

# Fisica

**Leonello Servoli**

[Leonello.servoli@pg.infn.it](mailto:Leonello.servoli@pg.infn.it)

Tel.: 0039-348-3345847

<http://www.fisica.unipg.it/~servoli>

# Orario

<b>27 ottobre</b>	<b>15-18</b>	<b>5</b>
<b>30 ottobre</b>	<b>15-18</b>	<b>6</b>
<b>10 novembre</b>	<b>15-18</b>	<b>7</b>
<b>13 novembre</b>	<b>16-18</b>	<b>8</b>
<b><i>17 novembre</i></b>	<b><i>15-18</i></b>	<b><i>9</i></b>
<b>24 novembre</b>	<b>15-18</b>	<b>10</b>
<b>27 novembre</b>	<b>15-18</b>	<b>11</b>
<b>1 dicembre</b>	<b>15-18</b>	<b>12</b>

## Problema 2:

Un sistema assorbe una quantità di calore  $Q$  a temperatura costante  $T$  senza che sia fornito lavoro.  
Determinare:

- 1) la variazione di entropia del sistema;
- 2) la variazione di energia interna;

Dati del problema:

$$\begin{aligned} Q &= 1 \times 10^4 \text{ J;} \\ T &= 300 \text{ K;} \end{aligned}$$

Svolgimento:

**Se  $T = \text{costante} \implies$  Trasformazione ISOTERMA,  $\implies \Delta U = 0$ ;**

$$\rightarrow \mathbf{L = \Delta Q ;} \quad \rightarrow \mathbf{\Delta S = \Delta Q / T = 1 \times 10^4 \text{ J} / 300 \text{ K} = 33 \text{ J/K ;}}$$

## Problema 4:

Un tuffatore di massa  $M$  si lancia da una piattaforma posta ad una altezza  $H$  dalla superficie della piscina. Nell'impatto con l'acqua che si trova ad una temperatura  $T$ , tutta l'energia viene trasferita all'acqua stessa senza che se ne modifichi sensibilmente la temperatura. Calcolare:

1) la variazione di entropia dell'Universo dopo un tuffo;

Dati del problema:

$$H = 10 \text{ m};$$

$$M = 80 \text{ kg};$$

$$T = 22 \text{ }^\circ\text{C};$$

Svolgimento:

**Se  $T = \text{costante} \implies$  Trasformazione ISOTERMA,  $\implies \Delta U = 0$ ;**

$$\rightarrow L = \Delta Q; \quad \rightarrow \Delta S = \Delta Q / T = L / T; \quad \text{poich\u00e9 } L = MgH \rightarrow \Delta S = MgH/T$$

$$\Delta S = 80 \text{ kg} \times 9.81 \text{ m/s}^2 \times 10 \text{ m} / (273.15 + 22) \text{ K} = 26.8 \text{ J/K}$$

Un ciclo di una macchina termica è descritto in figura, dove il tratto tra **A** e **B** è una trasformazione isoterma a temperatura  $T_1$ . Sapendo che la macchina funziona con  $N$  moli di un gas ideale, e che la temperatura nel punto **D** vale  $T_2$ , determinare:

- 1) il lavoro compiuto dalla macchina termica verso il mondo esterno durante un ciclo.
- 2) la variazione di energia interna del gas alla fine di un ciclo.

$$N = 2.0 \text{ mol};$$

$$T_1 = 100^\circ \text{ C};$$

$$T_2 = 20^\circ \text{ C};$$

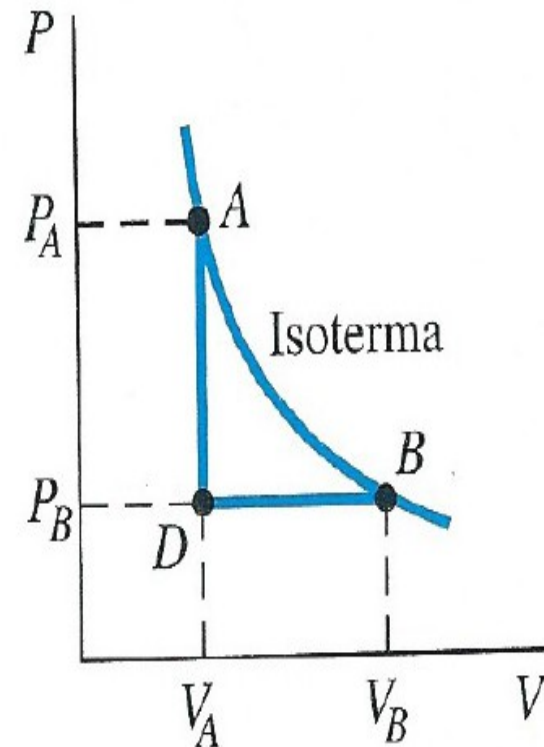
$$V_A = 2 \text{ litri};$$

$$V_B = 10 \text{ litri};$$

$$P_A = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa};$$

$$P_B = 10^5 \text{ Pa};$$

$$R = 8.31 \text{ J/mol/K}$$



Svolgimento:

**Si valutano le singole trasformazioni che sono:**

**AB → Trasformazione ISOTERMA, →  $\Delta U = 0$ ;**

**BD → Trasformazione ISOBARA ;**

**DA → Trasformazione ISOCORA →  $L = 0$ ;**

**Inoltre, essendo una macchina che funziona con gas ideale vale la legge di stato dei gas perfetti:**

$$PV = nRT ;$$

**1)  $P_A V_A = \text{costante} = N R T_1$  ; **E' verificata???****

**2) A questo punto si ricava la quantità incognita in B:**

$$P_B V_B = \text{costante} = N R T_1 \quad \text{Dato che abbiamo tutti i termini, è verificata???$$

**3) Si calcola il lavoro compiuto durante la prima trasformazione:**

$$L_{AB} = - N R T \ln(V_B / V_A) ; \quad \text{poiché } V_B > V_A , L < 0;$$

Si ripete per la seconda trasformazione BD, dove  $P_D = P_B$ , e dove  $V_D = V_A$ :

4) Si calcola il lavoro compiuto durante la trasformazione  $L > 0$ :

$$L_{BD} = P_B (V_D - V_B) ;$$

Si ripete per la terza trasformazione DA, dove  $V_D = V_A$ :

5) Si calcola il lavoro compiuto durante la trasformazione  $L > 0$ :

$$L_{DA} = 0 ; \text{ perché volume costante}$$

6) Quindi:  $L_{TOTALE} = L_{AB} + L_{BD} + L_{DA} = -NRT \ln(V_B / V_A) + P_B (V_D - V_B) ;$

## DEFINIZIONE STATISTICA DELL'ENTROPIA(1)

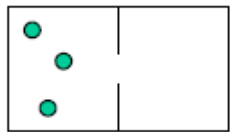
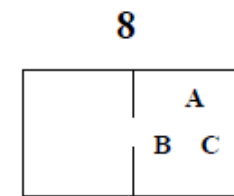
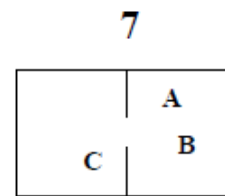
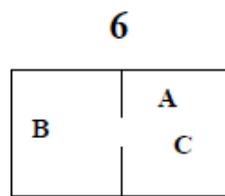
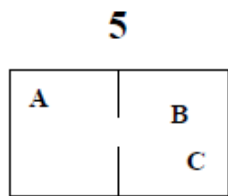
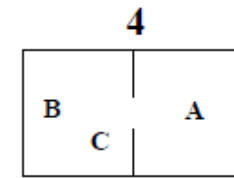
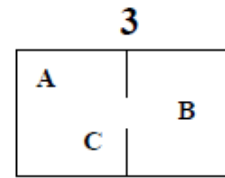
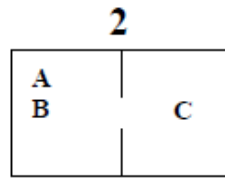
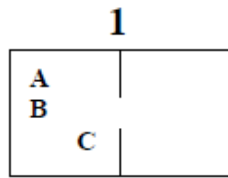
---

Un macrostato di un sistema termodinamico è definito da  $P$ ,  $V$  e  $T$ , ma ad ogni macrostato possono corrispondere più microstati.

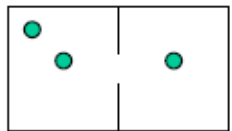
Si definisce *grado di disordine* di uno stato termodinamico il numero  $W$  di microstati ad esso corrispondenti.



# ESEMPIO



➔ solo 1 quindi  $P=1/8$   $W=1$



➔ 2,3 e 4 quindi  $P=3/8$   $W=3$

Lo stato termodinamico più probabile è quello con grado di disordine  $W$  maggiore.

## DEFINIZIONE STATISTICA DELL'ENTROPIA(2)

---

La probabilità di realizzazione di un sistema termodinamico è

$$P(W) = \frac{W}{W_0}$$

dove  $W_0$  sono tutti i possibili stati microscopici.

Si definisce entropia del sistema

$$S = K \ln \left( \frac{W}{W_0} \right) = K \ln P(W)$$

# ENTROPIA

---

L'entropia si può pensare come la misura di quanto un sistema sia vicino allo stato di equilibrio, o in modo equivalente come la **misura della probabilità di realizzazione di un sistema.**

**Il secondo principio afferma che l'entropia di un sistema isolato non può diminuire.** Pertanto, quando un sistema isolato raggiunge una configurazione di massima entropia non può subire trasformazioni: ha raggiunto l'equilibrio.

# SECONDO PRINCIPIO TERMODINAMICA(7)

---

A causa della sua validità universale, il secondo principio pone dei limiti a quello che può accadere in qualunque processo.

**Infatti il secondo principio determina quali sono i processi che possono accadere, mentre il primo principio si "limita" ad affermare che, all'interno di quei processi, il bilancio energetico deve andare in pareggio!**

# SECONDO PRINCIPIO TERMODINAMICA(8)

---

MICRO  MACRO

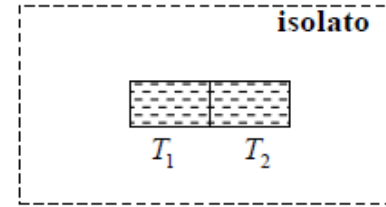
La definizione statistica dell'entropia fa corrispondere l'equilibrio macroscopico alla distribuzione energetica realizzata dal massimo numero di configurazioni microscopiche, esprimendo l'entropia in funzione di tale numero.

Di conseguenza, è possibile interpretare quantitativamente la seconda legge della termodinamica in termini probabilistici: come una legge, cioè, che afferma **la schiacciante prevalenza del passaggio spontaneo da stati meno probabili a stati più probabili (o anche da stati più "ordinati" a stati più "disordinati" ), fino a raggiungere la distribuzione di equilibrio.**

# SECONDO PRINCIPIO TERMODINAMICA(9)


I processi irreversibili sono la realizzazione pratica dei teorici processi reversibili oppure esistono processi **teoricamente** irreversibili?

Passaggio del calore (conduzione) fra due corpi (per semplicità stessa massa e stesso calore specifico) uno a temperatura  $T_1$  ed uno a  $T_2$  con  $T_1 > T_2$ .



$$T_1 \rightarrow T_1 - dT$$
$$T_2 \rightarrow T_2 + dT$$

Ipotesi di reversibilità

$$dS_1 = -mC \frac{dT}{T_1}$$

$$dS_2 = mC \frac{dT}{T_2}$$

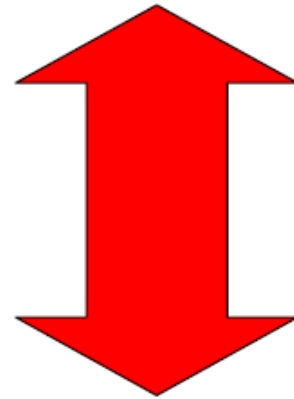
**irrimediabilmente**  
**irreversibile**

$$dS = dS_1 + dS_2 = mCdT \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) > 0$$

## SECONDO PRINCIPIO TERMODINAMICA(10)

---

**L'entropia dell'Universo (sistema isolato) aumenta sempre.**



**L'Universo evolve verso uno stato a grado di disordine maggiore, cioè verso macrostati più probabili.**

## DEFINIZIONI TERMODINAMICA E STATISTICA DELL'ENTROPIA: VERIFICA

Consideriamo l'espansione isoterma reversibile di una mole di gas perfetto dal volume  $V_A$  al volume  $V_B = 2V_A$ .

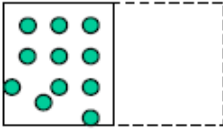
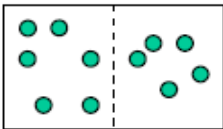
Dal punto di vista termodinamico sappiamo che per il calore scambiato vale

$$Q = nRT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = RT \ln 2$$

Per la variazione di entropia  $\Delta S$  avremo

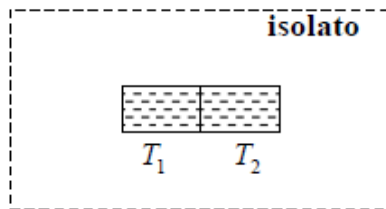
$$\Delta S_{term} = \frac{Q}{T} = R \ln 2$$

Dal punto di vista statistico

$V_A$		$W = 1$ $W_0 = 2^{N_A}$	}
$V_B$		$W = 2^{N_A}$ $W_0 = 2^{N_A}$	

$$\Delta S_{stat} = S_B - S_A = K \ln 1 - K \ln \frac{1}{2^{N_A}} = K \ln 2^{N_A} =$$
$$= N_A K \ln 2 = N_A \frac{R}{N_A} \ln 2 = R \ln 2$$





$$T_1 > T_2$$

$$\begin{aligned} dS &= dS_1 + dS_2 = \\ &= \left( \frac{\delta Q_1}{T_1} \right)^1 + \left( \frac{\delta Q_2}{T_2} \right)^2 > 0 \end{aligned} \quad |\delta Q_1| = |\delta Q_2|$$

Il termine 2 è più grande del termine 1 e quindi

$$\delta Q_1 < 0 \quad \text{e} \quad \delta Q_2 > 0$$

Il corpo a temperatura più alta ( $T_1$ ) ha perso calore e quello a temperatura più bassa ( $T_2$ ) l'ha acquistato.

## FORMULAZIONE DI CLAUSIUS

## II Principio della Termodinamica

- un principio di asimmetria (0 assoluto)
- natura peculiare dell'energia sotto forma di calore
- entropia, probabilità e freccia del tempo
- irreversibilità dei processi naturali
- aspetto probabilistico connesso con la struttura molecolare dei corpi.

# TRASFORMAZIONI ADIABATICHE

In questo caso possiamo scrivere il primo principio (forma differenziale) per una mole

$$Q = 0$$

$$C_V dT = -PdV = -RT \frac{dV}{V}$$

$$\delta L = -dU$$

$$\delta L = PdV \quad \text{e} \quad dU = C_V dT$$

$$C_V \frac{dT}{T} = -R \frac{dV}{V}$$

integrando

$$C_V \ln T = -R \ln V + \text{cost}$$

$$\ln T + \frac{R}{C_V} \ln V = \text{cost}$$

$$TV^{\frac{R}{C_V}} = \text{cost}$$

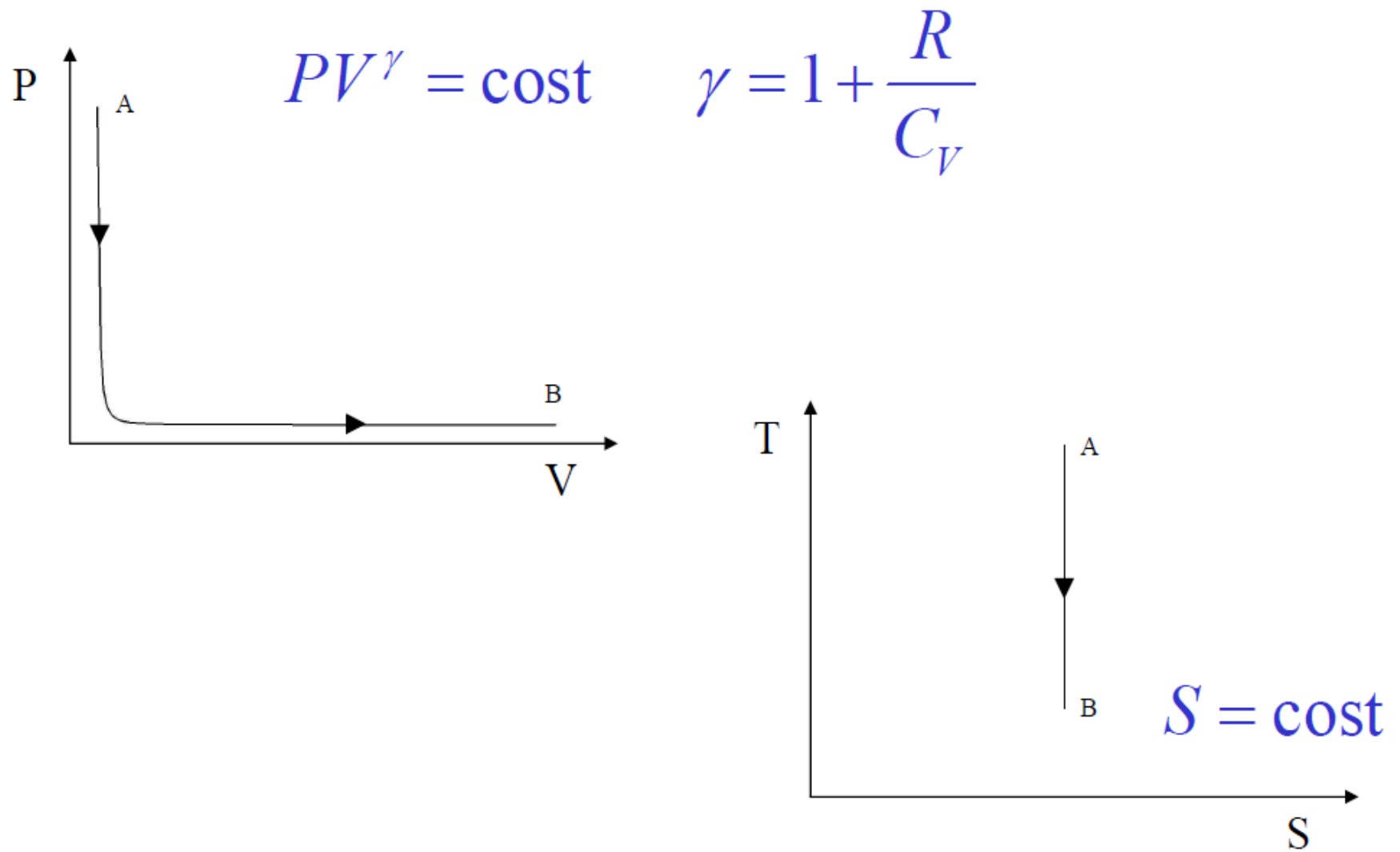
$$PV = RT \quad \Rightarrow \quad T = \frac{PV}{R}$$

$$\frac{PV}{R} V^{\frac{R}{C_V}} = \text{cost}$$

$$PV^{1+\frac{R}{C_V}} = \text{cost} \quad \text{e ponendo } \gamma = 1 + \frac{R}{C_V}$$

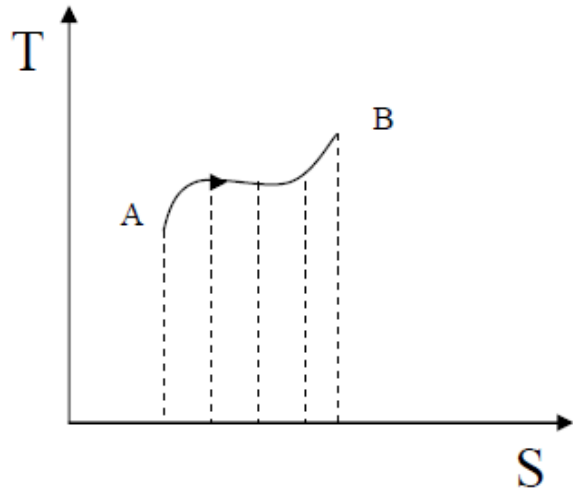
$$PV^\gamma = \text{cost}$$

# TRASFORMAZIONI ADIABATICHE



# TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE

Cosa rappresenta nel piano T-S l'area sottesa dalla curva che descrive la trasformazione?



$$Area = \int_A^B T dS$$

e ricordando che

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

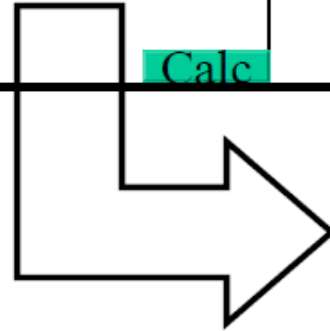
possiamo scrivere

$$Area = \int_A^B T dS = \int_A^B \delta Q = Q_{AB}$$

*cioè il calore scambiato durante la trasformazione*

# TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE

TRASFORMAZIONE	$L$	$Q$	$\Delta U$	$\Delta S$
ISOCORA ( $V = \text{costante}$ )	0 Calc	$nC_V\Delta T$	$nC_V\Delta T$	$nC_V \ln\left(\frac{T_{finale}}{T_{iniziale}}\right)$ Calc
ISOBARA ( $P = \text{costante}$ )	$P\Delta V$ Calc	$nC_P\Delta T$ Calc	$nC_V\Delta T$	$nC_P \ln\left(\frac{T_{finale}}{T_{iniziale}}\right)$ Calc
ISOTERMA ( $T = \text{costante}$ )	$nRT \ln\left(\frac{V_{finale}}{V_{iniziale}}\right)$ Calc	$nRT \ln\left(\frac{V_{finale}}{V_{iniziale}}\right)$	0 Calc	$nR \ln\left(\frac{V_{finale}}{V_{iniziale}}\right)$ Calc
ISOENTROPICA o ADIABATICA ( $S = \text{costante}$ )	$-nC_V\Delta T$ Calc	0 Calc	$nC_V\Delta T$	0



$$\frac{\text{cost}}{1-\gamma} \left( V_{Finale}^{1-\gamma} - V_{Iniziale}^{1-\gamma} \right)$$

# MACCHINE TERMICHE E RENDIMENTO (1)

---

Una macchina termica compie le seguenti operazioni:

1. compie un ciclo;
2. assorbe una quantità di calore  $Q_2$  da un termostato a temperatura  $T_2$ ;
3. cede una quantità di calore  $Q_1$  ad un termostato a temperatura  $T_1$  ( $T_2 > T_1$ );
4. compie un lavoro meccanico  $L$ .

# MACCHINE TERMICHE E RENDIMENTO (2)

---

Dal I° principio  $\Delta U = 0 \Rightarrow L = Q = Q_2 - Q_1$

Si definisce rendimento  $\eta$   $\eta = \frac{L}{Q_2}$

$$\eta > 1$$

Non è possibile per la conservazione dell'energia

$$\eta = 1$$

Non è possibile per il II° Principio della Termodinamica (formulazione di Kelvin)

$$\eta < 1$$

Questo risultato è assai insoddisfacente perché sia  $\eta=0.9999$  che  $\eta=0.0001$  sono entrambi  $< 1$ , ma descrivono macchine completamente diverse nella loro utilità.



# MACCHINE TERMICHE E RENDIMENTO (3)

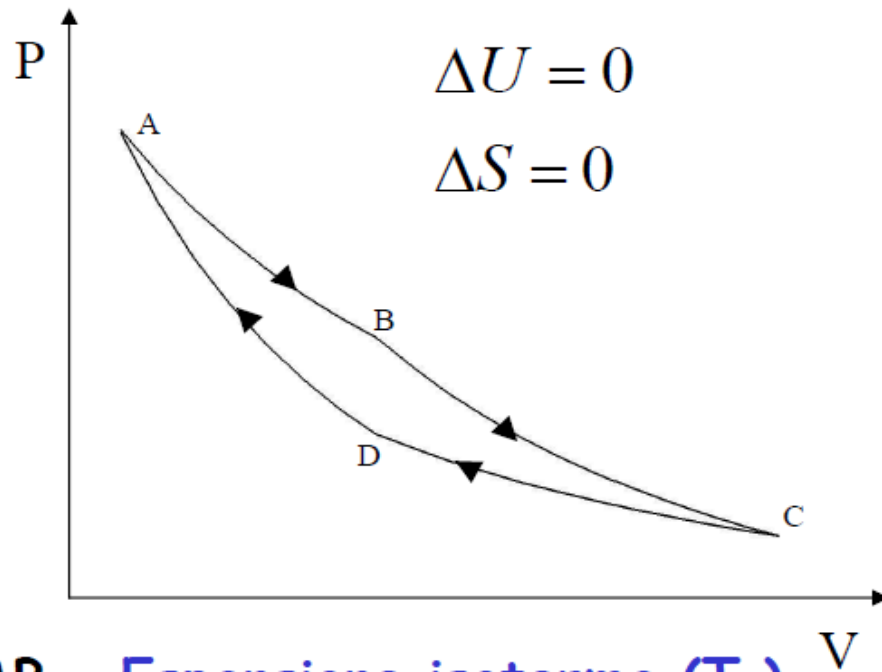
---

IL rendimento così come è definito dipende da variabili non di stato e quindi non è possibile calcolarlo a priori: *bisogna costruire la macchina e farla funzionare.*

Al contrario se fosse possibile correlare il rendimento a variabili di stato sarebbe possibile calcolare il rendimento massimo teorico ottenibile da una macchina termica ideale che lavori fra le temperature  $T_1$  e  $T_2$ .

Si può dimostrare che il rendimento massimo teorico è quello di una qualsiasi macchina termica ideale che lavori fra le temperature  $T_1$  e  $T_2$ .

# CICLO DI CARNOT (1)



$$\Delta U = 0$$

$$\Delta S = 0$$

$$\Delta S_{AB} = \frac{Q_2}{T_2}$$

$$\Delta S_{BC} = 0$$

$$\Delta S_{CD} = -\frac{Q_1}{T_1}$$

$$\Delta S_{DA} = 0$$

$$\Delta S = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CD} + \Delta S_{DA} =$$

$$= \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} = 0$$

⇓

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \Rightarrow$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

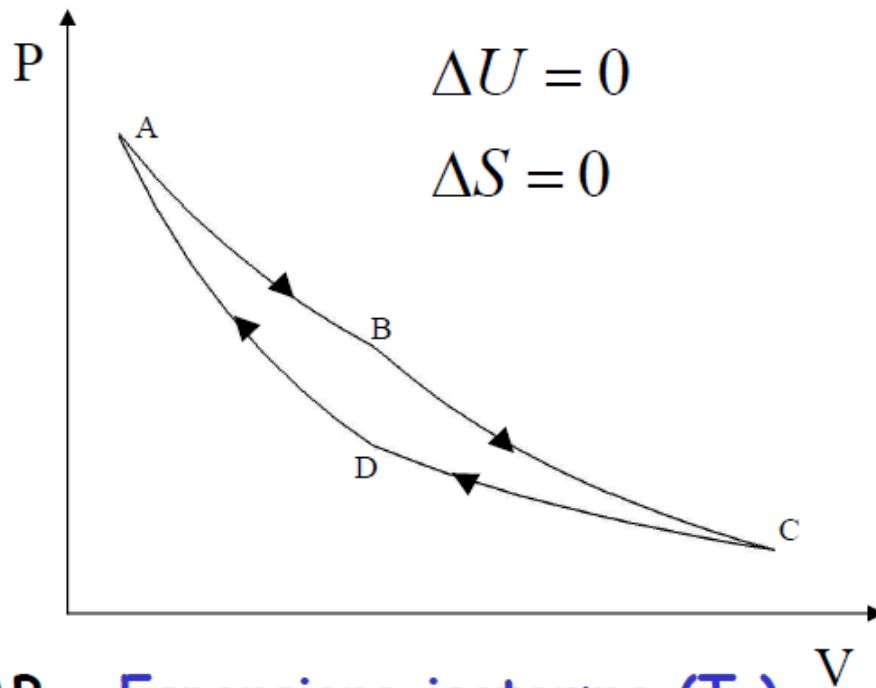
- AB - Espansione isoterma ( $T_2$ )
- BC - Espansione adiabatica
- CD - Compressione isoterma ( $T_1$ )
- DA - Compressione adiabatica

$$L = Q_2 - Q_1$$

$$\eta = \frac{L}{Q_2} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{Q_1}{Q_2}$$



## CICLO DI CARNOT (2)



- AB - Espansione isoterma ( $T_2$ )
- BC - Espansione adiabatica
- CD - Compressione isoterma ( $T_1$ )
- DA - Compressione adiabatica

$$L = Q_2 - Q_1$$

$$\eta = \frac{L}{Q_2} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{Q_1}{Q_2}$$

Per il rendimento del ciclo di Carnot possiamo scrivere

$$\eta_c = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

quindi

$$\eta_c = 1$$

se

$$T_1 = 0 \text{ } ^\circ K$$

ma questo significherebbe che il II° Principio della Termodinamica (formulazione di Kelvin) è falso. Dunque

**lo zero assoluto non è raggiungibile**

# CICLO DI CARNOT (3)

Il risultato

$$\eta_c = 1 - \frac{T_1}{T_2} < 1$$

dimostra che la conversione di energia termica in altre forme di energia è **QUALITATIVAMENTE** diversa da tutti gli altri tipi di conversione energetica.

Ad esempio il pendolo ideale può avere un rendimento unitario perché riesce a trasformare tutta la sua energia cinetica in potenziale e viceversa.

**Il rendimento ideale è <1 quando c'è di mezzo un conversione termica.**

Per massimizzare il rendimento bisogna aumentare  $\Delta T = T_2 - T_1$ . Normalmente per le macchine termiche  $T_1$  è la temperatura ambiente e  $T_2$  dipende dal combustibile.

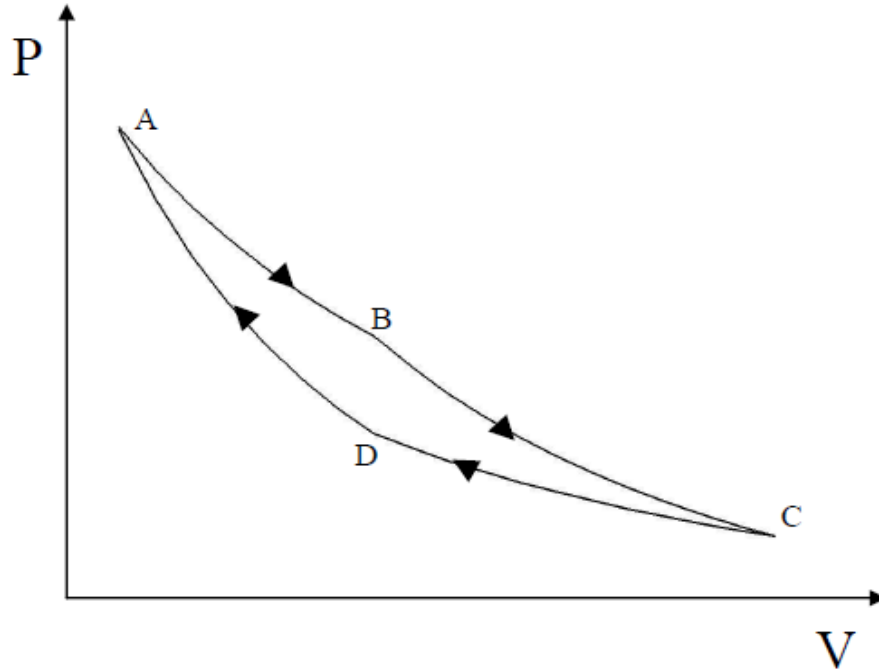
$$\eta_{\text{motore a scoppio}} \approx 12\%$$

$$\eta_{\text{motore diesel}} \approx 18\%$$

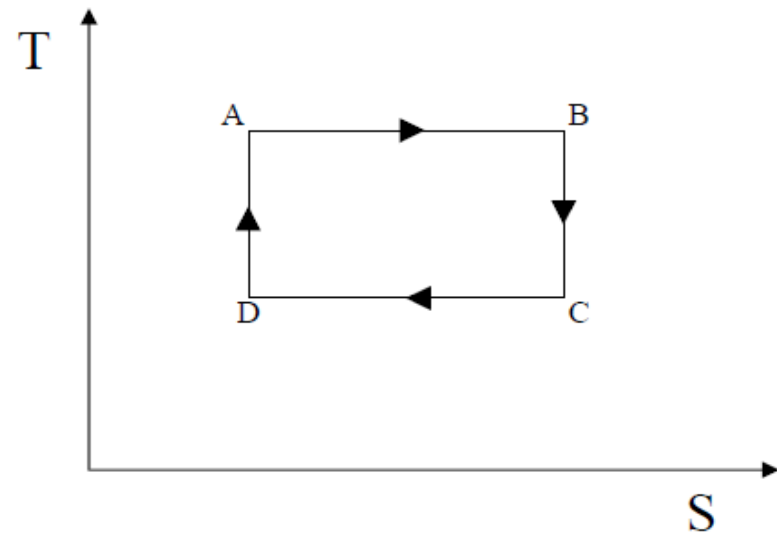
Centrali  
Elettriche

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_{\text{comb. nucleare}} \approx 50\% \\ \eta_{\text{comb. fossile}} \approx 35\% \end{array} \right.$$

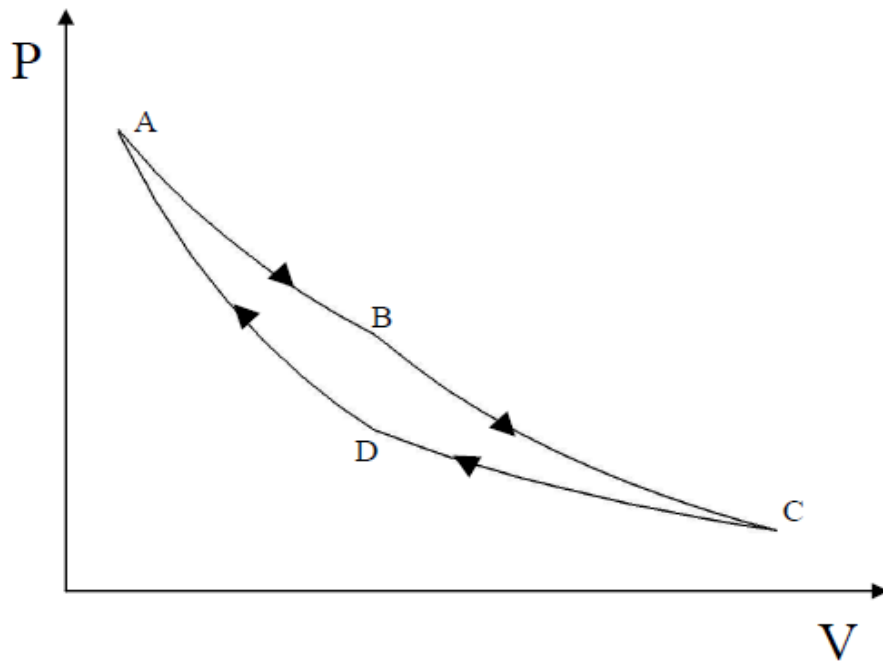
# CICLO DI CARNOT (4)



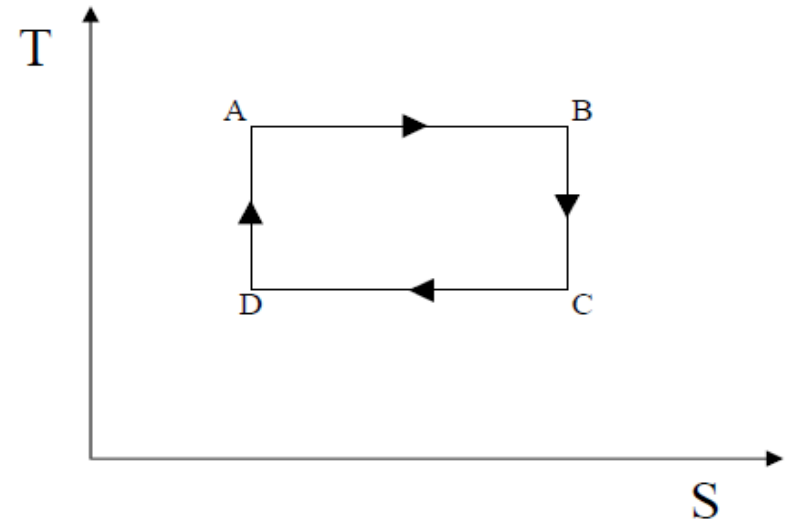
- AB - Espansione isoterma
- BC - Espansione adiabatica
- CD - Compressione isoterma
- DA - Compressione adiabatica



# CICLI



L'area racchiusa dal ciclo rappresenta, nel piano P-V, il lavoro  $L$  fatto dalla macchina, mentre nel piano T-S è il calore scambiato  $Q$  dalla macchina, cioè  $Q = (Q_{\text{assorbito}} - Q_{\text{ceduto}})$ .



Poiché in un ciclo  $\Delta U = 0$  abbiamo

$$L = Q = (Q_{\text{assorbito}} - Q_{\text{ceduto}})$$

## $\Delta S$ per trasformazioni **isocore**

---

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad \delta Q = nC_V dT$$

$$\Delta S = \int_{T_{Iniziale}}^{T_{Finale}} nC_V \frac{dT}{T} = nC_V \ln \left( \frac{T_{Finale}}{T_{Iniziale}} \right)$$

## $\Delta S$ per trasformazioni isobare

---

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad \delta Q = nC_P dT$$

$$\Delta S = \int_{T_{Iniziale}}^{T_{Finale}} nC_P \frac{dT}{T} = nC_P \ln \left( \frac{T_{Finale}}{T_{Iniziale}} \right)$$



## $\Delta S$ per trasformazioni isoterme

---

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad T = \text{cost}$$

$$\Delta S = \frac{1}{T} \int \delta Q = \frac{Q}{T} \quad \text{e poichè } Q = nRT \ln \left( \frac{V_{\text{Finale}}}{V_{\text{Iniziale}}} \right)$$

$$\Delta S = nR \ln \left( \frac{V_{\text{Finale}}}{V_{\text{Iniziale}}} \right)$$

## Q per trasformazioni **adiabatiche**

---

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

$$dS = 0 \quad \Rightarrow \quad Q = 0$$

## L per trasformazioni **adiabatiche**

---

$$PV^\gamma = \text{cost} \quad \text{con } \gamma = 1 + \frac{R}{C_V}$$

$$L = \int_{V_{\text{Iniziale}}}^{V_{\text{Finale}}} P dV = \int_{V_{\text{Iniziale}}}^{V_{\text{Finale}}} \frac{\text{cost}}{V^\gamma} dV = \frac{\text{cost}}{1-\gamma} \left( V_{\text{Finale}}^{1-\gamma} - V_{\text{Iniziale}}^{1-\gamma} \right)$$

## Problema 2:

Un fabbricante di motori sostiene che un motore da lui prodotto assorbe  $Q_1$  a temperatura  $T_1$  e rilascia verso l'esterno un calore  $Q_2$  ad una temperatura  $T_2$  . Determinare:

- 1) l'affermazione del fabbricante è credibile?
- 2) se sì quale è il rendimento del motore?

Dati del problema:

$$Q_1 = 8.0 \text{ kJ};$$

$$Q_2 = 6.0 \text{ kJ};$$

$$T_1 = 395 \text{ K};$$

$$T_2 = 235.0 \text{ K};$$

### Problema 3 :

Supponiamo che la totalità dell'energia cinetica molecolare di una mole di gas perfetto monoatomico a temperatura  $T$  si possa utilizzare per sollevare una massa  $M$ ,

1) Determinare l'altezza a cui si potrebbe sollevare la massa  $M$

Dati del problema:

$$T = 27^\circ\text{C};$$

$$M = 2 \text{ kg};$$

## Problema 1:

Un dispositivo che liquefa l'elio è in una stanza a temperatura  $T_1$ . Se l'elio nel dispositivo è a temperatura  $T_2$  qual'è il rapporto minimo tra il calore liberato nella stanza ed il calore sottratto all'elio?

Dati del problema:

$$T_1 = 300 \text{ }^\circ\text{K};$$

$$T_2 = 4 \text{ }^\circ\text{K};$$