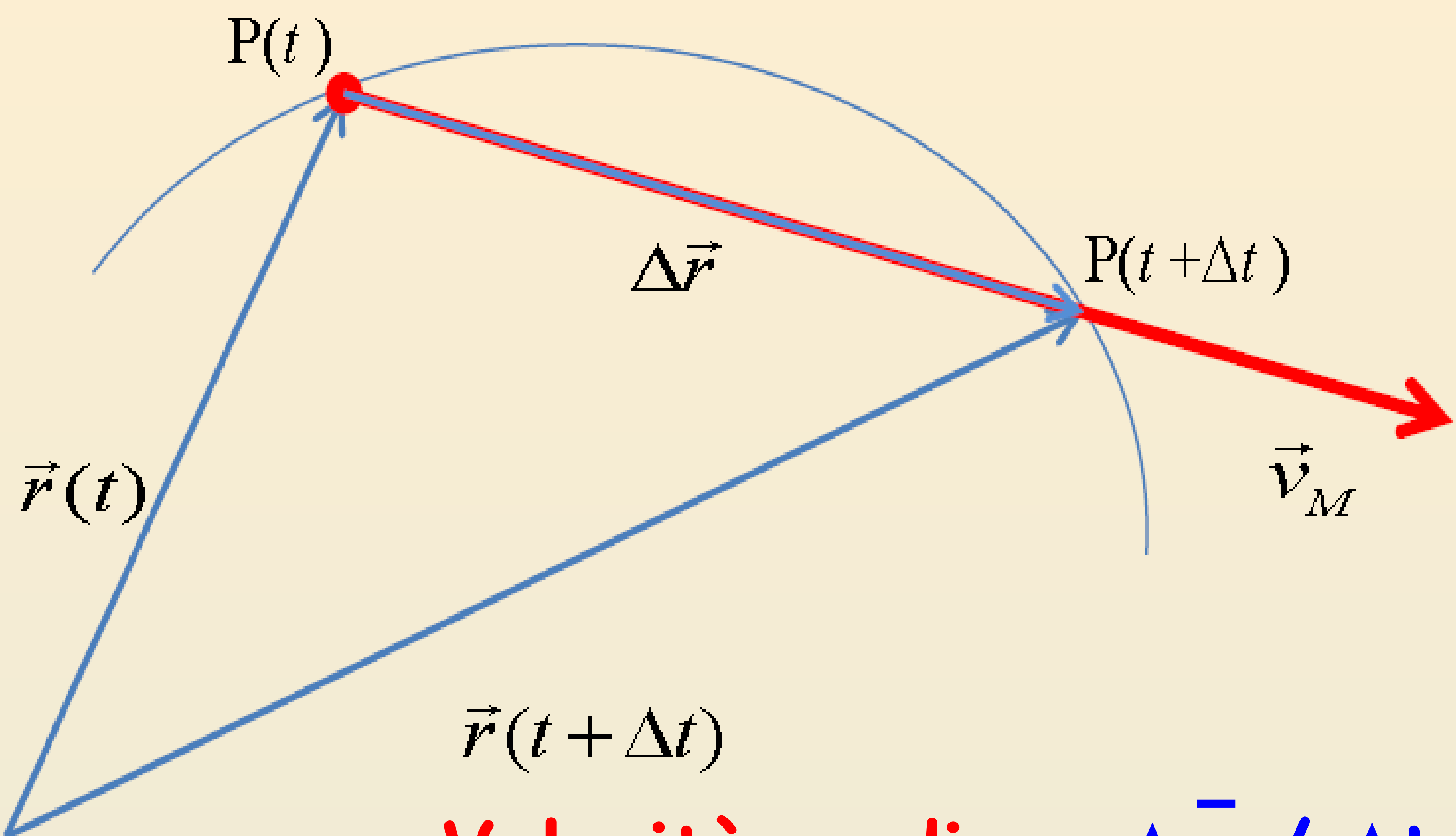
SI	cgs	pratico
m/s	cm/s	km/h

Esempio:
cambio di unità di misura

$$1\,\frac{km}{h} = \frac{1000}{3600}\,\frac{m}{s} = 0.28\,\frac{m}{s}$$

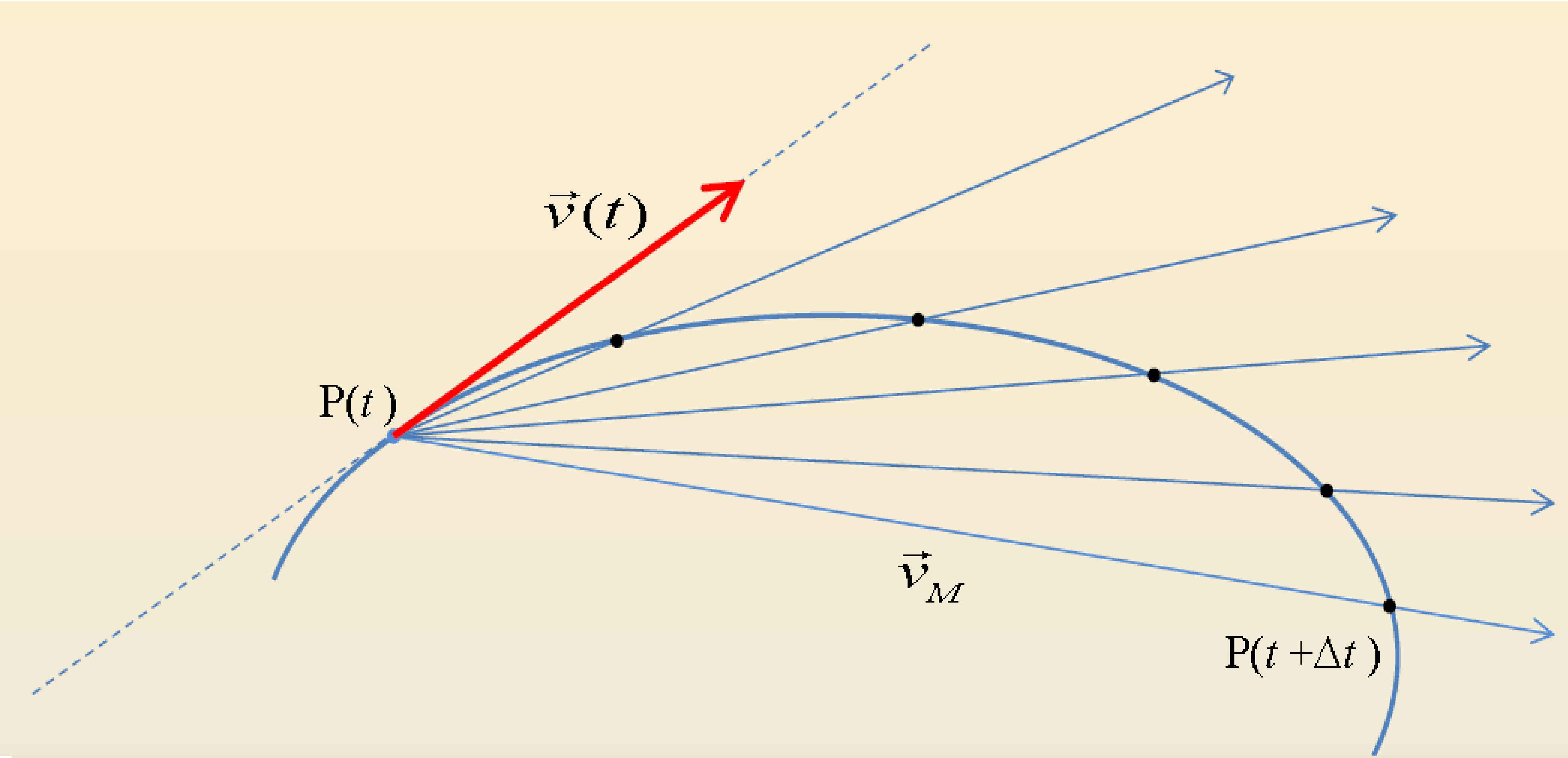
$$1\,\frac{m}{s} = \frac{0.001}{1/3600}\,\frac{km}{h} = 3.6\,\frac{km}{h}$$

Velocità



Velocità media = $\Delta\,\bar{r}\;/\;\Delta t$

Velocità istantanea



$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

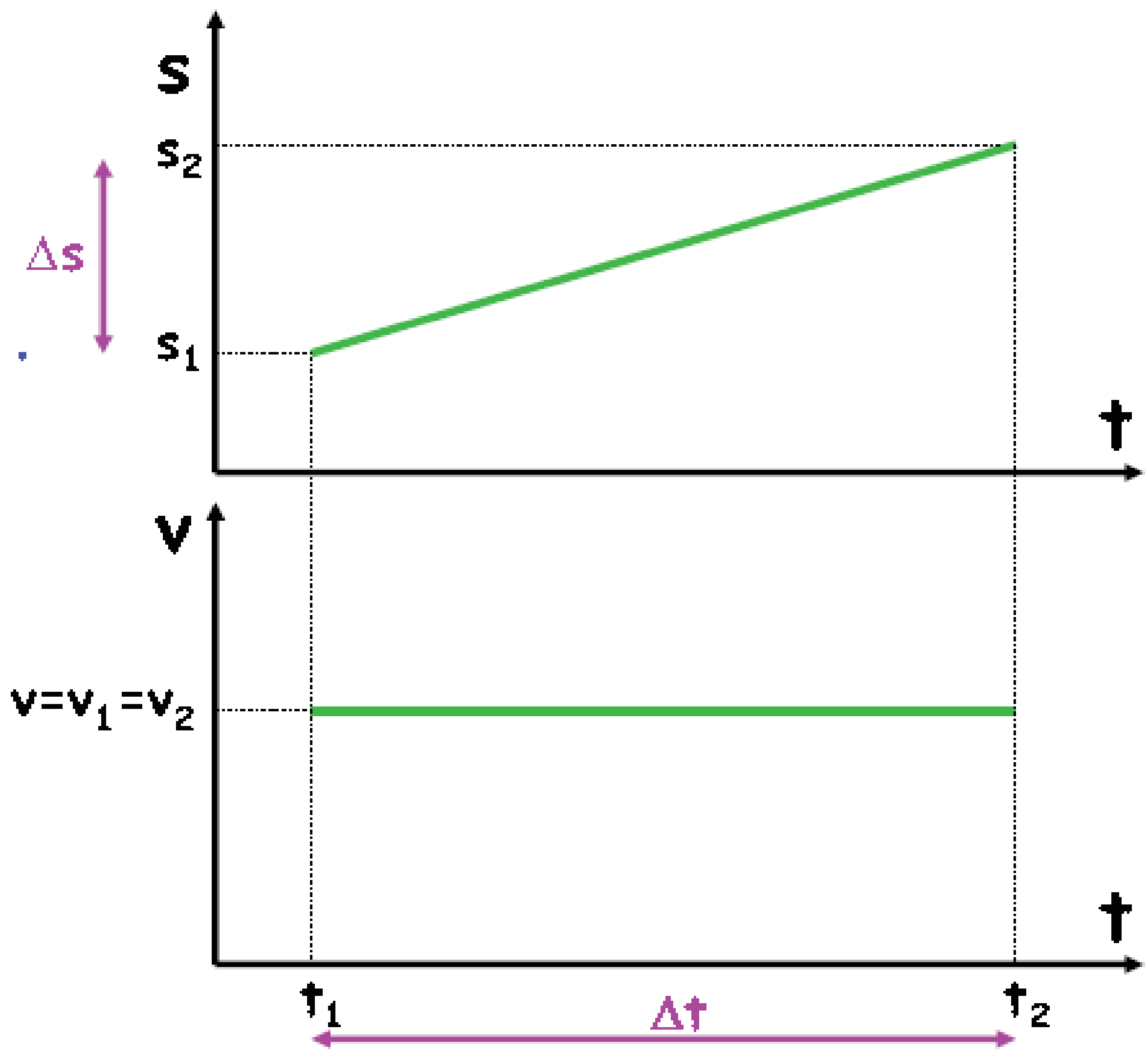
Moto uniforme

Velocità costante:

$$v = \Delta s / \Delta t$$

$$= \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{s_3 - s_2}{t_3 - t_2} = \dots$$

$$= \text{costante}$$



Legge oraria:

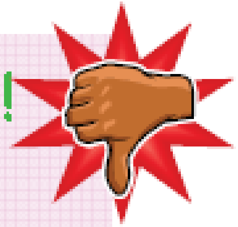
$$\boxed{s = v.t\ (+s_0)}$$

Accelerazione (1)

Misura la rapidità di variazione della velocità:

$a>0$ ($\Delta v>0$) → acceleraz.   *$a<0$ ($\Delta v<0$) → deceleraz. (frenamento)*

Attenzione: "alta velocità" non significa accelerazione!



Es. auto da 0 a 100 km/h in 10 s →

$a = \Delta v/\Delta t$ = [(100-0) km/h]/(10 s) = (27.78 m/s)/(10 s) = **2.78 m/s^2**

Ma: viaggio a velocità costante di 100 km/h per 1 ora →

$a = \Delta v/\Delta t$ = [(100-100) km/h]/(1 h) = (0 m/s)/(3600 s) = **0 m/s^2**

Accelerazione (2)

accelerazione media = $\frac{\text{variazione di velocità}}{\text{intervallo di tempo}}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$\frac{m}{s^2}$

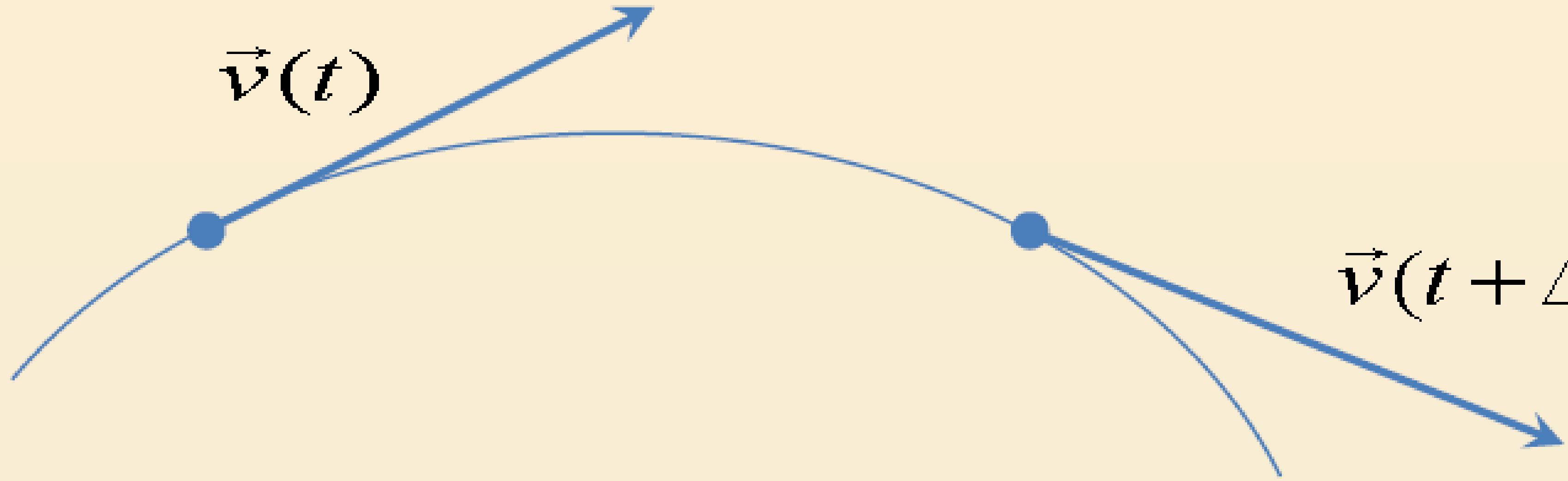
definizione

formula

unità di misura

SI	cgs
m/s^2	cm/s^2

Accelerazione media e istantanea



$$\vec{a}_M = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

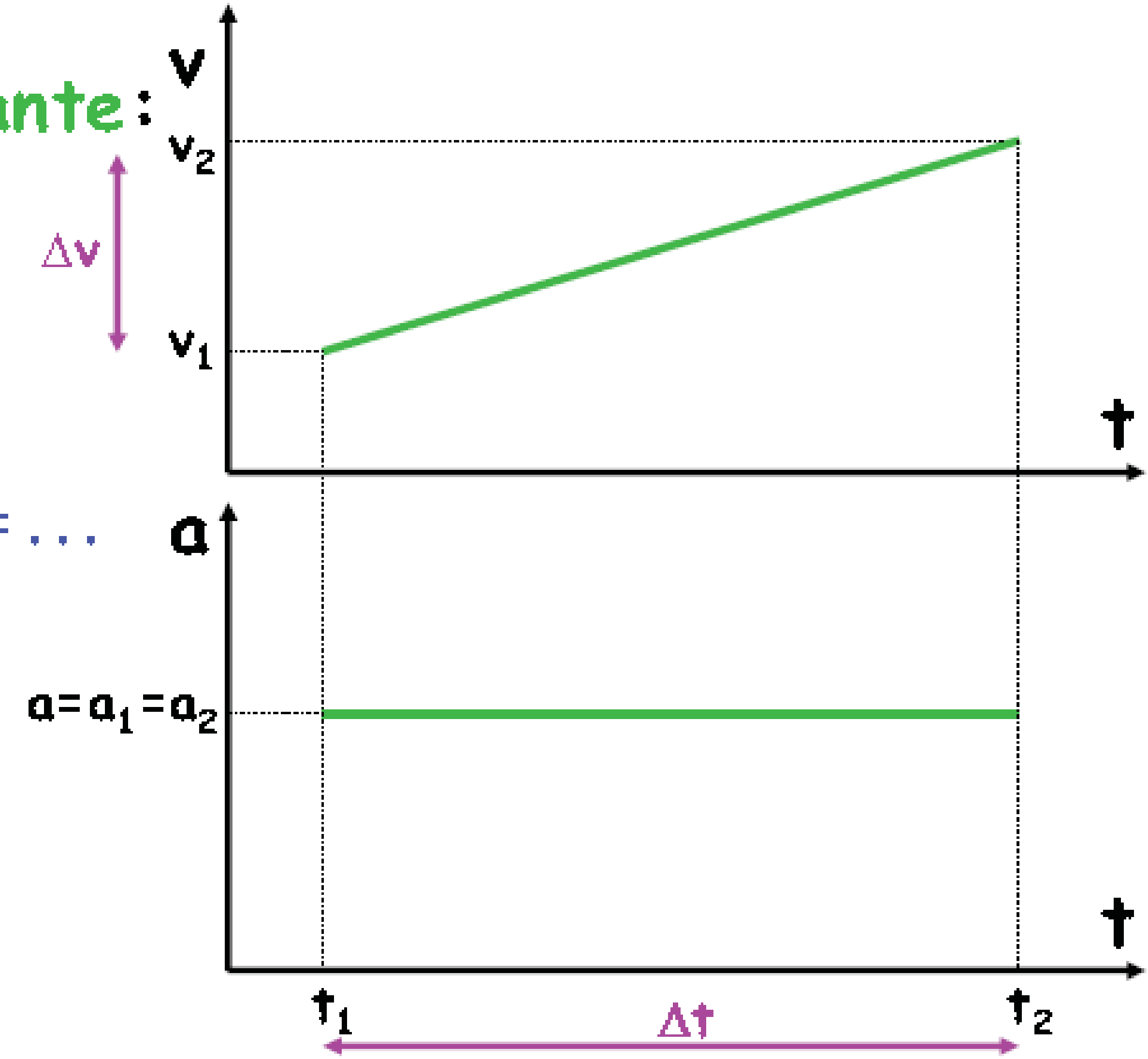
Moto uniformemente accelerato (1)

Accelerazione costante:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

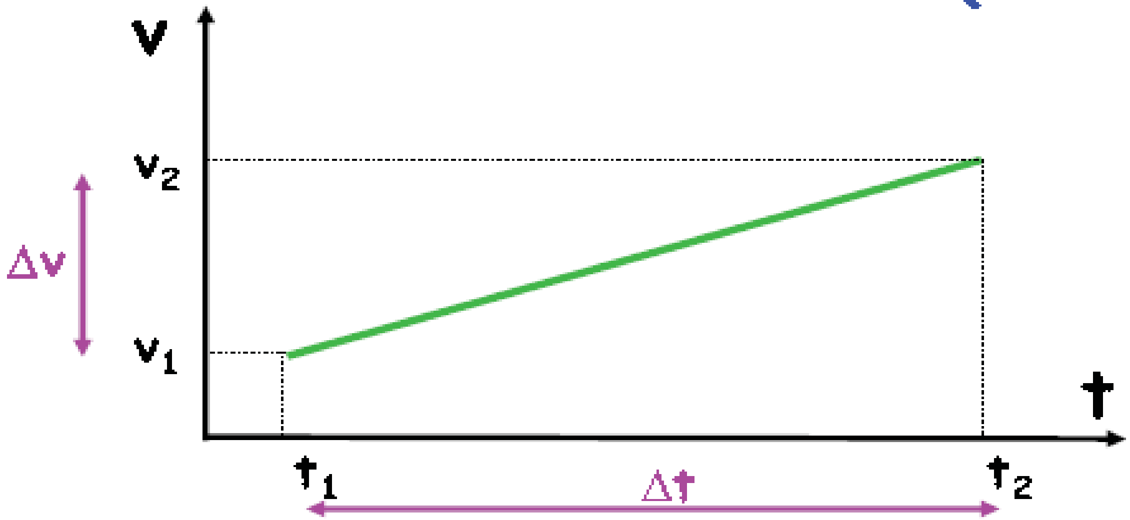
$$= \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2} = \ldots$$

$= \text{costante}$



Moto uniformemente accelerato (2)

Per trovare la posizione x dopo che è passato un tempo t possiamo usare il calcolo differenziale (in una dimensione):



$$\frac{dv}{dt} = a = \text{costante}$$

$$\int dv = \int a\,dt$$

$$v = at + v_0$$

$$\frac{ds}{dt} = v = at + v_0$$

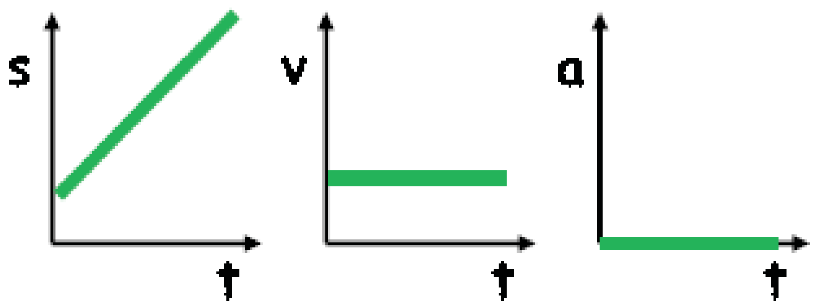
$$\int ds = \int (at + v_0)\,dt$$

Legge oraria:

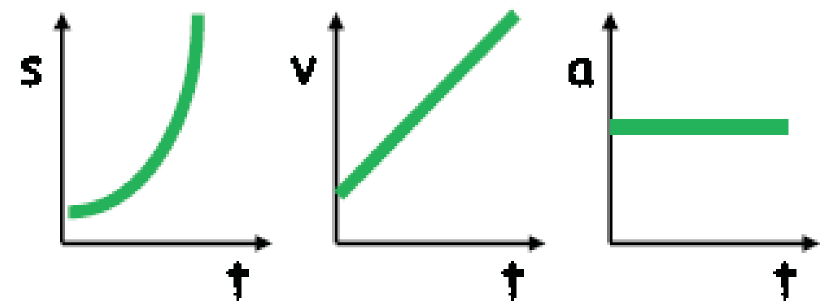
$$\boxed{s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0}$$

Moti

UNIFORME	UNIFORMEMENTE ACCELERATO
$s = v \cdot t + s_0$	$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$
$v =$ *costante*	$v = a \cdot t + v_0$
$a = 0$	$a =$ *costante*

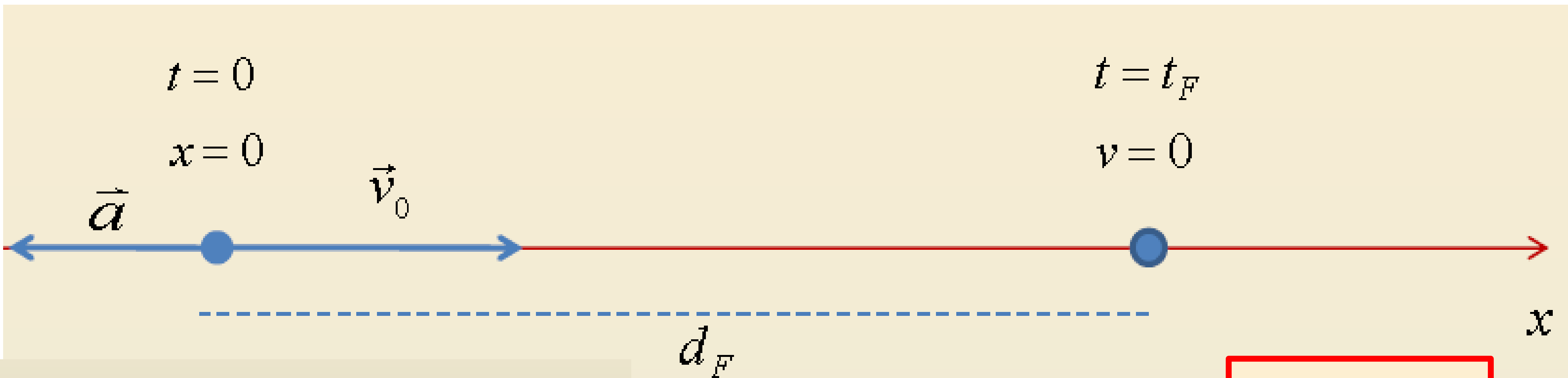


uniforme



uniformemente accelerato

Problema: un punto materiale si muove di moto rettilineo uniforme con velocità V_0 paria 10 m/s. Ad un certo istante inizia a frenare con ***decelerazione costante pari a 2 m/s²*** . Determinare la distanza d_F percorsa nel corso della frenata ed il relativo intervallo tempo (tempo di frenata t_F).



$$\begin{cases} a_x = \text{cost} = a_{0x} \\ v_x = a_{0x} t + v_{0x} \\ x = \dfrac{1}{2} a_{0x} t^2 + v_{0x} \mathrm{t} + \mathrm{x}_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_x = -a \\ v_x(t) = v_0 - at \\ x = v_0 \mathrm{t} - \dfrac{1}{2} a t^2 \end{cases}$$

$$\boxed{t_{arr} = \frac{v_0}{a}}$$

$$\boxed{x_{arr} = \boxed{\frac{v_0^2}{2a}}}$$

Problema 1a:

- V_0 = ***10 m/s*** (36 km/h).
- ***a = 2 m/s²*** .

$\rightarrow$ $t_F = V_0 / a = 10\ [m/s] / 2\ [m/s^2] = 5\ s;$ $d_F = V_0^2 / 2a = 25\ m;$

Problema 1b:

- V_0 = ***30 m/s*** (108 km/h).
- ***a = 2 m/s²*** .

$\rightarrow$ $t_F = V_0 / a = 30\ [m/s] / 2\ [m/s^2] = 6\ s;$ $d_F = V_0^2 / 2a = 225\ m;$

Problema 2: ***tempo di reazione*** t_R ***= 0.5 s;*** $\rightarrow$ ***ulteriore spazio iniziale percorso prima di cominciare a frenare:***

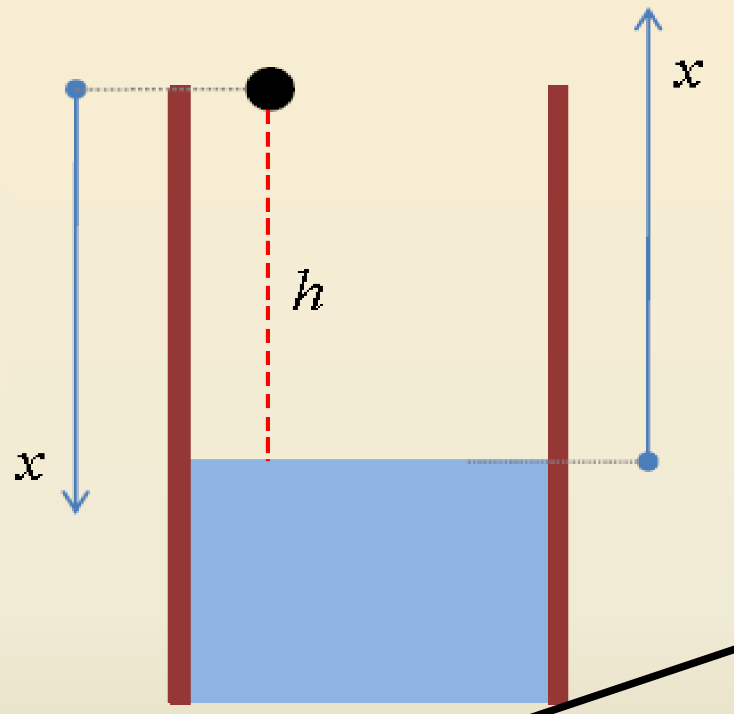
$\rightarrow$ **2a:** $S_i = V_0\, t_R = 10\ [m/s] * 0.5\ s = 5\ m\ ;\ S_{TOT} = 5 + 25\ m = 30\ m$

$\rightarrow$ **2b:** $S_i = V_0\, t_R = 30\ [m/s] * 0.5\ s = 15\ m\ ;\ S_{TOT} = 230\ m;$

Problema: Un punto materiale viene lasciato cadere da fermo in un pozzo. Determinare la profondità del pozzo cronometrando il tempo T fra l'inizio della caduta e del rumore dell'impatto con la superficie libera dell'acqua.

$$\begin{cases} a_x = \text{cost} = a_{0x} \\ v_x = a_{0x}t + v_{0x} \\ x = \dfrac{1}{2}a_{0x}t^2 + v_{0x}\text{t} + \text{x}_0 \end{cases}$$

$$t_{caduta} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$



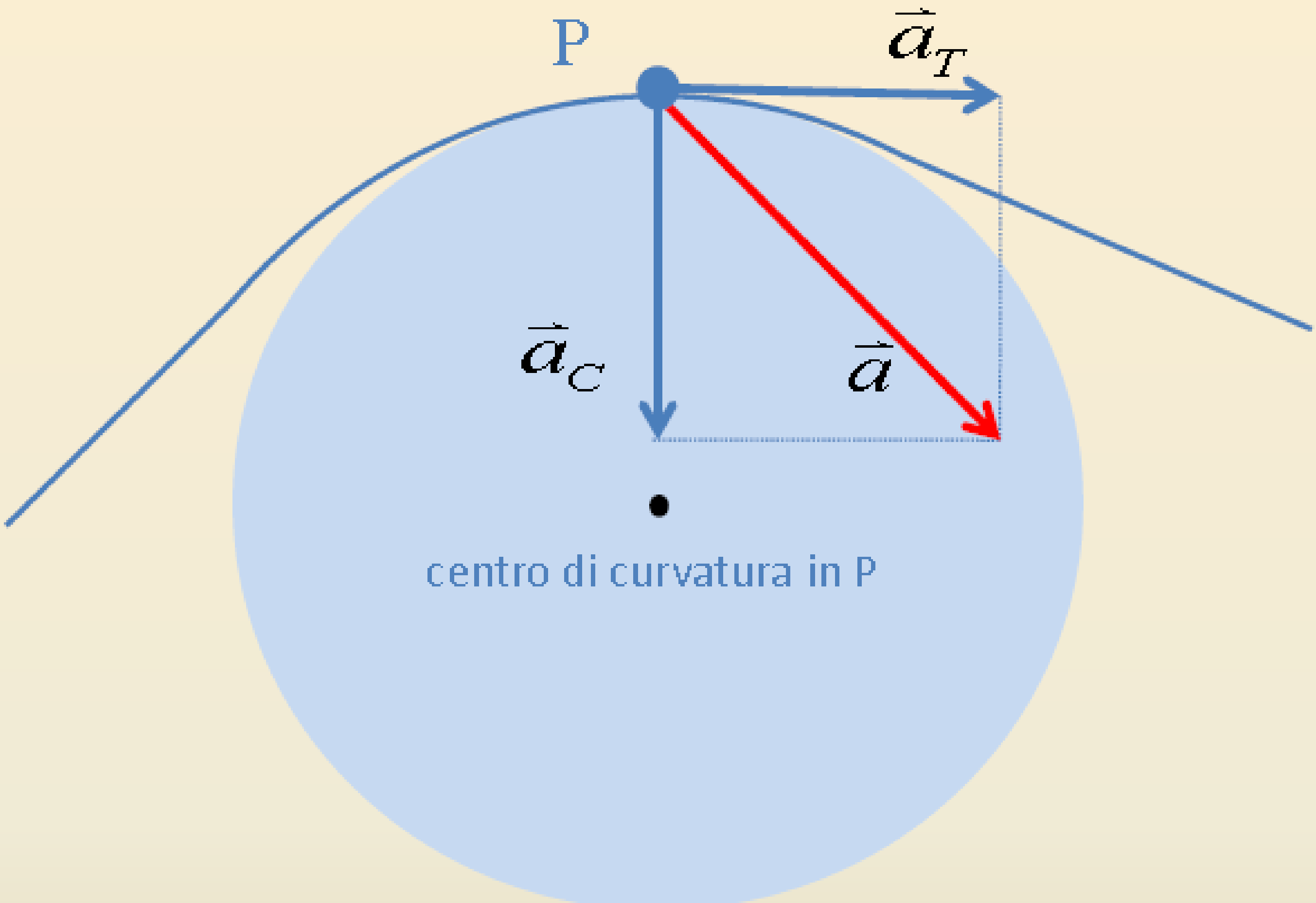
$$\begin{cases} a_x = 0 \\ v_x = \text{cost} = v_{0x} \\ x = v_{0x}t + x_0 \end{cases}$$

$$t_{salita} = \frac{h}{v_S}$$

$$T = t_{caduta} + t_{salita} \quad \rightarrow \quad T = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v_S}$$

Scomposizione accelerazione

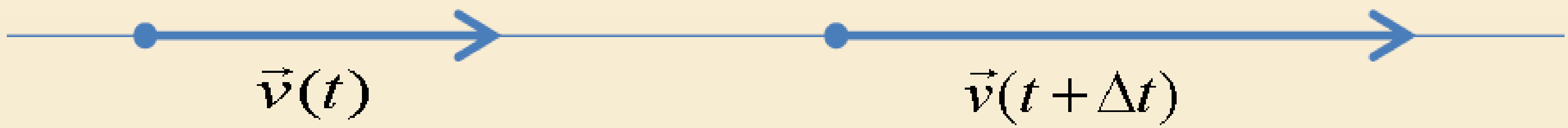
Accelerazione sempre scomponibile in parallela e perpendicolare rispetto alla direzione della velocità.

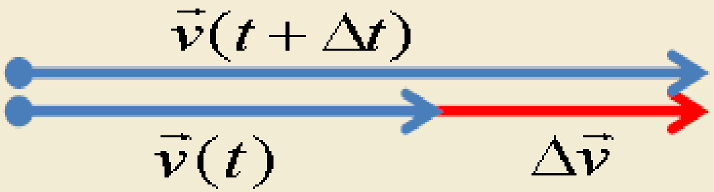


$$\vec{a} = \vec{a}_C + \vec{a}_T$$

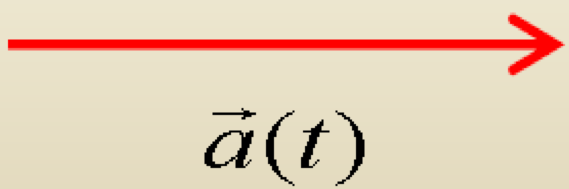
Accelerazione tangenziale

Accelerazione parallela alla velocità





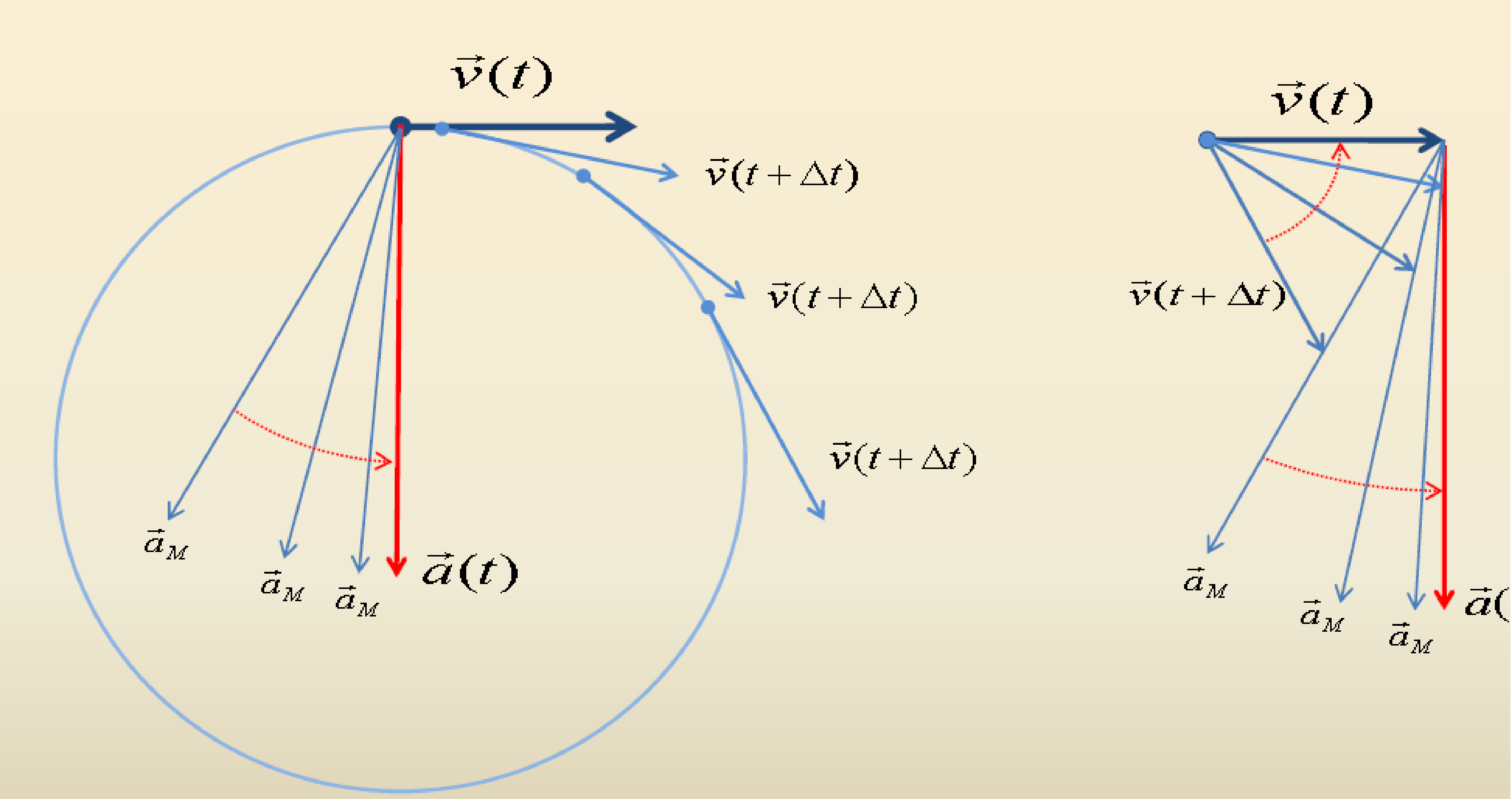
$$\Delta\vec{v} = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)$$



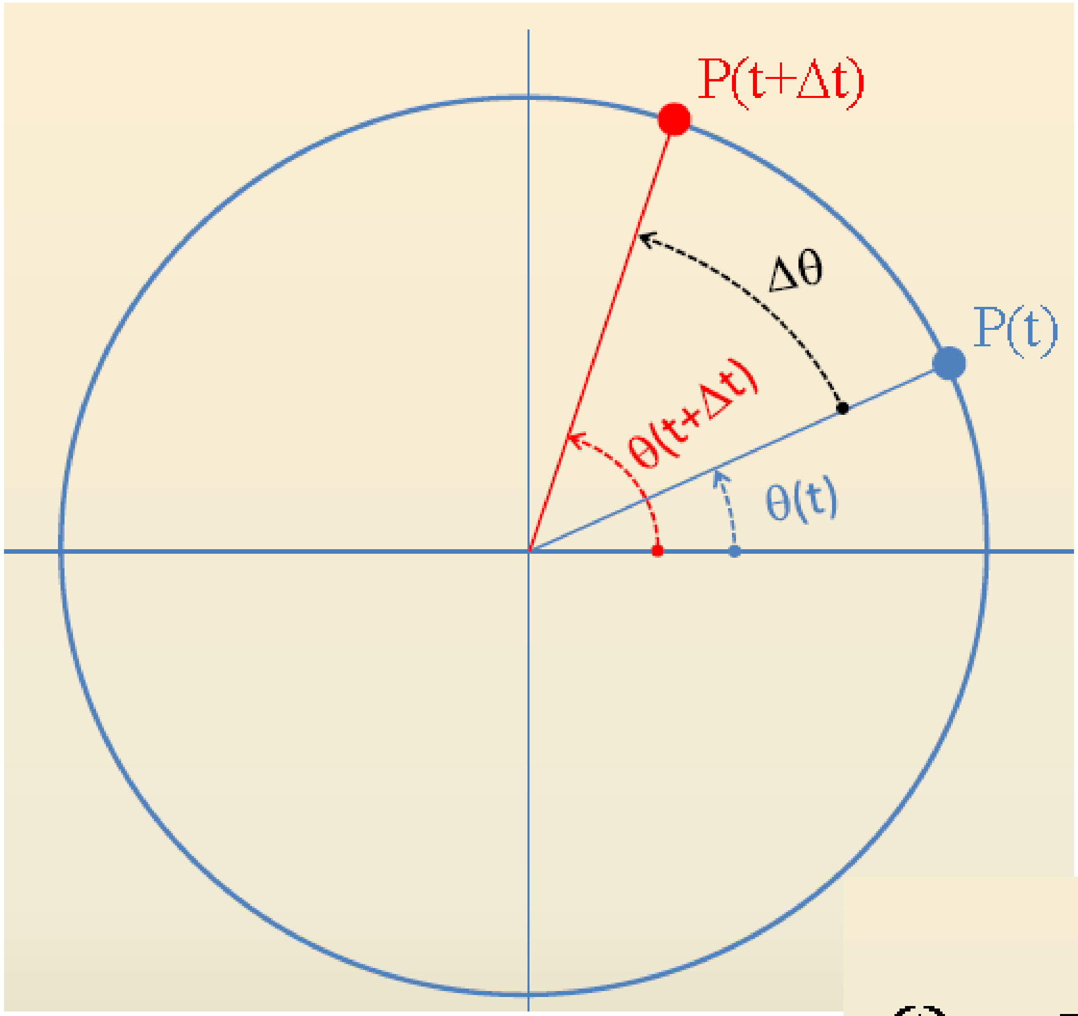
$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Accelerazione centripeta (normale)

Accelerazione perpendicolare alla velocità



Velocità angolare



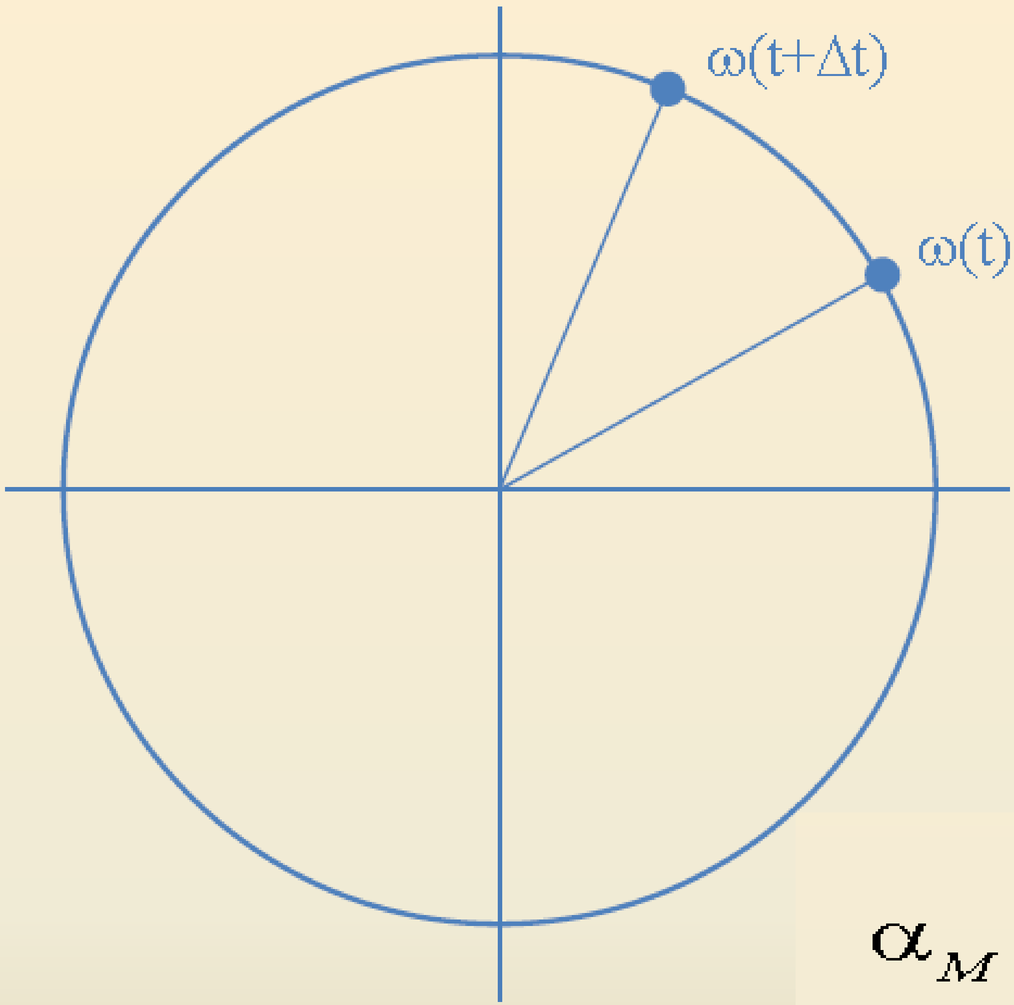
Spostamento angolare:

$$\Delta\theta = \theta(t+\Delta t) - \theta(t)$$

Velocità angolare media:

$$\omega_M = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta(t+\Delta t) - \theta(t)}{\Delta t}$$

Velocità angolare



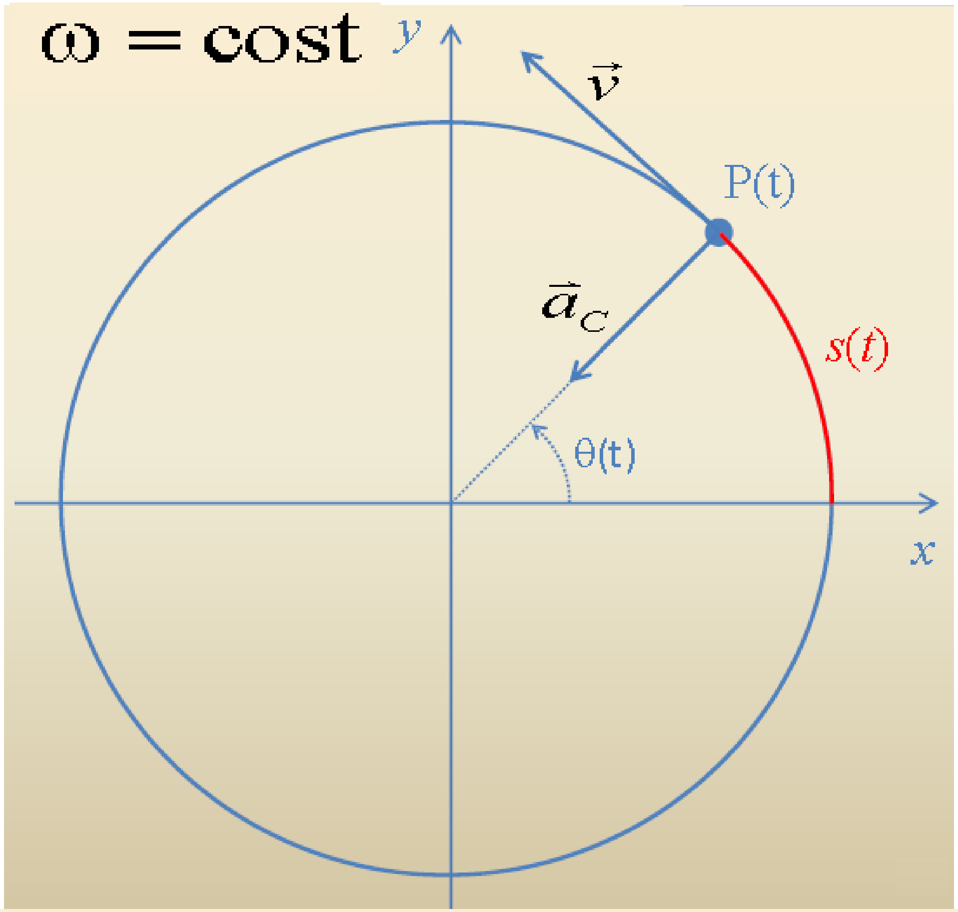
Variazione velocità angolare:

$$\Delta\omega = \omega(t+\Delta t) - \omega(t)$$

Accelerazione angolare media:

$$\alpha_M = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega(t+\Delta t) - \omega(t)}{\Delta t}$$

Moto circolare uniforme



$$d\theta = \omega dt \rightarrow \theta(t) = \omega t + \theta_0$$

Equazione oraria:

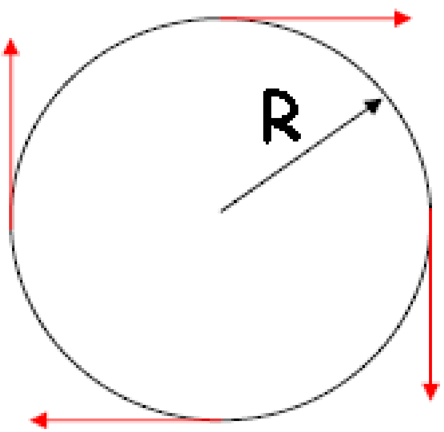
$$s(t) = r\omega t + s_0$$

Velocità istantanea:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta s|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} r \frac{|\Delta \theta|}{\Delta t} = r \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \theta|}{\Delta t} = r|\omega|$$

Moto circolare uniforme

Supponiamo di avere un corpo che si muova su di una circonferenza di raggio R con modulo della velocità costante

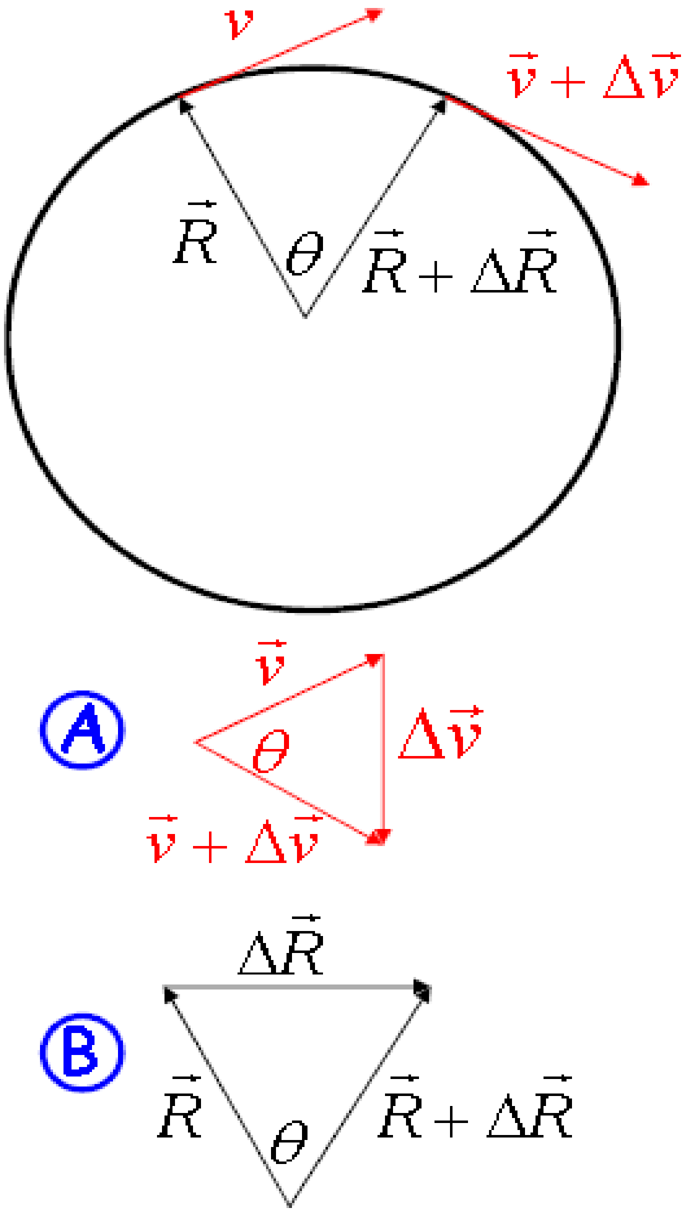


La velocità

$\vec{v}$

non è costante

Moto circolare uniforme



I triangoli A e B sono simili e quindi

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta R}{R}$$

Dividendo per il tempo avremo

$$\frac{1}{v}\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1}{R}\frac{\Delta R}{\Delta t}$$

Per $\Delta t \longrightarrow 0$ avremo

$$\frac{1}{v} a_R = \frac{v}{R}$$

accelerazione centripeta

$$a_R = \frac{v^2}{R}$$

Accelerazione di gravità (1)

E' un dato sperimentale che gli oggetti, non sostenuti, cadono verso la terra. Si nota che *spesso* la velocità di impatto con il suolo cresce al crescere della altezza dalla quale tali oggetti cadono.

Aristotele (384-322 a.C.) sosteneva che i corpi pesanti cadono più velocemente di quelli leggeri.

Galileo (1564-1642) per mezzo di osservazioni fatte a Pisa fra il 1589 ed il 1592, trascurando l'effetto dell'aria, affermò:

1. l'accelerazione di gravità è la stessa, per tutti gli oggetti che cadono, qualunque sia la loro grandezza o natura
2. l'accelerazione di gravità è costante

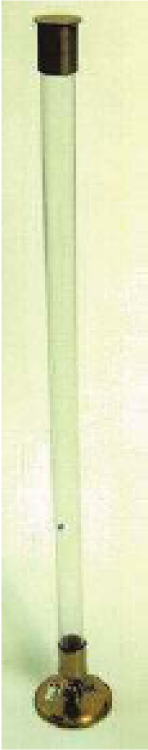
Accelerazione di gravità (2)

1. l'accelerazione di gravità è la stessa, per tutti gli oggetti che cadono, qualunque sia la loro grandezza o natura
2. l'accelerazione di gravità è costante

Queste due affermazioni non sono *banali*. Infatti l'esperienza di tutti i giorni dice che le monete cadono più velocemente dei pezzi di carta (disaccordo con 1)
oggetti fatti cadere da grandi altezze raggiungono una velocità massima o velocità limite (disaccordo con 2)

Accelerazione di gravità (3)

Tutto dipende dall'aria. Utilizzando un cilindro nel quale sia possibile fare il vuoto (Tubo di Newton) si possono dimostrare le due affermazioni:



1. l'accelerazione di gravità **g** è la stessa, per tutti gli oggetti che cadono, qualunque sia la loro grandezza o natura
2. l'accelerazione di gravità è costante

$$g = 9.8\ ms^{-2}$$

al livello del mare

TUBO DI NEWTON

Accelerazione di gravità (4)

Supponiamo di avere un corpo che venga fatto cadere, *da fermo*, da un'altezza h=84 m. Calcolare il tempo di arrivo e la velocità di impatto.
Poiché agisce l'accelerazione di gravità g, il moto sarà uniformemente accelerato e quindi, nel nostro caso, possiamo scrivere

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t^2 = \frac{2h}{g} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 84\, m}{9.8\, ms^{-2}}} = \sqrt{17.1\, s^2} = \boxed{4.1\, s}$$

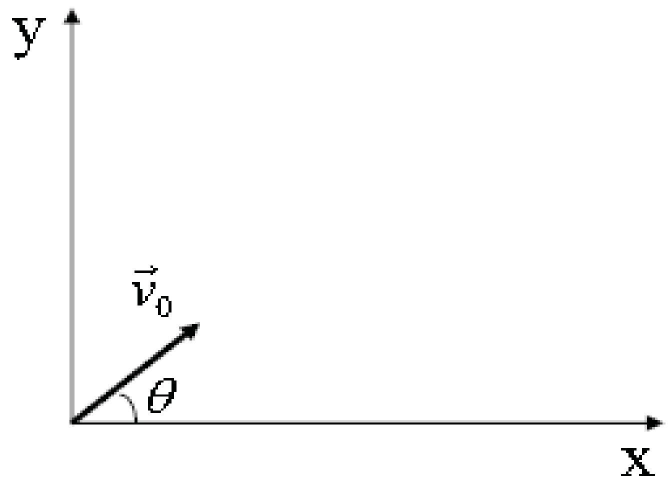
$$v = gt = \boxed{40.6\ \ ms^{-1}} = 146.1\ \ Km/h$$

Sono indipendenti dalla massa

Moto dei proiettili (1)

Trascurando l'attrito dell'aria, si osserva, sperimentalmente, che il moto di un proiettile è bi-dimensionale, cioè avviene in un piano.

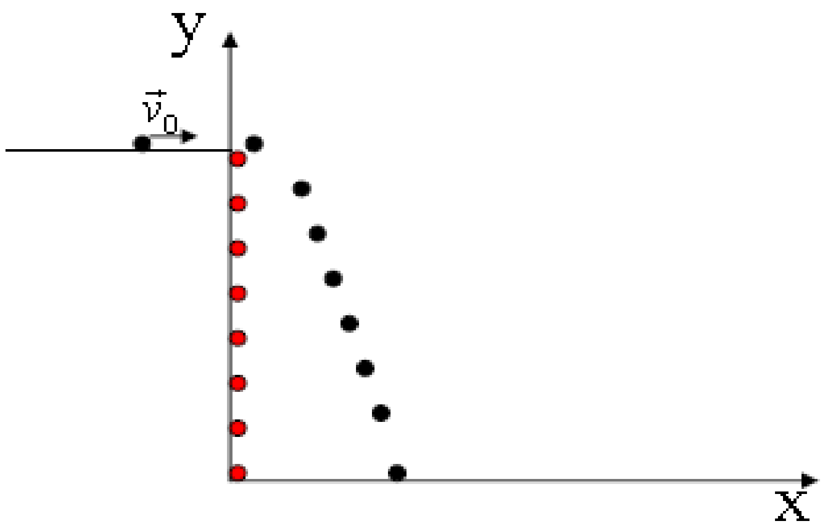
L'unica accelerazione presente è g ed essa è diretta lungo l'asse y.



Lungo l'asse delle x non vi sono accelerazioni e quindi, lungo l'asse delle x, il moto è rettilineo uniforme, mentre lungo l'asse delle y, grazie alla costanza di g, sarà uniformemente accelerato.

MOTO SEPARABILE

Moto dei proiettili (3)



- parte con velocità orizzontale e verticale nulle

- parte con velocità verticale nulla ed orizzontale $\vec{v}_0$

Cadono nello stesso tempo

•

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

•

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Il tempo di caduta è quello che serve ad azzerare la quota

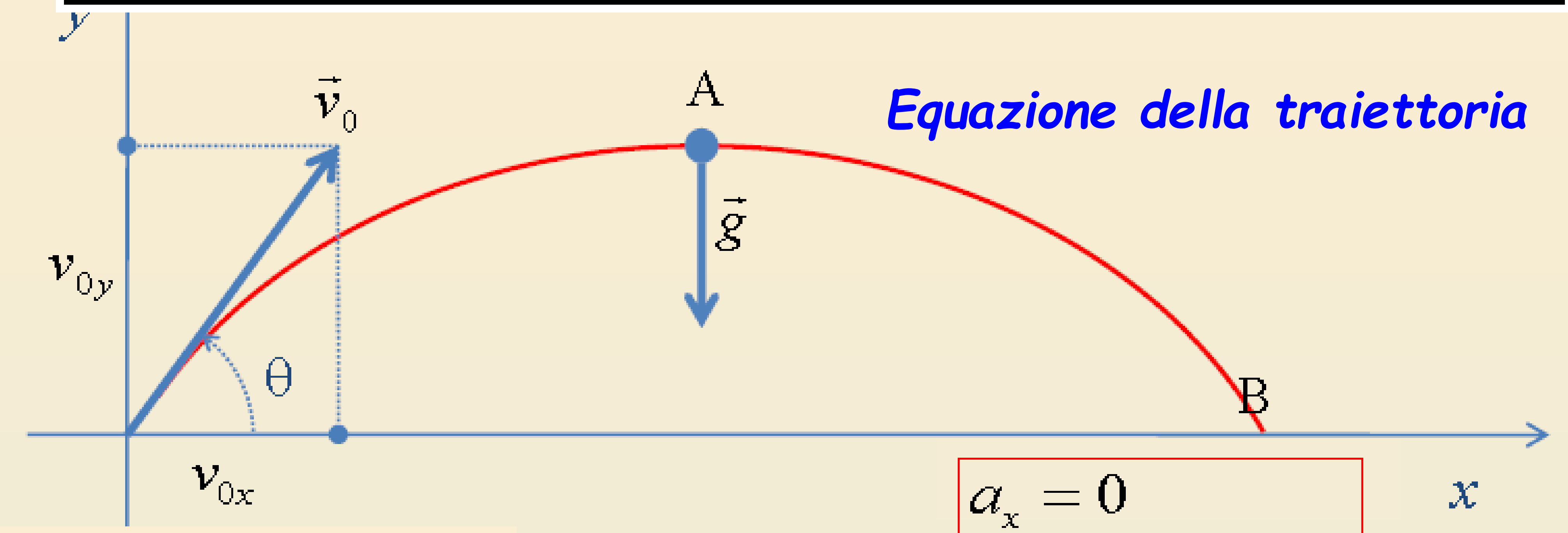
$$y = 0 = h - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\frac{1}{2} g t^2 = h$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

sia per • che per •

Moto di un proiettile



Equazione della traiettoria

$$a_x = 0$$
$$v_x = \cos t = v_{0x}$$
$$x = v_{0x}\text{t}$$

$$a_y = -g$$
$$v_y = -gt + v_{0y}$$
$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}\text{t}$$

$$y = -\left(\frac{g}{2v_{ox}^2}\right)x^2 + \left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right)x$$

Moto di un proiettile

Esercizio 1: Un bambino lascia cadere una palla in un pozzo alto 10 m. Determinare quanto a lungo rimane in aria prima di colpire il fondo.

Esercizio 2: Un giocoliere lancia in alto una palla. Determinare quanto a lungo rimane in aria prima di riprenderla e quanto in alto arriva.