Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Medicina e Chirurgia

Fisica

Leonello Servoli
Leonello.servoli@pg.infn.it
Tel.: 0039-348-3345847

http://www.fisica.unipg.it/~servoli

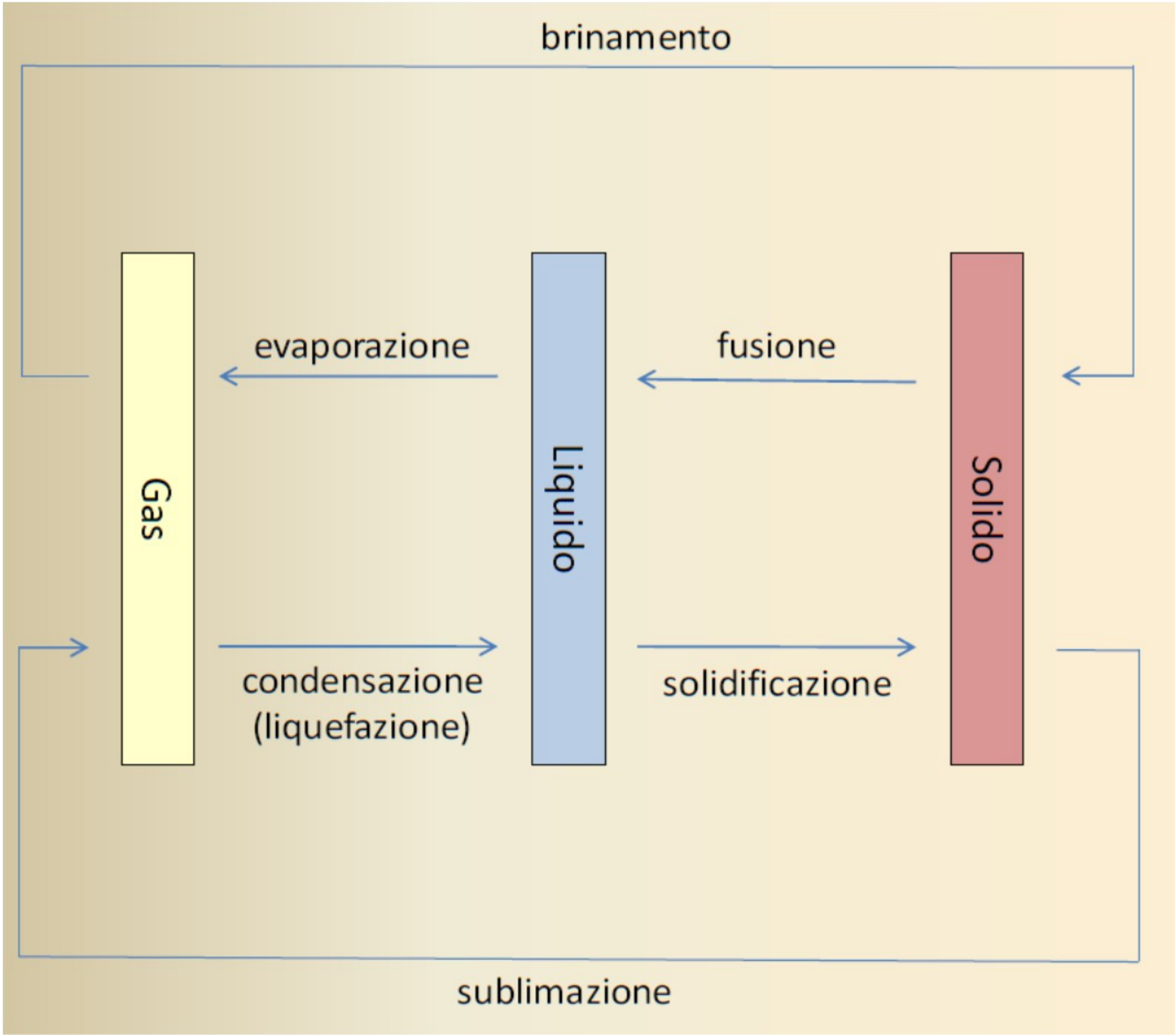
Orario

21 ottobre	15-18	3
23 ottobre	15-18	4
27 ottobre	15-18	5
30 ottobre	*15-18*	*6*
10 novembre	15-18	7
11 novembre	15-18	8
13 novembre	15-18	9

STATI DI AGGREGAZIONE DELLA MATERIA

Solido	→	Il corpo ha volume e forma ben definiti
Liquido	→	Il corpo ha volume ben definito, ma assume la forma del recipiente che lo contiene
Gassoso	→	Il corpo occupa tutto lo spazio disponibile

Si dice **fluido** un corpo allo stato liquido o gassoso


brinamento
evaporazione
fusione
Gas
Liquido
Solido
condensazione
(liquefazione)
solidificazione
sublimazione

PRESSIONE E DENSITA'

La pressione è il rapporto fra la forza normale agente su una superficie e l'area della superficie

$$P = \frac{F}{S} \qquad [P] = \frac{[F]}{[S]} = Nm^{-2} = Pa$$

$$1\,\mathrm{atm} = 1.013\,10^{5} \cdot \mathrm{Pa} = 760\,\mathrm{mmHg}$$

La pressione è uno scalare !

Densità di un fluido

$$d = \frac{m}{V} \qquad [d] = \frac{[m]}{[V]} = Kg\ m^{-3}$$

Densità H_2O

$$d_{acqua} = 10^{3}\ \frac{Kg}{\mathrm{m}^{3}} = 1\ \frac{g}{\mathrm{cm}^{3}} = 1\ \frac{Kg}{\mathrm{litro}}$$

PRESSIONE

Nel sistema C.G.S.

$$\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} = \text{baria}$$

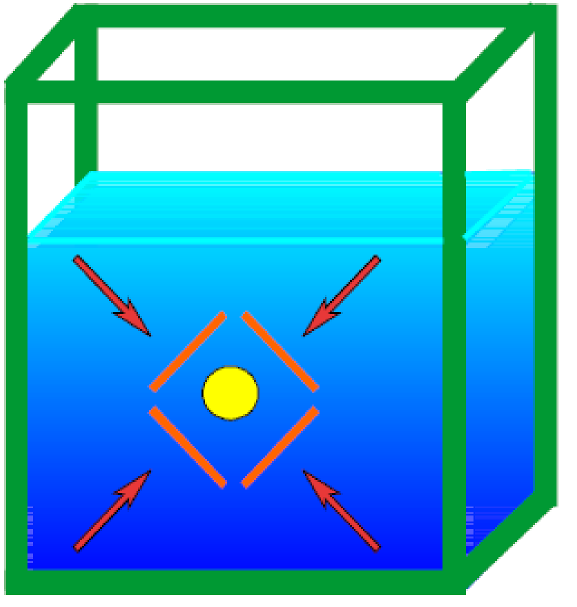
$$1\ \text{Pa} = 1\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1\frac{10^5\,\text{dyn}}{10^4\,\text{cm}^2} = 10\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} = 10\ \text{barie}$$

$$1\ \text{bar} = 10^5\ \text{Pa} = 10^6\ \text{barie}$$

PRESSIONE

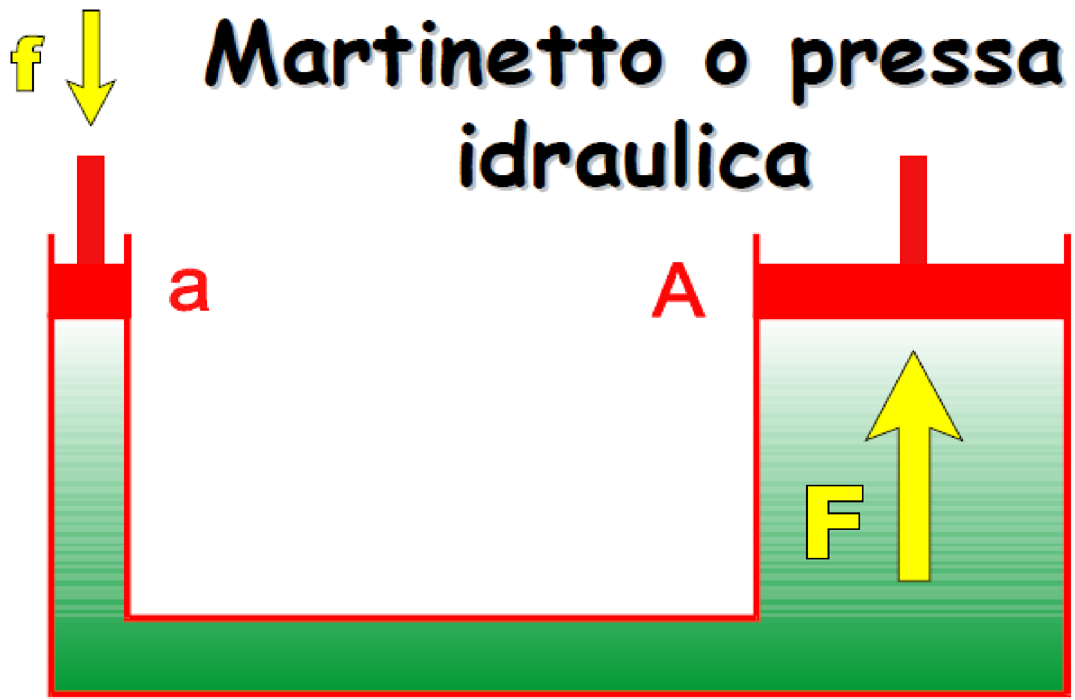
La pressione che il fluido esercita su una superficie non dipende dalla sua orientazione, ma solo dalla sua profondità.

La pressione che il fluido esercita su una faccia è uguale a quella esercitata sulla faccia opposta.



PRINCIPIO DI PASCAL

L'aumento di pressione prodotto in un punto di un fluido si trasmette inalterato ad ogni altro punto del fluido.



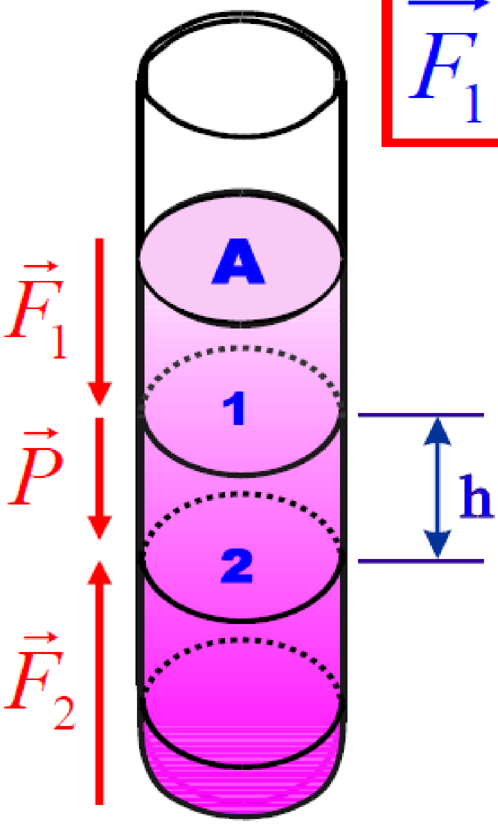
Amplificazione di una forza

$$\frac{F}{f} = \frac{A}{a}$$

LEGGE DI STEVINO

Condizione di equilibrio

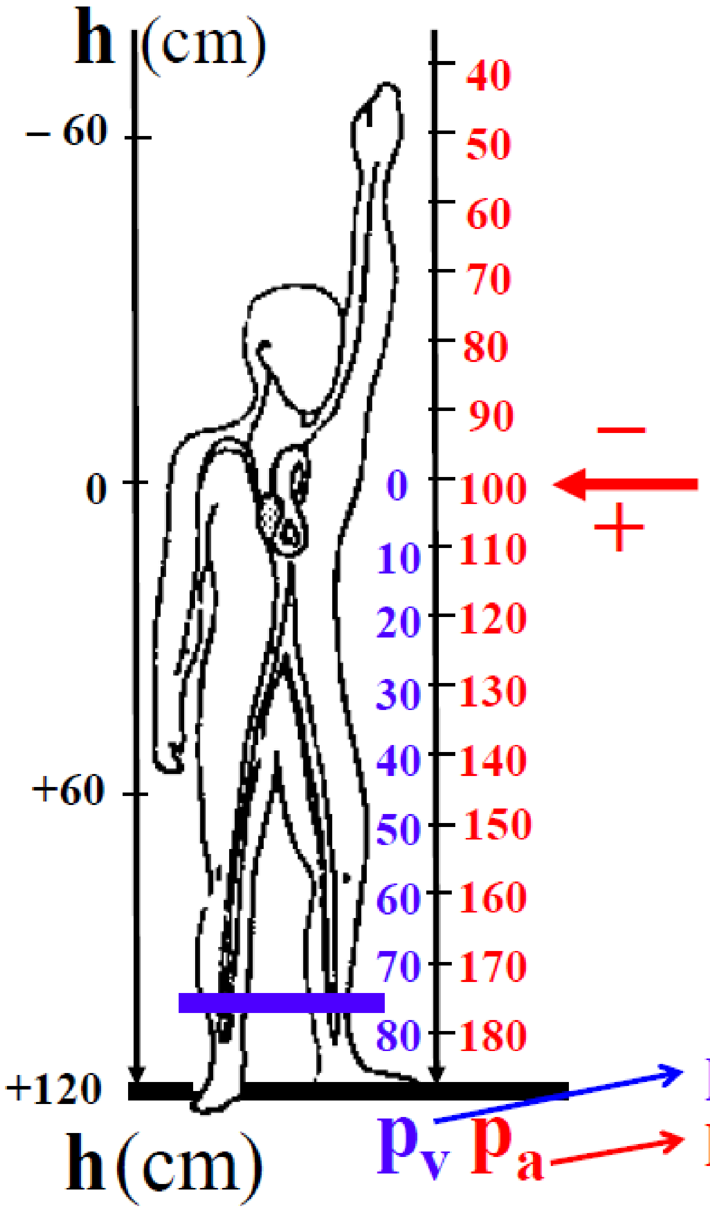
$$\sum_i \overrightarrow{F_i} = 0$$



$$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \vec{P} = 0 \quad \Rightarrow \quad -F_1 + F_2 - P = 0$$

$$p_2 A = p_1 A + mg = p_1 A + dAhg$$

$$p_2 = p_1 + dgh$$



pressione venosa

pressione arteriosa

posizione eretta

$$p = p_{sangue} + dgh$$

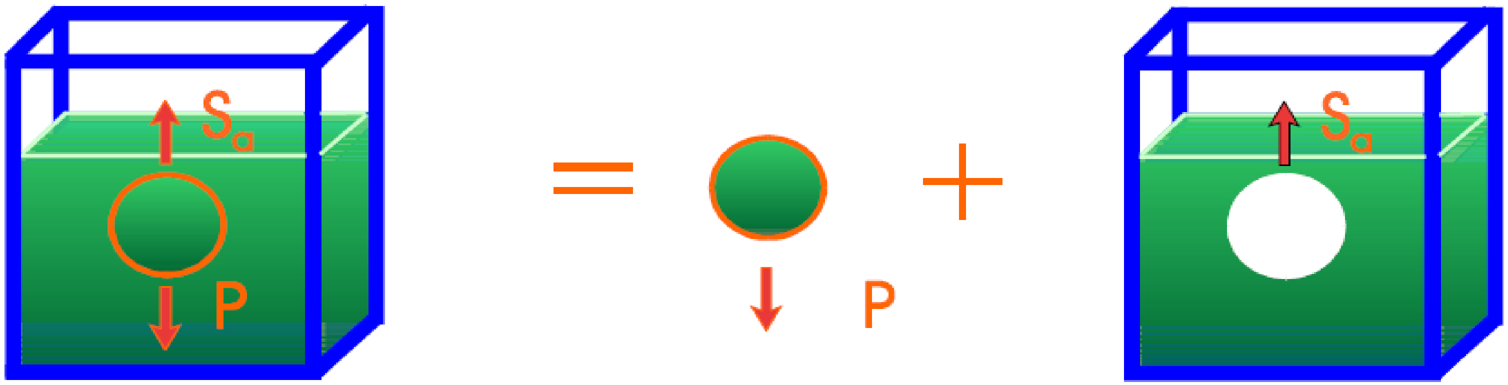
$h(\text{cuore}) = 0$

- ritorno venoso
- circolazione cerebrale

posizione orizzontale

$$p = p_{sangue}$$

PRINCIPIO DI ARCHIMEDE



Un corpo immerso in fluido è sottoposto ad un sistema di forze, la cui risultante è detta spinta di Archimede S_a, diretta verticalmente verso l'alto ed uguale al **peso del volume di fluido spostato**

$$\boxed{S_a = \rho V g}$$

ρ = densità del fluido
V = volume del fluido spostato

PRINCIPIO DI ARCHIMEDE: esempio

Un corpo di densità ρ e volume V immerso in fluido di densità ρ_0 ($\rho<\rho_0$) galleggerà restando parzialmente sommerso: quanto vale il volume sommerso V_s?

$$S_a = \rho_0 V_S g \qquad P = \rho V g$$

$$\rho_0 V_S g = \rho V g$$

$$\frac{V_S}{V} = \frac{\rho}{\rho_0}$$

$\rho = 920\ \mathrm{Kg/m^3}$ per il ghiaccio

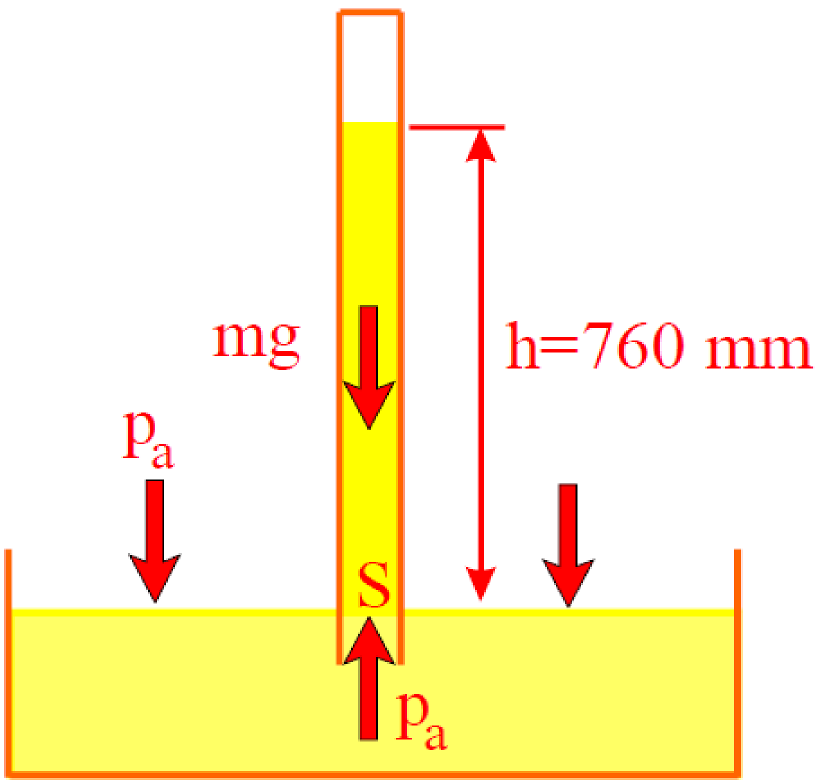
$\rho_0 = 1025\ \mathrm{Kg/m^3}$ per l'acqua di mare

$$\frac{V_S}{V} = \frac{920}{1025} = 0.898$$

$\approx 90\%$ di un iceberg è sommerso

PRESSIONE ATMOSFERICA

Esperienza di Torricelli



$$p = dgh$$
$$= 13590 \cdot 9.8 \cdot 0.76 \text{ Pa}$$
$$= 101218 \text{ Pa} \approx 10^5 \text{ Pa}$$
$$= 1 \text{ atm}$$

LAVORO DELLA PRESSIONE

Per una forza costante parallela allo spostamento possiamo scrivere

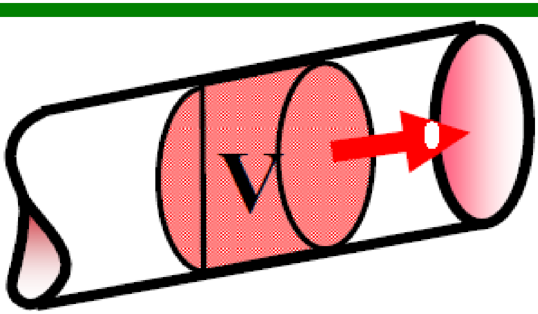
$$L = F\,l = P\,S\,l = P\,V$$

in generale quindi

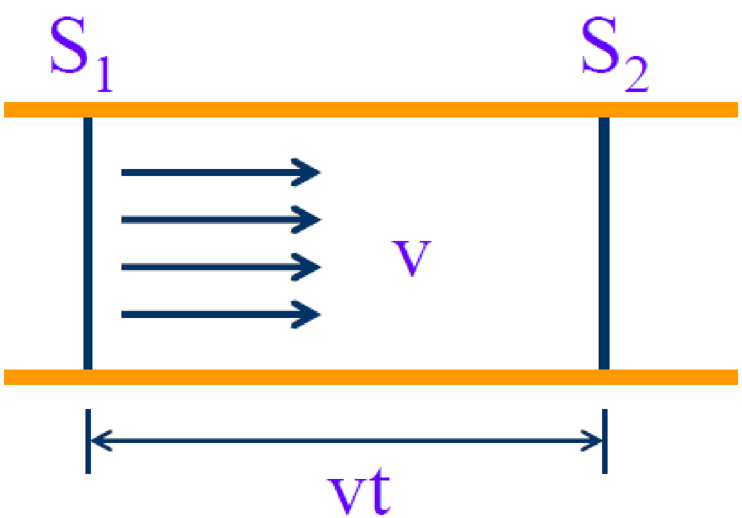
$$L = \int \vec{F} \cdot d\vec{l} \quad \Rightarrow \quad L = \int P\,dV$$

FLUIDODINAMICA

Portata di un condotto



Volume di fluido che attraversa una sezione del condotto nell'unità di tempo $[Q]=L^3T^{-1}$



$$\boxed{Q=\frac{V}{t}=\frac{Svt}{t}=Sv}$$

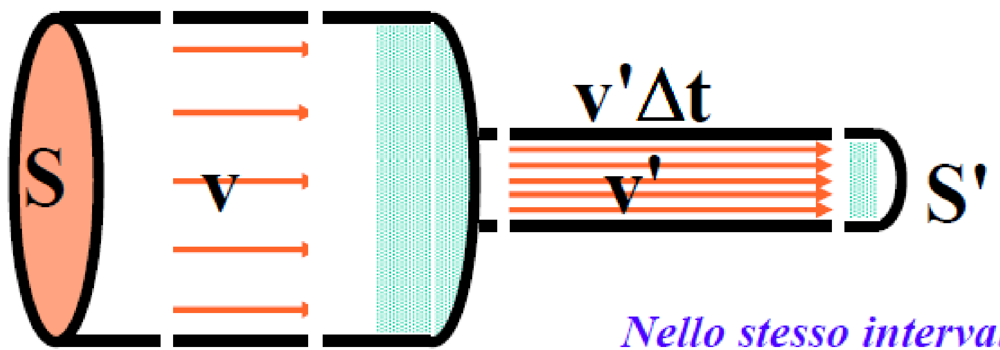
Equazione di continuità

EQUAZIONE DI CONTINUITA' (1)

- **MOTO STAZIONARIO :**

Q = costante nel tempo in ogni sezione

(ASSENZA di SORGENTI o di BUCHI)

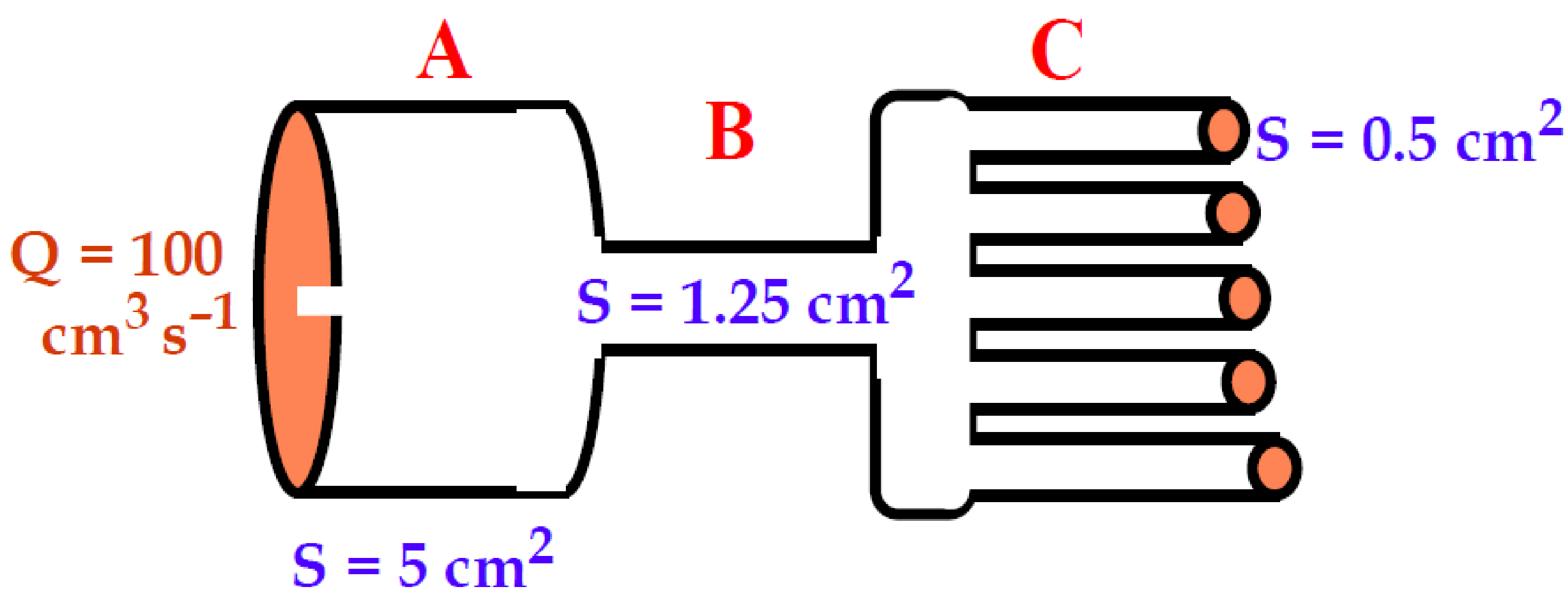


Nello stesso intervallo di tempo Δt:

$$S v \cancel{\Delta t} = S' v' \cancel{\Delta t}$$

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = \frac{S\, v\, \cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta t}} = S\, v = \text{costante}$$

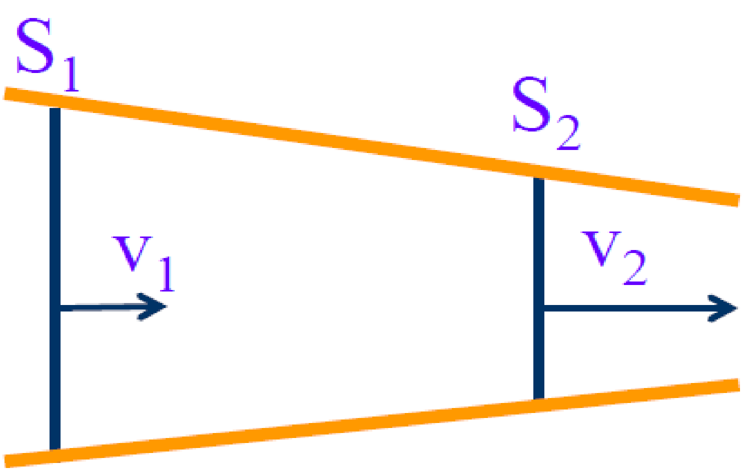
EQUAZIONE DI CONTINUITA' (2)



$S = 5\ cm^2$	$S = 1.25\ cm^2$	$S = 2.5\ cm^2$
$v = 20\ cm\ s^{-1}$	$v = 80\ cm\ s^{-1}$	$v = 40\ cm\ s^{-1}$

FLUIDODINAMICA

Moto stazionario: tutte le molecole che passano per la stessa sezione hanno la stessa velocità → v può non essere costante



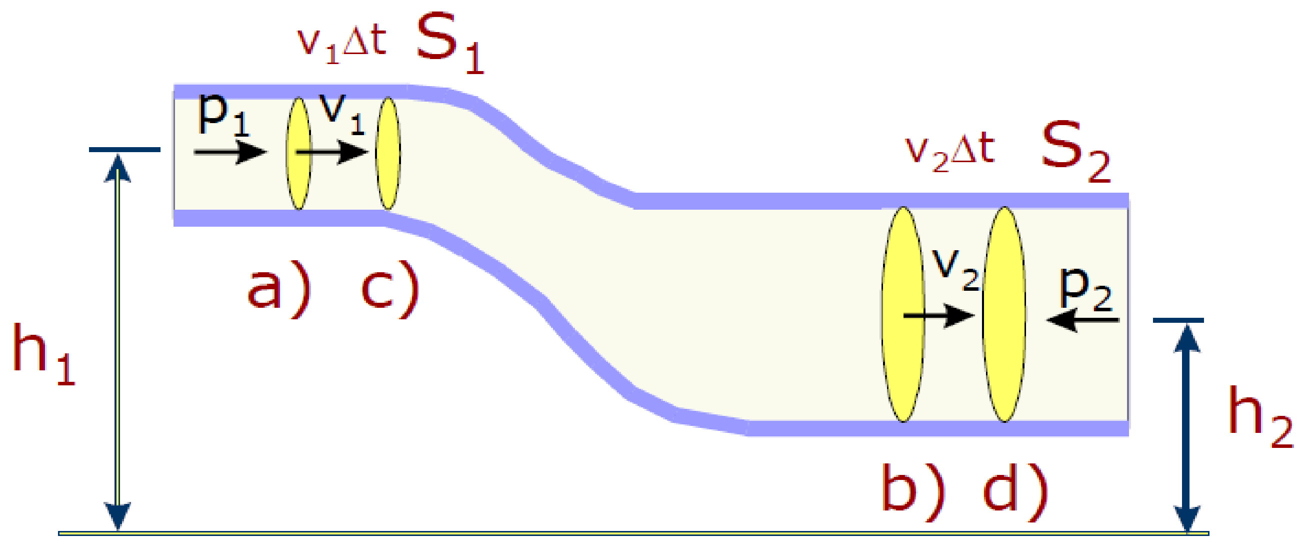
La portata assume lo stesso valore su ciascuna sezione

$$\boxed{S_1 v_1 = S_2 v_2}$$

La velocità è inversamente proporzionale all'area della sezione

TEOREMA DI BERNOULLI (1)

Si applica al moto di un fluido ideale (senza viscosità e incompressibile) in moto stazionario in un condotto a pareti rigide

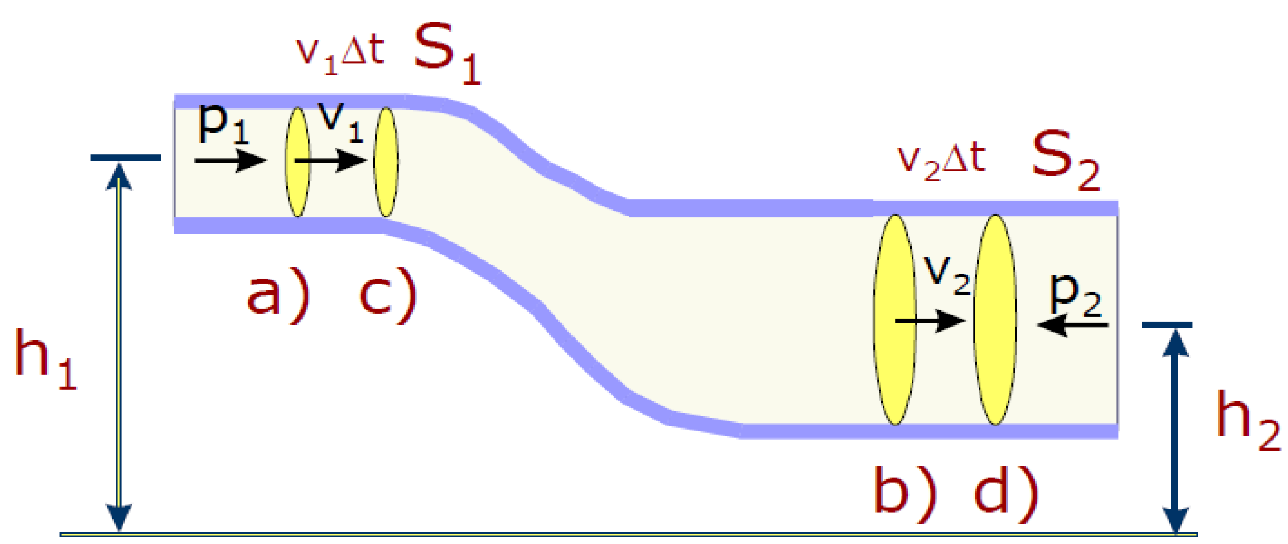


Su qualunque sezione del condotto

$$\frac{1}{2} d v^2 + d g h + p = \mathrm{cost}$$

TEOREMA DI BERNOULLI (2)

Lo spostamento di fluido nel condotto porterà la massa che si trova fra i punti a) e b) a trovarsi, dopo un intervallo di tempo Δt, fra i punti c) e d) e quindi le variazioni di posizione e velocità riguarderanno le porzioni di fluido comprese fra i punti a)÷c) e b)÷d).

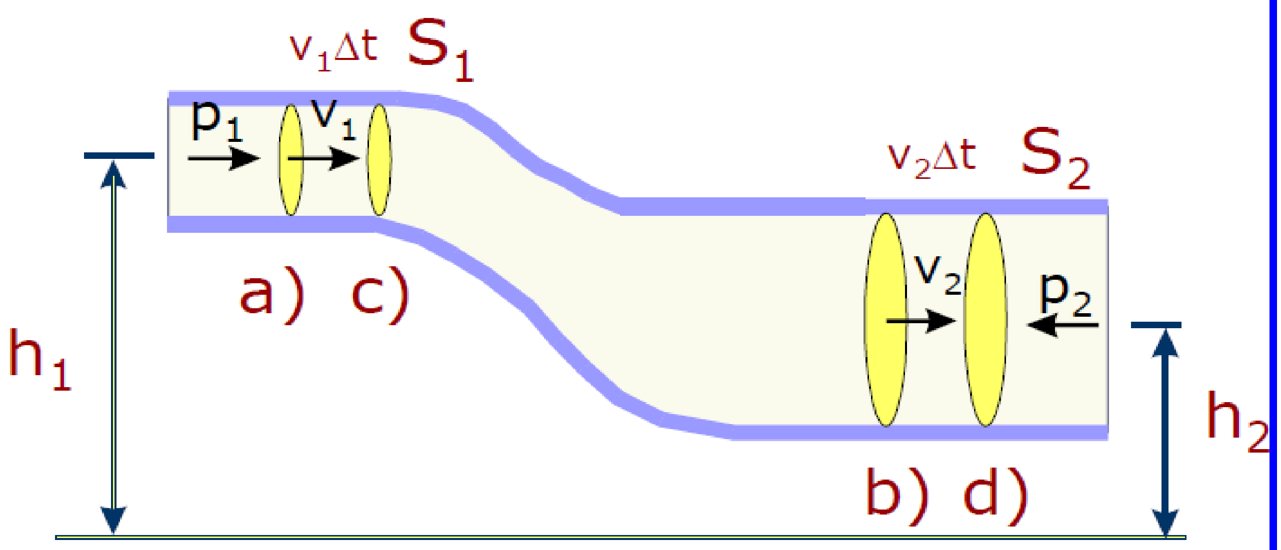


TEOREMA DI BERNOULLI (3)

Per l'incomprimibilità, il volume della porzione di fluido entrante [a)÷c)] sarà uguale a quello uscente [b)÷d)]

$$\Delta V = S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t$$

e per la massa in questione varrà $\Delta m = \rho \Delta V$



Per effetto del moto del fluido la massa Δm, nel tempo Δt, si è spostata dalla quota h_1 ad h_2 e la sua velocità è variata da v_1 a v_2.

TEOREMA DI BERNOULLI (4)

Consideriamo le forze che agiscono sul fluido ed i lavori che esse compiono.

Per la forza peso, ricordando che è conservativa, possiamo scrivere

$$L_{peso} = T_{finale} - T_{iniziale} = -\left(U_{finale} - U_{iniziale}\right) = -\Delta m g h_2 + \Delta m g h_1$$

e quindi in conclusione

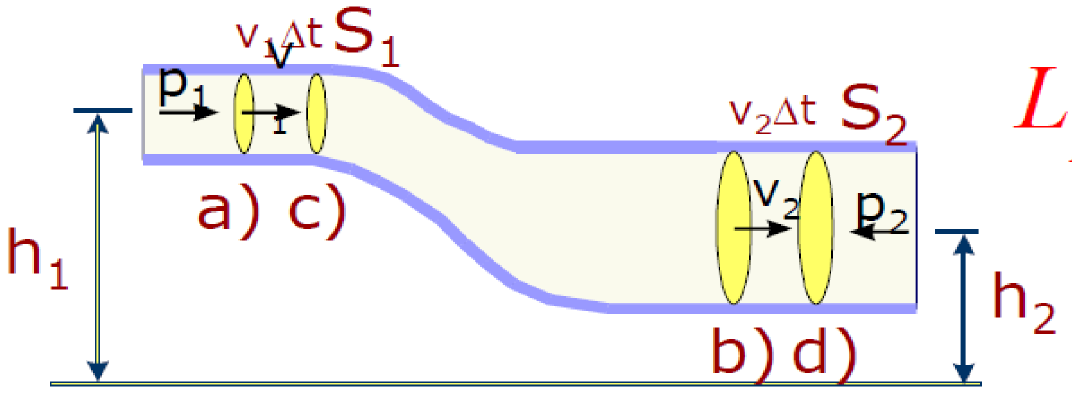
$$L_{peso} = \rho \Delta V g h_1 - \rho \Delta V g h_2$$

TEOREMA DI BERNOULLI (5)

Per le forze di pressione, possiamo dire che Il fluido che precede, a sinistra nel condotto, la massa Δm eserciterà su essa una forza di modulo $F_1 = p_1 S_1$

che produrrà un lavoro $L_1 = F_1 \Delta x_1 = p_1 S_1 v_1 \Delta t = p_1 \Delta V$

Analogamente il fluido che segue (destra nel condotto) la massa Δm eserciterà su essa una forza di verso opposto alla precedente $F_2 = -p_2 S_2 \quad \Rightarrow \quad L_2 = -F_2 \Delta x_2 = -p_2 S_2 v_2 \Delta t = -p_2 \Delta V$



$$L_{pressione} = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V$$

TEOREMA DI BERNOULLI (6)

Per il Teorema delle Forze Vive, possiamo scrivere

$$L_{totale} = T_{finale} - T_{iniziale} = \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m v_1^2 = \frac{1}{2}\rho\Delta V v_2^2 - \frac{1}{2}\rho\Delta V v_1^2$$

e quindi

$$L_{totale} = L_{peso} + L_{pressione} = \frac{1}{2}\rho\Delta V v_2^2 - \frac{1}{2}\rho\Delta V v_1^2$$

$$\rho\Delta V g h_1 - \rho\Delta V g h_2 + p_1\Delta V - p_2\Delta V = \frac{1}{2}\rho\Delta V v_2^2 - \frac{1}{2}\rho\Delta V v_1^2$$

$$\frac{1}{2}\rho\Delta V v_1^2 + \rho\Delta V g h_1 + p_1\Delta V = \frac{1}{2}\rho\Delta V v_2^2 + \rho\Delta V g h_2 + p_2\Delta V$$

quindi generalizzando

$$\boxed{\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h + p = \text{cost}}$$

TEOREMA DI BERNOULLI (7)

Se il fluido è in quiete si ricava la legge di Stevino

$$\boxed{\rho g h_1 + p_1 = \rho g h_2 + p_2} \Rightarrow \boxed{p_2 = p_1 + \rho g \left(h_1 - h_2\right)}$$

Esempio:
A quale profondità nel mare c'è una pressione di 2 atm?

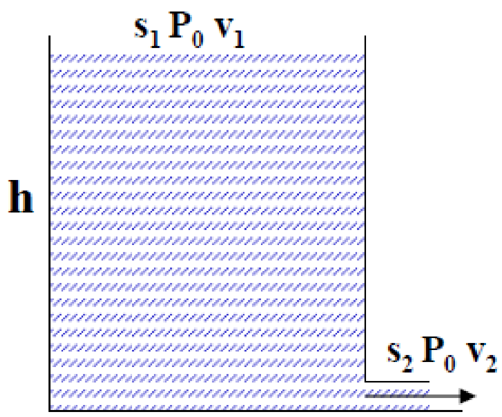
$1\ \mathrm{atm} = 1.013 \cdot 10^5\ \ \mathrm{Pa}$

$\rho\ = 1025\ \ \mathrm{Kg/m^3}$

$\mathrm{g} = 9.8\ \mathrm{m\,s^{-2}}$

$$\mathrm{h} = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} \approx 10\ \mathrm{m}$$

ESEMPI: serbatoio



$$\begin{cases} \rho g h + P_0 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \\ v_1 = \frac{s_2}{s_1} v_2 \end{cases}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2gh}{\left[1 - \left(\frac{s_2}{s_1}\right)^2\right]}}$$

$$s_2 << s_1$$

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

FLUIDI REALI

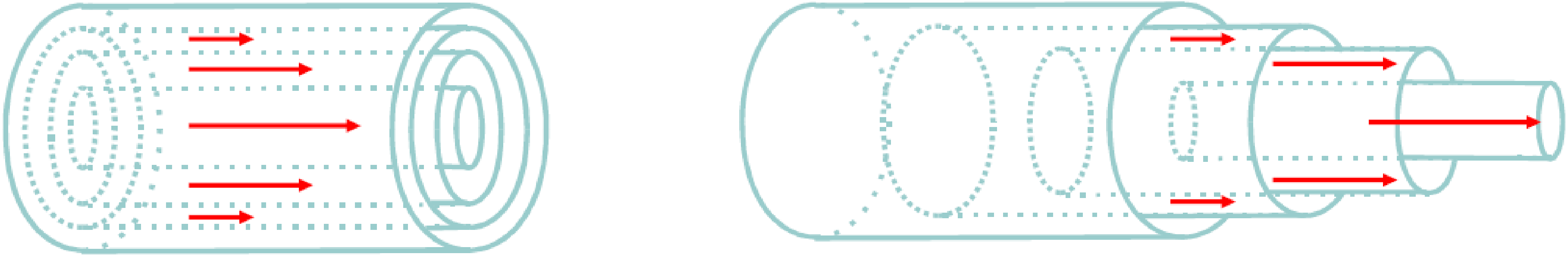
Durante lo scorrimento di un fluido reale in un condotto si manifestano forze di attrito interno che ne ostacolano il moto. Esse sono proporzionali alla velocità (piccole velocità) o al quadrato della velocità (grandi velocità).

Esse sono dovute alle forze di coesione fra le molecole del fluido ed alle forze di attrito fra le molecole del fluido e le pareti del condotto.

Tali forze di resistenza sono l'origine di una proprietà del fluido detta ***viscosità*** e producono una perdita di energia che si trasforma in calore

FLUIDI REALI

Quando un liquido reale scorre in un condotto cilindrico a bassa velocità (moto laminare), tutto avviene come se cilindri concentrici scorressero l'uno dentro l'altro con velocità decrescente dal centro verso la periferia



VISCOSITA'

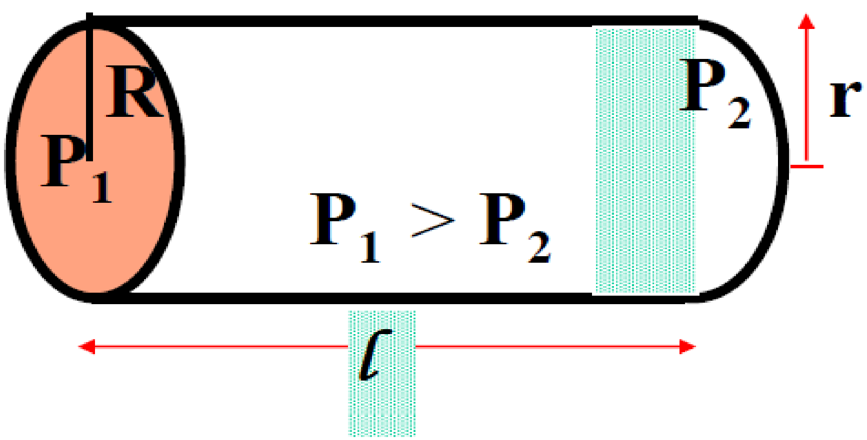
Si consideri un liquido viscoso che scorre in un condotto orizzontale a sezione costante, di forma cilindrica e di raggio R.
Sperimentalmente per mantenere costante la velocità occorre applicare una forza che eguagli in modulo la forza d'attrito $F_{attrito}$, per la quale vale vale

$$F_{attrito} = \eta A \frac{dv}{dr}$$

dove A è la superficie laterale del cilindretto di fluido di raggio r e lungo l.

η coefficiente di viscosità

$$[\eta] = \left[\frac{F/A}{v/\delta}\right] = \frac{MLT^{-2}L^{-2}}{LT^{-1}L^{-1}} = ML^{-1}T^{-1}$$



mks kg /(s•m) = Pa s

cgs g /(s•cm) = poise

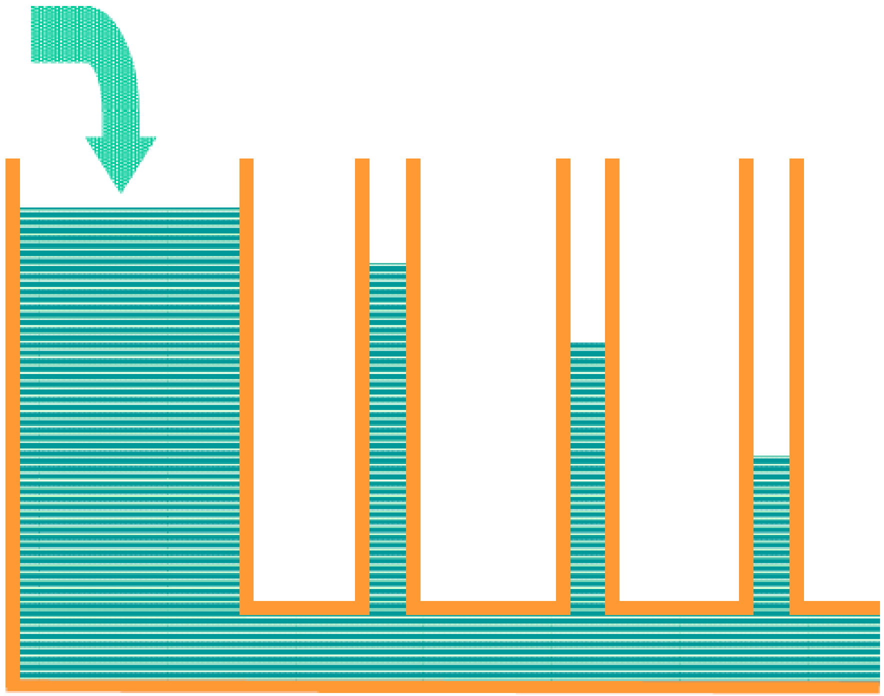
1 poise=0.1 Pa s

REGIME LAMINARE

η funzione della temperatura

	t (°C)	η (poise)
acqua	0°C	0.0178
	10°C	0.0130
	20°C	$\boxed{0.0100}$ ≈ plasma
alcool	20°C	0.0125
etere	20°C	0.0023
mercurio	20°C	0.0157
glicerina	15°C	2.340
aria	15°C	0.00018
sangue (valore ematocrito 40%)		0.0400

LEGGE DI HAGEN-POISEUILLE



L'attrito interno produce una caduta di pressione secondo la legge di Hagen-Poiseuille

$$\Delta p = p_1 - p_2 = R \cdot Q$$

R= resistenza idraulica

Condotto cilindrico

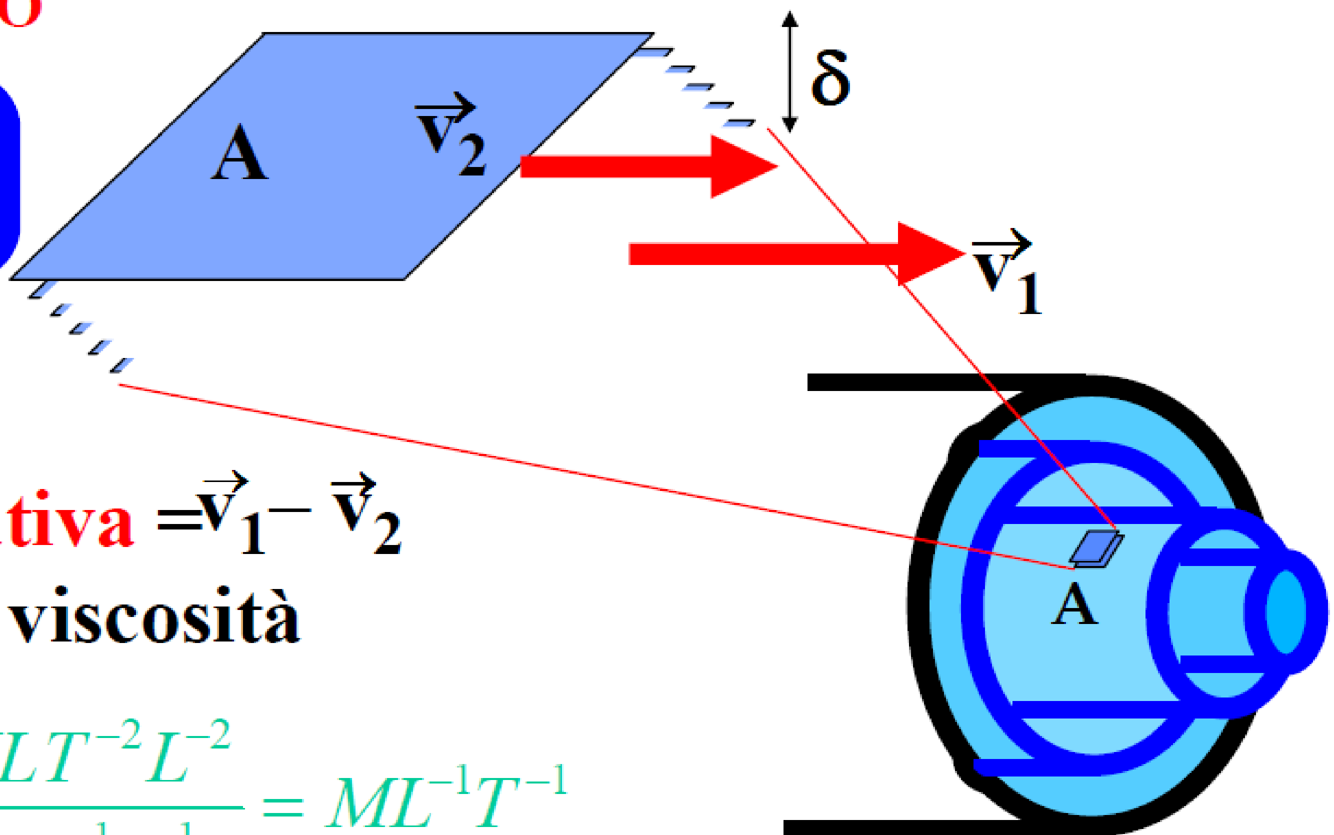
$$R = \frac{8 \cdot \eta \cdot d}{\pi \cdot r^4}$$

η = coefficiente di viscosità
d = lunghezza del condotto
r = raggio del condotto

REGIME LAMINARE

FORZE di ATTRITO

$$\vec{F}_A = -\eta A \frac{\vec{v}}{\delta}$$



$\vec{v}$ = **velocità relativa** $= \vec{v}_1 - \vec{v}_2$

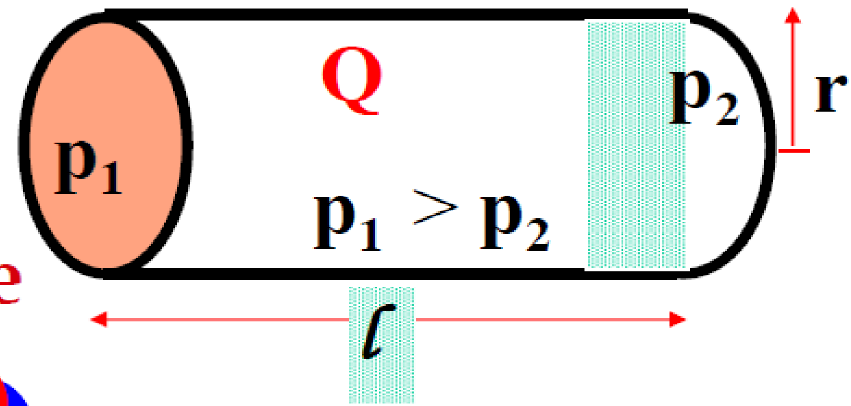
η **coefficiente di viscosità**

$$[\eta] = \left[\frac{F/A}{v/\delta}\right] = \frac{MLT^{-2}L^{-2}}{LT^{-1}L^{-1}} = ML^{-1}T^{-1}$$

mks kg /(s•m) = Pa s

cgs g /(s•cm) = poise 1 poise=0.1 Pa s

REGIME LAMINARE



1 formula di Poiseuille

$$Q = \frac{\pi\, r^4}{8\, \eta\, \ell}(p_1 - p_2)$$

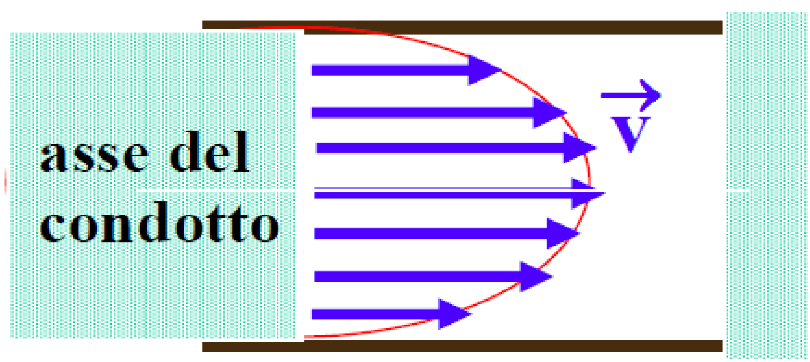
$\rightarrow$ $Q \propto \Delta p$

$Q = \Delta p / R$

$\downarrow$

Resistenza idraulica di un condotto

2 profilo della velocità



parabolico

3 moto silenzioso

REGIME LAMINARE

Portata $\propto$ R^4

→ una piccola riduzione causa una grande variazione

Dimezzamento → riduzione a 1/16 della portata.

Le arterie sono contrallate da sottili fasci muscolari che contraendosi riducono il diametro dell'arteria.

Oppure patologia: arteriosclerosi

Una buona approssimazione:

MOTO STAZIONARIO di un LIQUIDO REALE e OMOGENEO in un CONDOTTO RIGIDO

$v > v_c$

REGIME LAMINARE

- lamine e profilo velocità parabolico
- $Q \propto \Delta p$
- silenzioso

(definizione e conservazione dell'energia)

REGIME TURBOLENTO

- vortici
- $Q \propto \sqrt{\Delta p}$
- rumoroso

(alta dissipazione di energia per attrito)

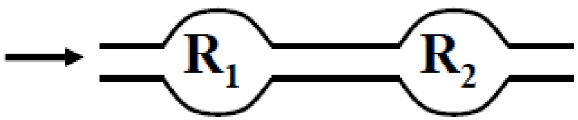
CIRCUITI IDRAULICI (1)

$$P = RQ$$

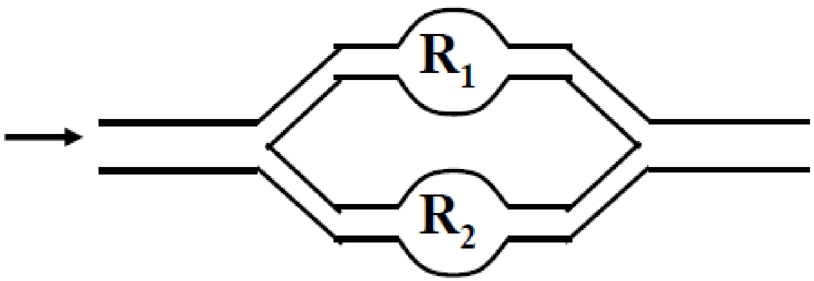
Equazione del circuito
P= pressione motrice
R= resistenza idraulica
Q= portata

Questa equazione, ricavata da Hagen-Poiseuille, ha una validità più generale e permette quindi di risolvere i circuiti idraulici

CIRCUITI IDRAULICI (2)

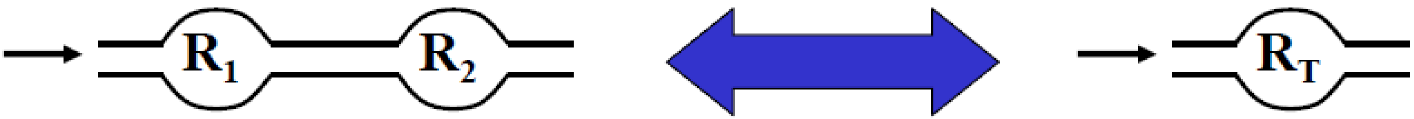


Due resistenze idrauliche sono in *serie*, quando attraverso esse passa la stessa portata Q



Due resistenze idrauliche sono in *parallelo*, quando sono poste alla stessa pressione P

CIRCUITI IDRAULICI (3)



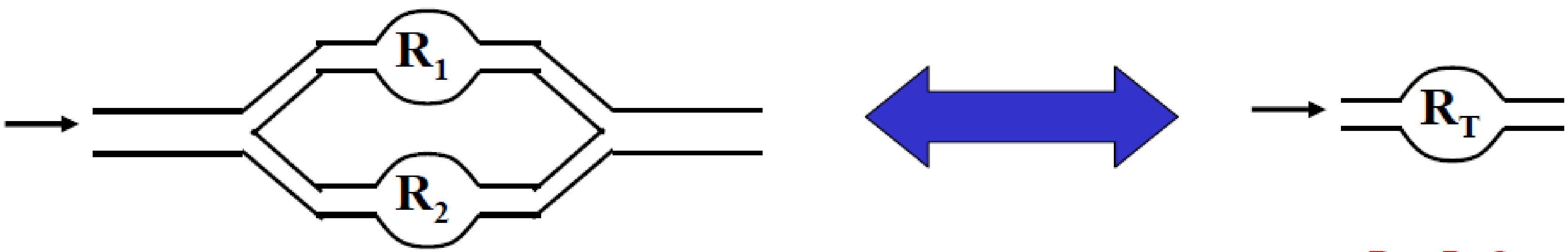
$P_1 = R_1 Q_1 \quad \text{e} \quad P_2 = R_2 Q_2$

$P = P_1 + P_2$

$Q = Q_1 = Q_2$

$P = R_T Q$

$$R_T = R_1 + R_2$$



$P_1 = R_1 Q_1 \quad \text{e} \quad P_2 = R_2 Q_2$

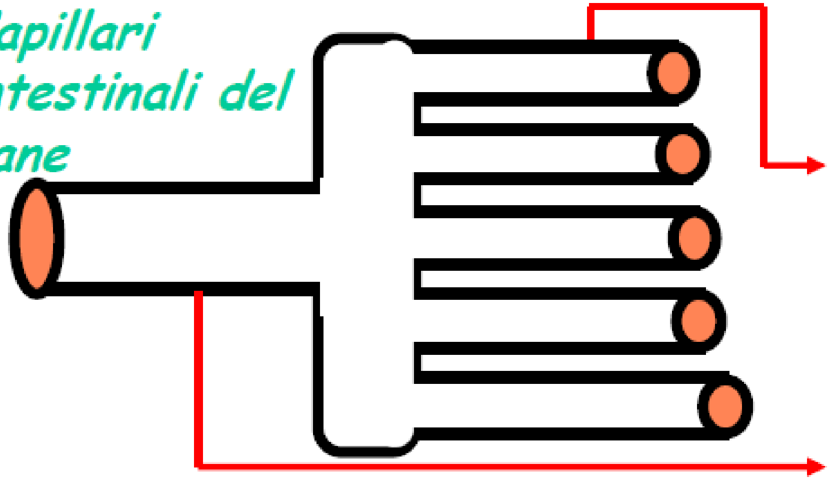
$P = P_1 = P_2$

$Q = Q_1 + Q_2$

$P = R_T Q$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \Leftrightarrow \quad R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

ESEMPI: capillari



$r = 4 \cdot 10^{-4}$ cm $\quad l = 10^{-1}$ cm $\quad \eta = 1.6 \cdot 10^{-5}$ torr s

$R_{capillare} = 1.6 \cdot 10^{8}$ torr s cm^{-3}

$r = 5 \cdot 10^{-2}$ cm $\quad l = 10$ cm

$R_{arteria} = 65$ torr s cm^{-3}

Nel sistema circolatorio dei mammiferi, appena che è possibile dal punto di vista meccanico, si osserva la capillarizzazione.

$$N_{capillari} = 5 \cdot 10^{7}$$

$$R_{Totcapillari} = 3.2 \text{ torr s cm}^{-3}$$

DISTRIBUZIONE DI FLUIDI

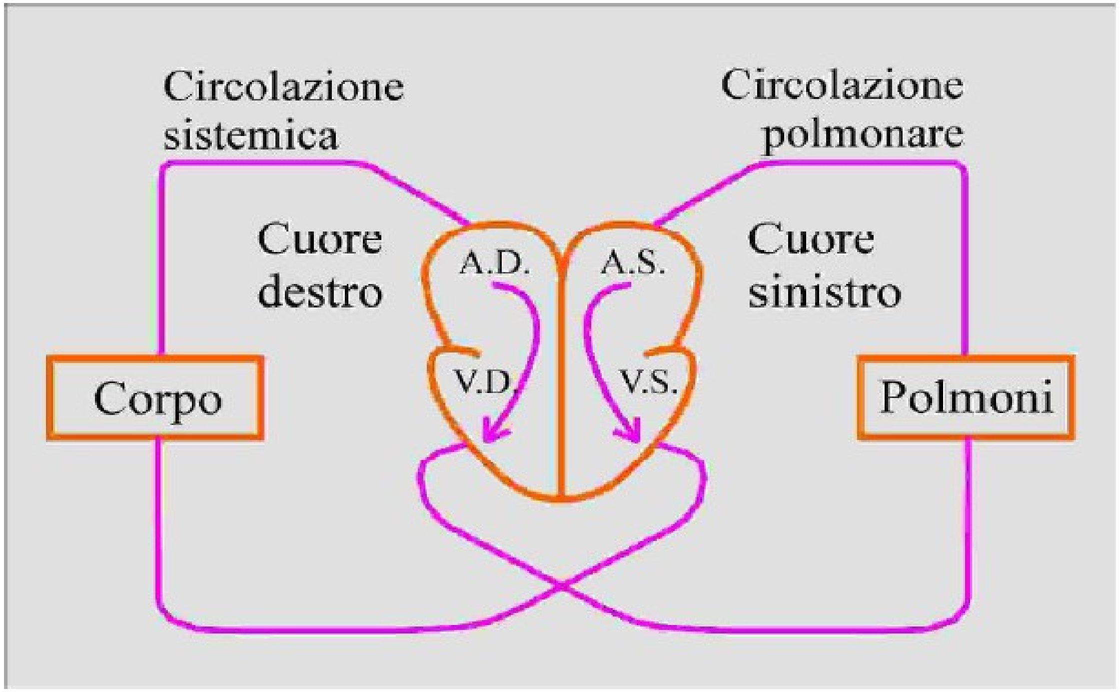
La differenza sostanziale fra il sistema circolatorio ed una rete cittadina di distribuzione dell'acqua è che, nel caso animale, i tubi sono flessibili e quindi occorre garantirne la pervietà perché la pressione esterna (760 mmHg) tende a chiuderli.

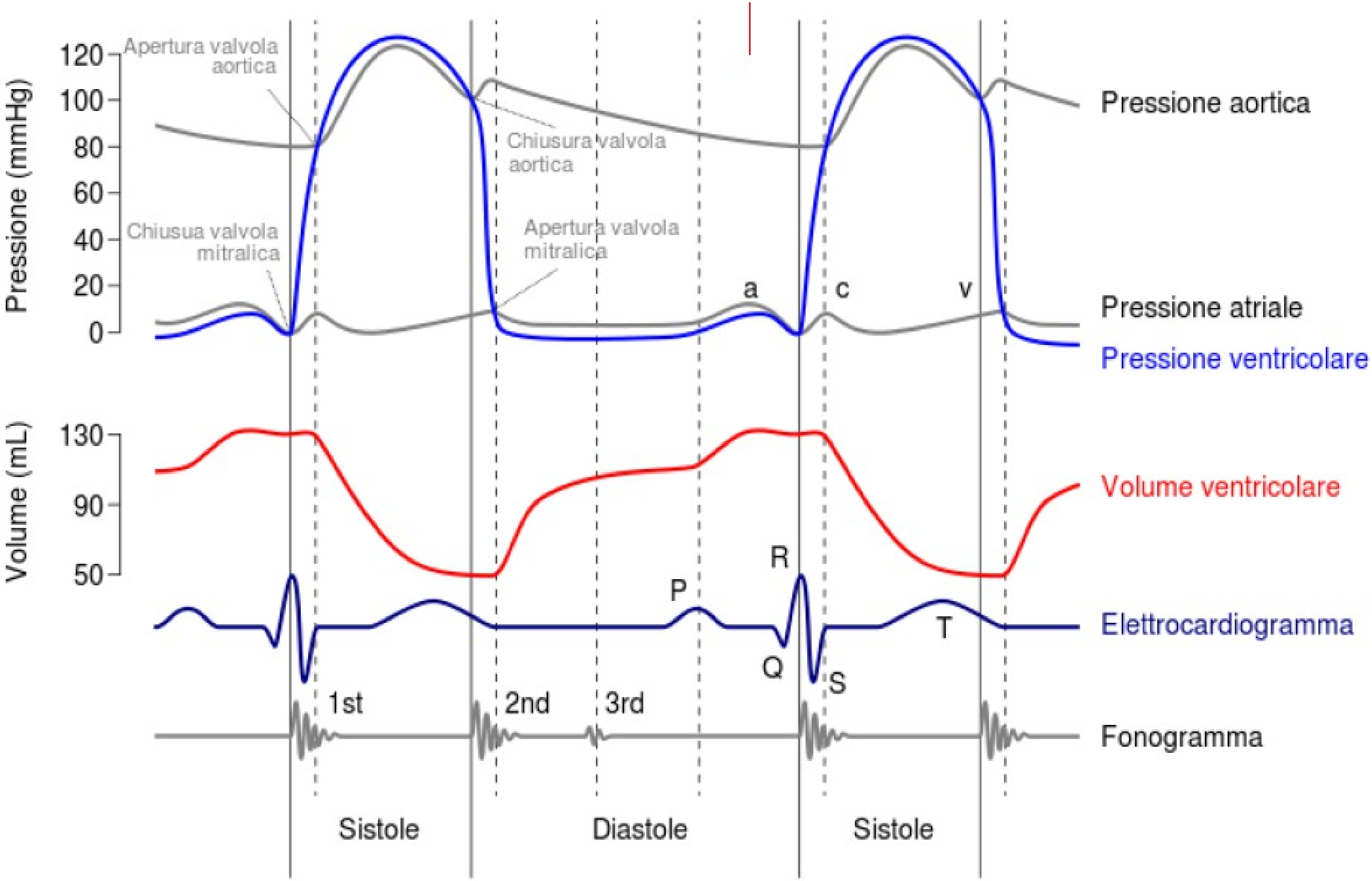
Ci sono due possibilità:

1. alta pressione e bassa velocità. Si esercita all'interno dei tubi una pressione di circolo maggiore di quella esterna ("si gonfiano") e quindi si fa circolare il sangue;
2. bassa pressione ed alta velocità. Il tubo è chiuso davanti e dietro al bolo di sangue ed aperto dalla pressione legata alla velocità ($1/2\rho V^2$).

LAVORO MOTORE DEL CUORE (1)

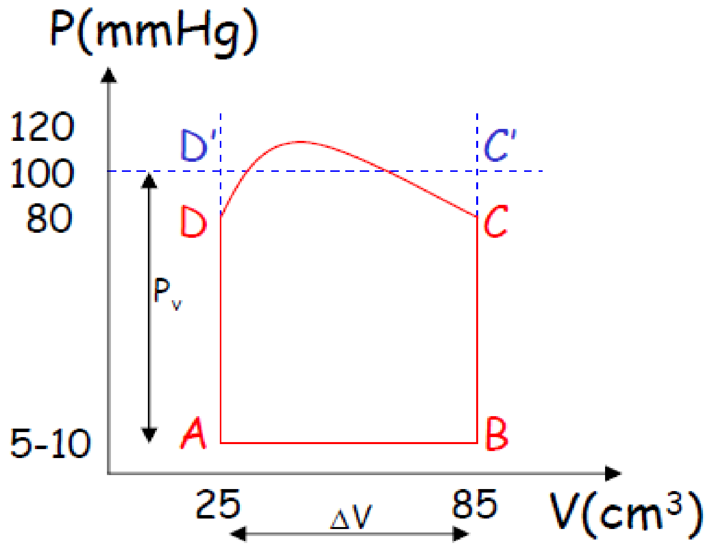
Il cuore è diviso in quattro scomparti: atri e ventricoli.Esso funziona come una pompa sincrona, compiendo ciclicamente una contrazione (sistole) seguita da un periodo di rilassamento (diastole)





Pressione (mmHg)
120
100
80
60
40
20
0
Apertura valvola aortica
Chiusura valvola aortica
Chiusua valvola mitralica
Apertura valvola mitralica
a
c
v
Pressione aortica
Pressione atriale
Pressione ventricolare
Volume (mL)
130
90
50
Volume ventricolare
R
P
Q
S
T
Elettrocardiogramma
1st
2nd
3rd
Fonogramma
Sistole
Diastole
Sistole

LAVORO MOTORE DEL CUORE (3)



$$L = F\Delta x = PS\Delta x = P\Delta V$$

$$\Downarrow$$

Area della curva nel piano P - V

Quindi il lavoro del ventricolo lo possiamo scrivere come

$$L_s = P_v \Delta V$$

dove P_v è la pressione media in ventricolo.

LAVORO MOTORE DEL CUORE (4)

Normalmente non si conosce P_v, ma P_a la pressione media in aorta (sfigmomanometro). Applicando il teorema di Bernoulli alle sezioni ventricolo sinistro ed aorta possiamo scrivere

$$P_v + \frac{1}{2}\rho v_v^2 = P_a + \frac{1}{2}\rho v_a^2$$

Misure di Medicina Nucleare permettono di affermare che

$$v_v \cong 0$$

quindi

$$P_v = P_a + \frac{1}{2}\rho v_a^2$$

In conclusione per il lavoro del ventricolo sinistro avremo

$$L_s = P_a \Delta V + \frac{1}{2}\rho v_a^2 \Delta V$$

LAVORO MOTORE DEL CUORE (5)

Diamo dei numeri

$$L_s = P_a \Delta V + \frac{1}{2}\rho v_a^2 \Delta V \qquad \rho_{sangue} = 1.1 \cdot 10^3 \;\; Kgm^{-3}$$

$$L_s = 0.79 + 0.003 \cong 0.8 \;\; J$$

Quindi il 99.6% del lavoro del ventricolo sinistro serve a mantenere la pressione di circolo

LAVORO MOTORE DEL CUORE (6)

Aggiungendo il contributo del cuore destro, la cui pressione ventricolare è circa 1/5 di quella del cuore sinistro, e considerando che (ovviamente) la gittata è costante:

$$L_d = \frac{1}{5} L_s \cong 0.16 \ \ J$$

$$L_T = 0.8 + 0.16 \cong 1 \ \ J$$

Se consideriamo una frequenza media di circa 60 cp/min, la potenza sarà pari a circa 1 W

Potenza totale assorbita 5.5 W (uomo di circa 70 Kg)

2.5 W lavoro

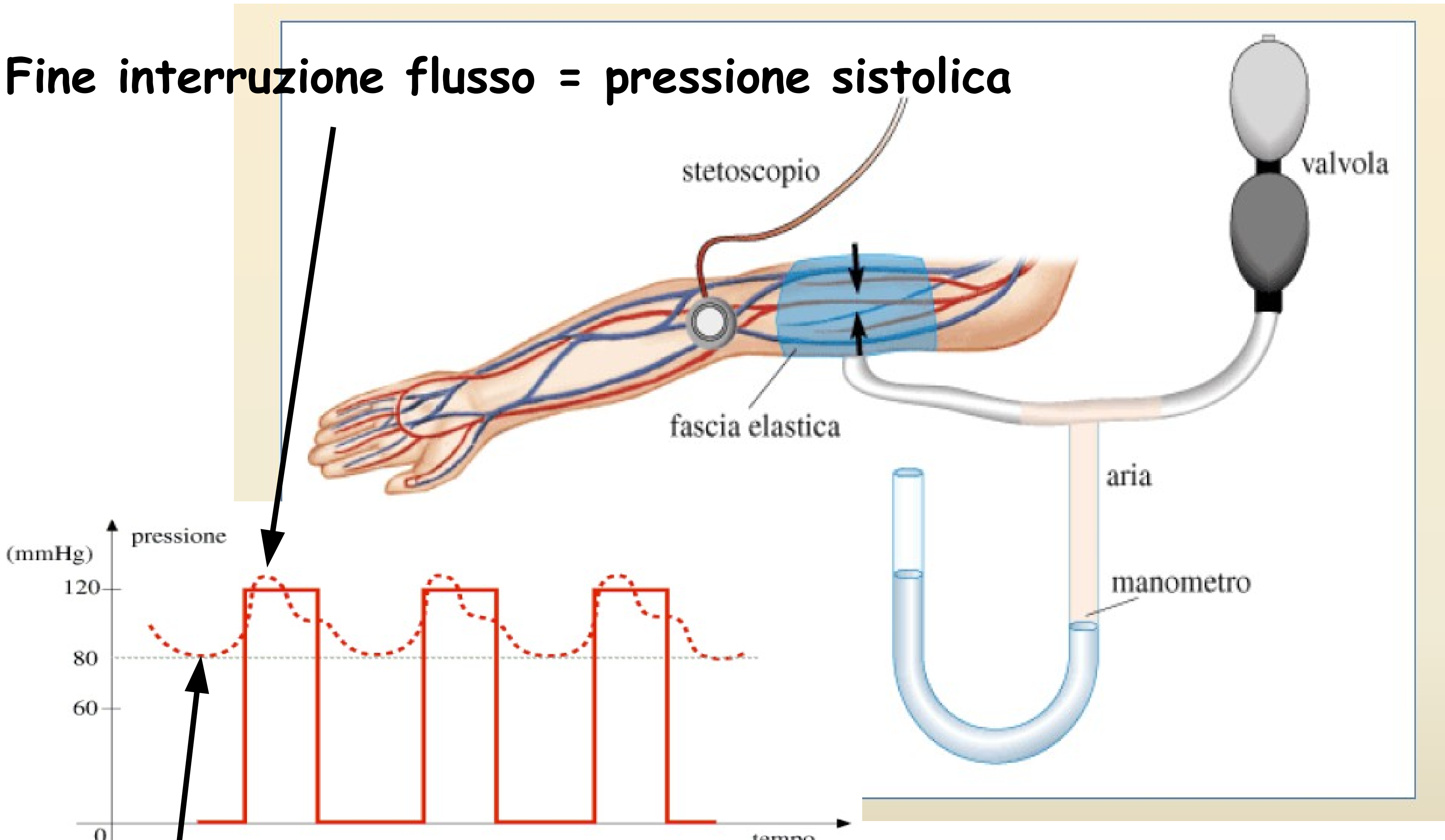
3 W perdite in calore

1.5 W tensione di parete

1 W lavoro meccanico

Misura della pressione del sangue

Fine interruzione flusso = pressione sistolica



Sangue a bassa pressione in arteria = pressione diastolica