Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Medicina e Chirurgia

Fisica

Leonello Servoli
Leonello.servoli@pg.infn.it
Tel.: 0039-348-3345847

http://www.fisica.unipg.it/~servoli

10 novembre	15-18	7
13 novembre	16-18	8
17 novembre	16-18	9
24 novembre	15-18	10
27 novembre	15-18	11
28 novembre	12-14	12
2 dicembre	15-18	13
4 dicembre	15-18	14
12 dicembre (simulazione)	12-15	15

ELETTRICITÀ (1)

Le prime osservazioni sui fenomeni elettrici risalgono ai greci: Talete di Mileto (≈600 aC) con l'osservazione che piccoli pezzetti di paglia vengono attratti da un pezzo di ambra strofinato.

Il vetro strofinato con la seta *respinge* il vetro strofinato con la seta.

Il caucciù strofinato con la pelle *respinge* il caucciù strofinato con la pelle, ma *attrae* il vetro strofinato con la seta.

ELETTRICITÀ (2)

Riassumendo:

1. alcuni corpi (vetro, ambra, caucciù ...) se strofinati acquistano una *carica elettrica*;
2. le cariche elettriche esercitano delle forze fra di loro;
3. le cariche sul vetro e sul caucciù devono avere natura diversa.

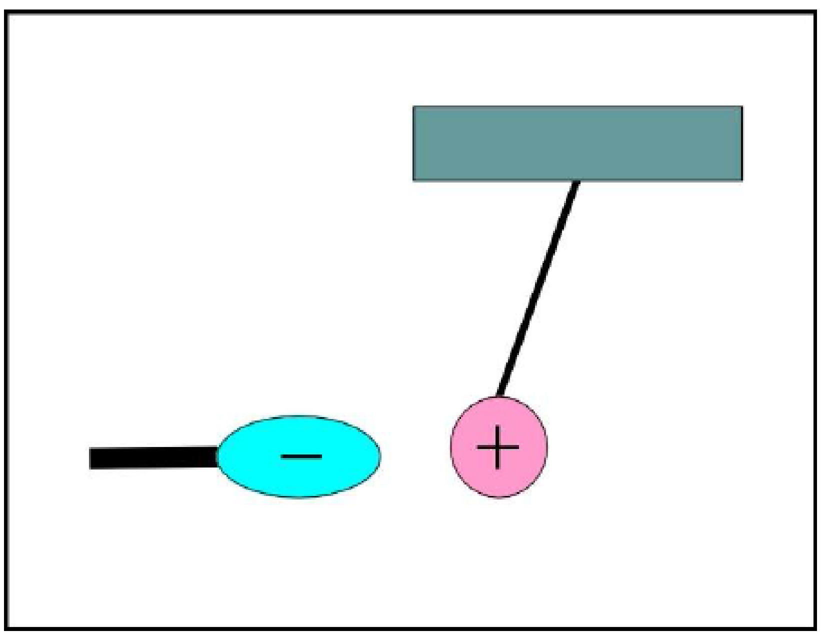
Benjamin Franklin (1706-1790):

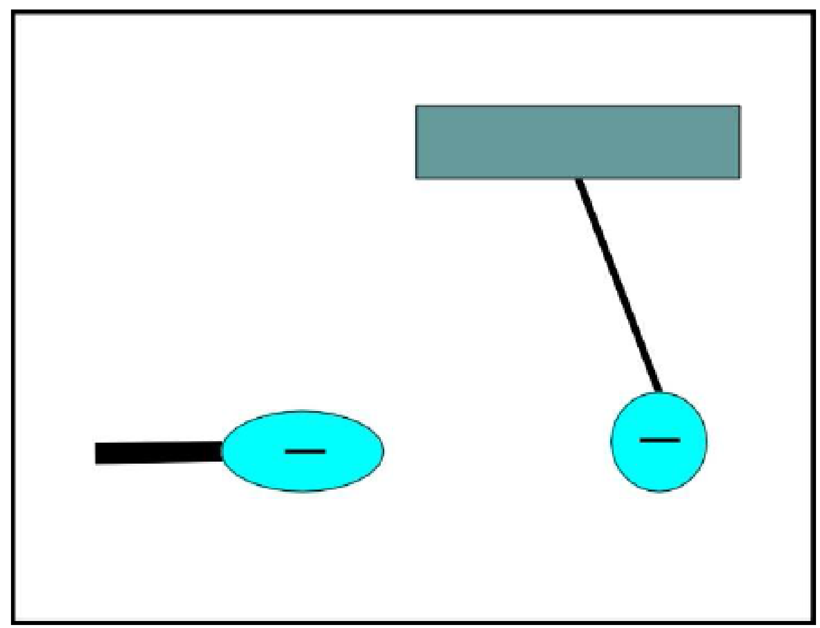
le cariche elettriche stanno all'interno dei corpi ed esistono due tipi di elettricità:

positiva e negativa.

ELETTRICITÀ (3)

Cariche di segno opposto si attraggono e cariche dello stesso segno si respingono.





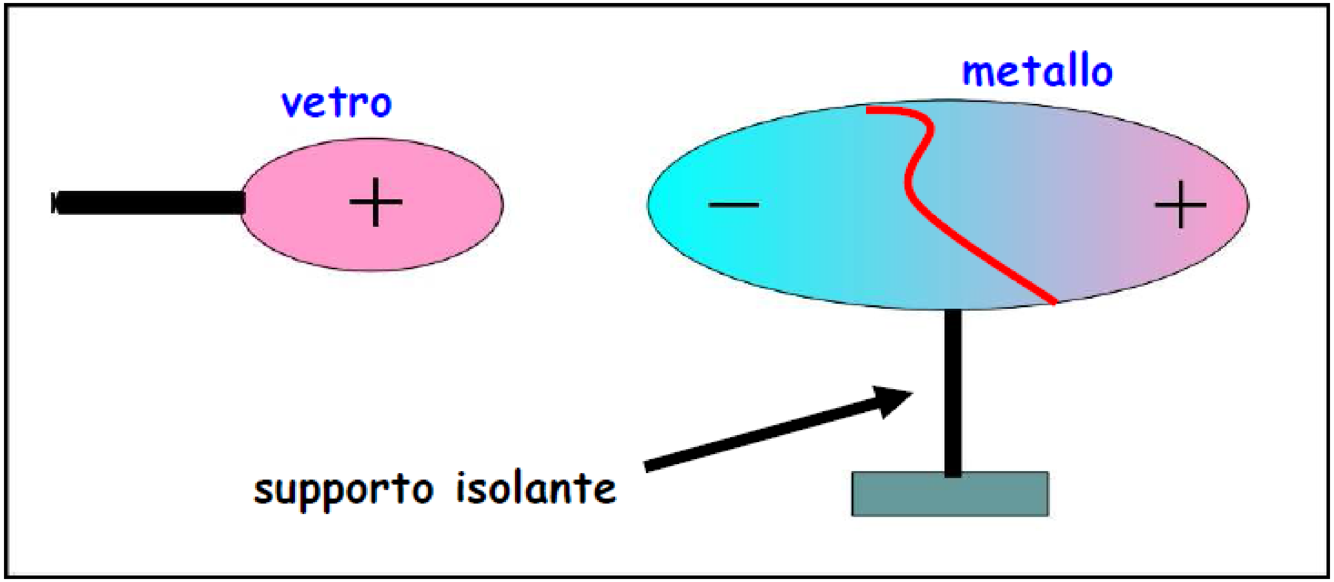
CONDUTTORI ED ISOLANTI

I materiali non si comportano tutti nella stessa maniera rispetto alla carica elettrica. Per esempio non è possibile elettrizzare, per strofinio, una sbarretta di Fe.

CONDUTTORI:	le cariche sono libere di muoversi (metalli, soluzioni ioniche…)
ISOLANTI o DIELETTRICI	le cariche non sono libere di muoversi (vetro, palstiche, legno…)

INDUZIONE ELETTROSTATICA

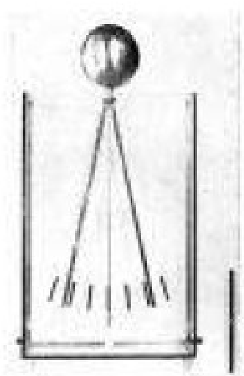
L'elettricità si produce anche per *induzione*, cioè avvicinando un corpo elettrizzato ad un metallo isolato.



Se in presenza del vetro elettrizzato si divide il metallo, si ottengono due corpi carichi.

ELETTROSCOPIO A FOGLIE

Utilizzando la mobilità delle cariche elettriche depositate su di un conduttore, è possibile costruire uno strumento per misurare la carica elettrica.



CARICHE ELETTRICHE (1)

Consideriamo due cariche elettriche *puntiformi* q_1 e q_2. Puntiforme significa che le dimensioni fisiche dei due corpi che portano le cariche sono trascurabili rispetto alla loro distanza e quindi possono essere considerati dei punti.

La terra (r=6400 Km) non è puntiforme rispetto a me che ci cammino sopra.

La terra è puntiforme rispetto alla Via Lattea (r=10^5 anni-luce).

LEGGE DI COULOMB (1)

Per due cariche elettriche puntiformi Coulomb nel 1785 osservò sperimentalmente che:

1) $$F \propto \frac{1}{r^2}$$

2) $$F \propto q_1 q_2$$

3) direzione→la congiungente le cariche

4) segni concordi→repulsiva   discordi→attrattiva

LEGGE DI COULOMB (2)

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon_r}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$\varepsilon_o = 8.85 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{C^2/N \cdot m^2}$ costante dielettrica del vuoto

ε_r = costante dielettrica del mezzo rispetto al vuoto

$H_2O\ \ \varepsilon_r \approx 80$

DISSOCIAZIONE ELETTROLITICA (1)

legame ionico
(forza di Coulomb)

esempio : $NaCl$

in acqua

$$NaCl \xrightarrow{\text{in acqua}} Na^{+} + Cl^{-}$$

I° : indebolimento del legame

$$F_C = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_o \varepsilon_r}\frac{qQ}{r^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_r \ (\text{aria}) \approx 1 \\ \varepsilon_r \ (\text{acqua}) \approx 80 \end{array}\right\} F_{c(\text{acqua})} \approx \frac{1}{80} F_{c(\text{aria})}$$

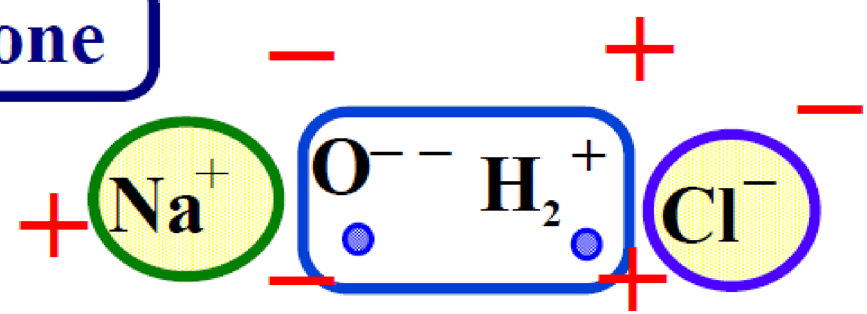
II° : rottura del legame

da urti per agitazione termica → dissociazione elettrolitica

DISSOCIAZIONE ELETTROLITICA (2)

III° : mancata ricombinazione

da polarità molecola H_2O



conduttori elettrolitici :acidi, basi, sali in H_2O → forte

sostanze organiche
forte legame covalente } → **debole** **dissociazione**

esempio **NaCl in H_2O → dissociazione 84 %**

100 molecole NaCl → 84 Na^+
84 Cl^-
16 NaCl (non dissociate)

184 particelle

LEGGE DI COULOMB (3)

L'unita di misura della carica elettrica nel S.I. è il coulomb (C).

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon_r}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

La carica elettrica di 1 C è quella carica che posta nel vuoto ad 1 m di distanza da una carica elettrica uguale la respinge con la forza di $9 \cdot 10^9$ N.

CARICHE ELETTRICHE (2)

La carica elettrica è **quantizzata**, cioè non è possibile isolare cariche elettriche che siano frazioni di una carica elementare e.

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

Qualsiasi carica elettrica è un numero n intero di cariche elettroniche e con n=0,1,2,……

CARICHE ELETTRICHE (3)

Se si sommano, con i rispettivi segni, tutte le cariche elettriche prima di un fenomeno, alla fine dello stesso il numero totale di cariche elettriche è rimasto invariato.

La carica elettrica si conserva

La conservazione della carica	⟷	La conservazione dell'energia

AZIONE A DISTANZA E TEORIA DI CAMPO (1)

Come fanno due cariche elettriche ad interagire fra di loro?

All'inizio del '900 si sono confrontate due ipotesi:

1. le cariche si scambiano dei messaggeri e quindi si accorgono della reciproca esistenza (*AZIONE A DISTANZA*);
2. una carica modifica lo spazio d'intorno e questo permette all'altra di accorgersi della sua esistenza (*TEORIA DI CAMPO*).

AZIONE A DISTANZA E TEORIA DI CAMPO (2)

Storicamente fu scelta la teoria di campo perché più semplice.

Supponiamo di avere due cariche puntiformi Q e q

Q

Carica di prova

q

Carica generatrice del campo

SPERIMENTALMENTE

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

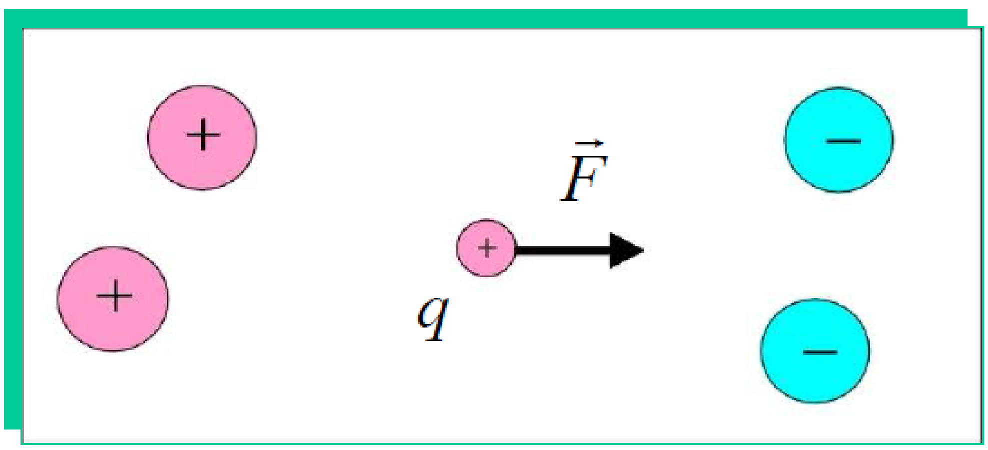
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

CAMPO ELETTRICO

Una o più cariche elettriche creano nello spazio circostante un campo elettrico.

Indicando con ***F*** la forza agente sulla carica *q*, il campo elettrico è definito da

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$



Il campo elettrico si misura in N/C

LINEE DI FORZA DEL CAMPO ELETTRICO

Le linee di forza di un campo sono così costruite:

1. la tangente ad una linea di forza, in ogni punto, dà la direzione del campo in quel punto;
2. le linee sono tracciate in maniera tale che la loro densità superficiale sia proporzionale all'intensità del campo. Dove il campo è alto si addensano, dove è basso si diradano.

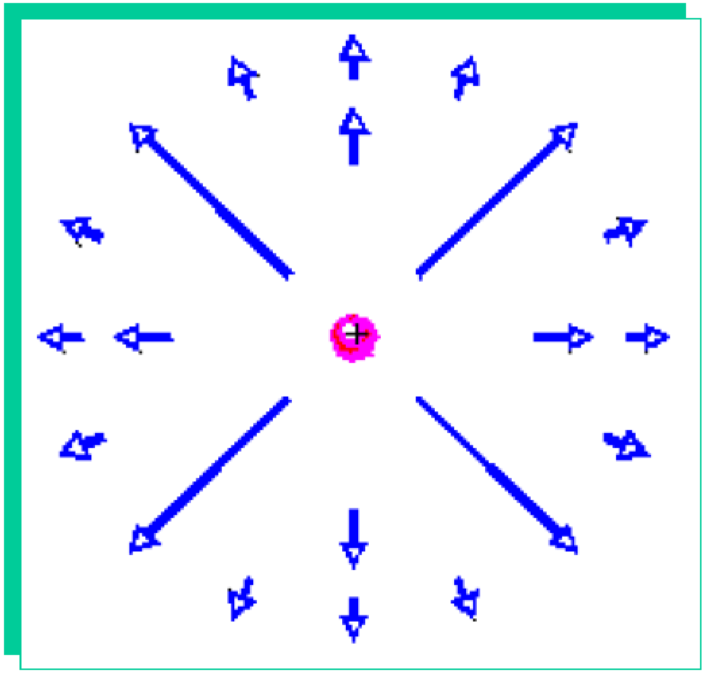
Il campo elettrico è un vettore e quindi date n cariche il campo totale sarà

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$

CAMPO ELETTRICO

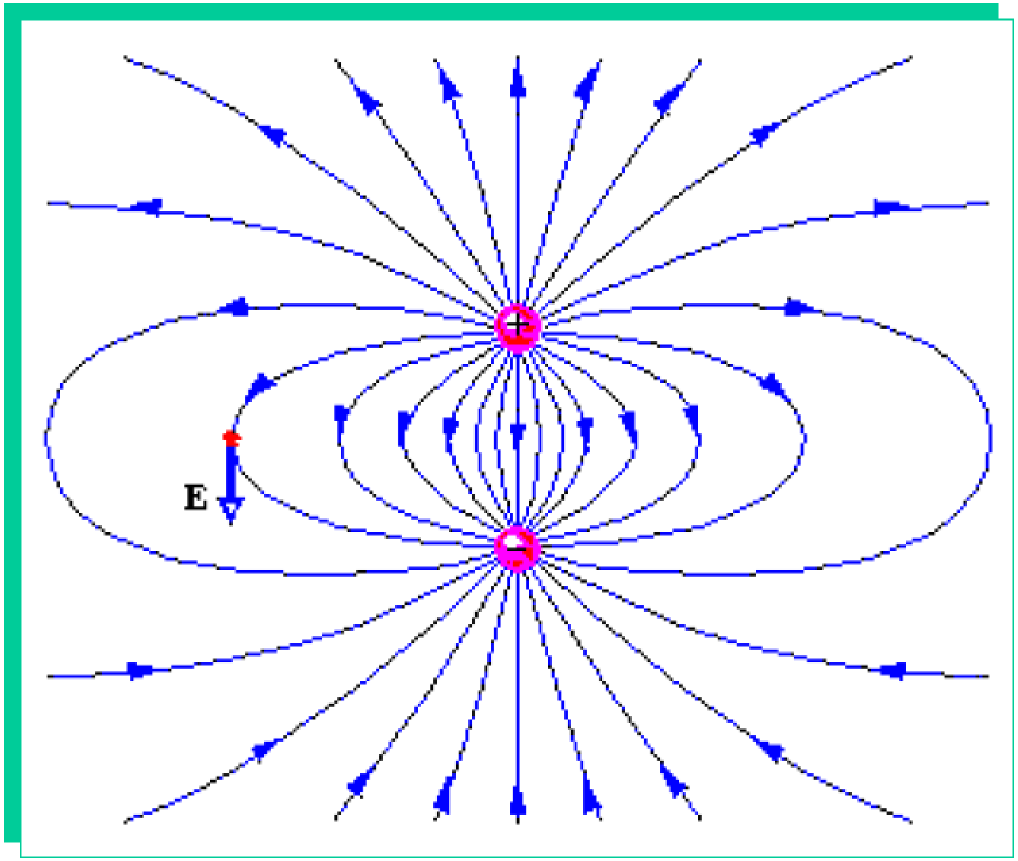
Campo elettrico generato da una carica puntiforme q.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

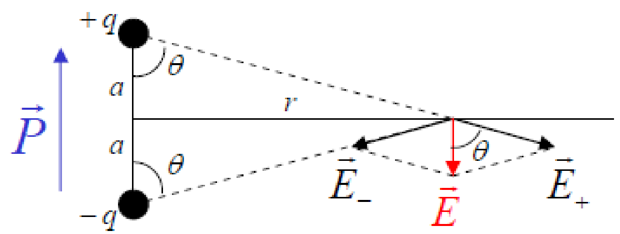


CAMPO ELETTRICO

Campo elettrico generato da un dipolo elettrico.



DIPOLO ELETTRICO: campo sull'asse



$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

$$\left|\vec{E}_+\right| = \left|\vec{E}_-\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2+r^2}$$

$$E = 2E_+\cos\theta$$

d'altra parte

$$a = \cos\theta\sqrt{a^2+r^2} \quad \Rightarrow \quad \cos\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+r^2}}$$

$$E = 2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2+r^2}\frac{a}{\sqrt{a^2+r^2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2aq}{\left(a^2+r^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

Definendo il momento di dipolo elettrico P=2aq

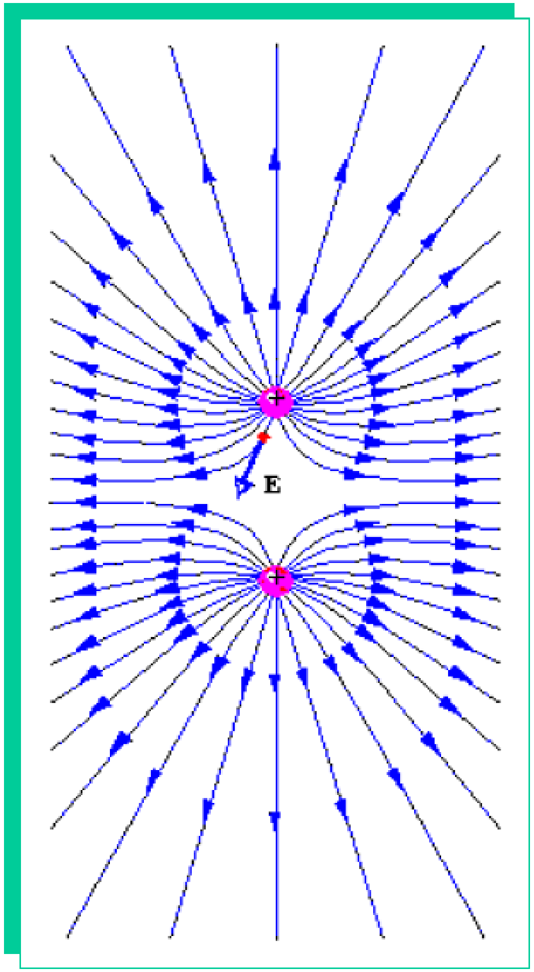
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{P}{r^3} \quad (\text{con } r >> a)$$

Un corpo elettricamente neutro può avere un campo elettrico diverso da zero.

Questo succede perché le cariche sono separate spazialmente.

CAMPO ELETTRICO

Campo elettrico generato da due cariche uguali.



Date due cariche elettriche $\mathbf{Q_1}$ e $\mathbf{Q_2}$ poste ad una distanza $\mathbf{D_1}$, determinare:

1) di quanto varia la forza di Coulomb se la distanza viene modificata a $\mathbf{D_2}$;

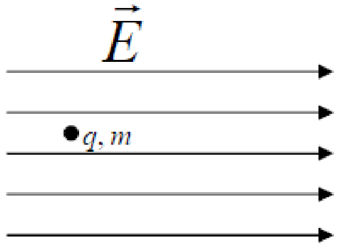
2) il lavoro compiuto dal sistema (o sul sistema) per modificare la distanza.

Dati del problema:

$\mathbf{Q_1}$ = 3.0 C;
$\mathbf{Q_2}$ = 2.0 C;
$\mathbf{D_1}$ = 15.0 cm;
$\mathbf{D_2}$ = 3.0 cm;

$\boldsymbol{\varepsilon_0}$ = $8.85\ 10^{-12}\ C^2/(N\ m)$

CARICA ELETTRICA IN CAMPO UNIFORME



Supponiamo di avere una carica elettrica q di massa m immersa in campo uniforme $\vec{E}$.

$$F = qE = \text{cost} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{qE}{m} = \text{cost}$$

$$\frac{dv}{dt} = a = \frac{qE}{m}$$

$$dv = \frac{qE}{m} dt \quad \Rightarrow \quad \int dv = \frac{qE}{m} \int dt \quad \Rightarrow \quad v = \frac{qE}{m} t$$

$$\frac{dx}{dt} = v = \frac{qE}{m} t$$

$$dx = \frac{qE}{m} t \, dt \quad \Rightarrow \quad \int dx = \frac{qE}{m} \int t \, dt \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2$$

$$x = \frac{1}{2} a t^2$$

Equazione oraria del moto uniformemente accelerato

ENERGIA ELETTRICA

La forza generata dal campo elettrico è una forza conservativa, come quella gravitazionale.

Si definisce energia potenziale elettrica *U* posseduta da una carica elettrica *q*, una funzione della posizione tale che il lavoro elettrico per uno spostamento dalla posizione iniziale ***i*** alla posizione finale ***f*** è:

$$\boxed{L = U_i - U_f = -\Delta U}$$

POTENZIALE ELETTRICO (1)

Il potenziale elettrico è definito da

$$\boxed{V = U/q}$$

Il lavoro per uno spostamento dalla posizione iniziale ***i*** alla posizione finale ***f*** è dato da

$$\boxed{L = U_i - U_f = q(V_i - V_f) = -q\Delta V}$$

POTENZIALE ELETTRICO (2)

Nel S.I. il potenziale elettrico si misura in volt (V)

$$1\ \mathrm{V} = \frac{1\ \text{joule}}{1\ \text{coulomb}} = \frac{1\ \mathrm{J}}{1\ \mathrm{C}}$$

Fra due punti esiste la d.d.p. di 1 V, quando le forze del campo elettrico compiono il lavoro di 1 J per spostare la carica elettrica di 1 C fra i due punti.

POTENZIALE ELETTRICO (3)

Che legame c'è fra il campo elettrico ed il potenziale elettrico?

$$\Delta U = -L = -\int \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$q\Delta V = -q\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\Updownarrow$$

$$\vec{E} = -grad(V)$$

Campo di Coulomb :

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

Campo uniforme :

$$E = \text{cost} \qquad V = Ex$$

Il campo elettrico può essere misurato anche in volt/m

POTENZIALE ELETTRICO (4)

Le cariche si muovono spontaneamente:
quelle positive verso i potenziali decrescenti,
quelle negative verso i potenziali crescenti.

$$L = q(V_i - V_f) > 0$$

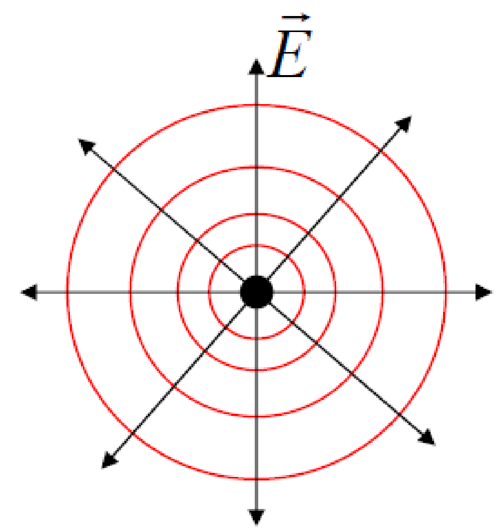
$$q > 0 \quad \Rightarrow \quad V_i > V_f$$

$$q < 0 \quad \Rightarrow \quad V_i < V_f$$

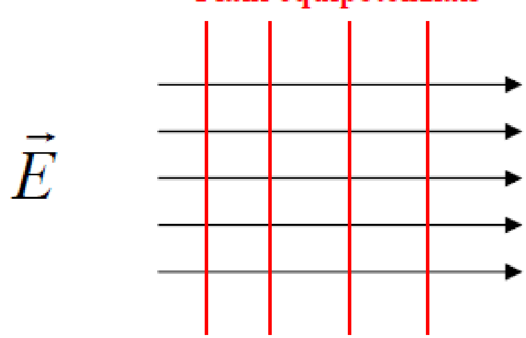
SUPERFICI EQUIPOTENZIALI

Se una carica si muove ortogonalmente al campo elettrico

$$\Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int E dl \cos\theta = 0$$

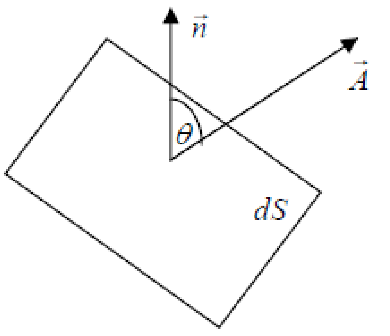


Le superfici equipotenziali sono ortogonali ai campi elettrici



FLUSSO DI UN VETTORE

Si definisce flusso di un vettore attraverso una superficie la grandezza Φ



$$d\Phi = \vec{A} \cdot \vec{n}\, dS$$

$$\Phi = \int \vec{A} \cdot \vec{n}\, dS = \int A \cos\theta\, dS$$

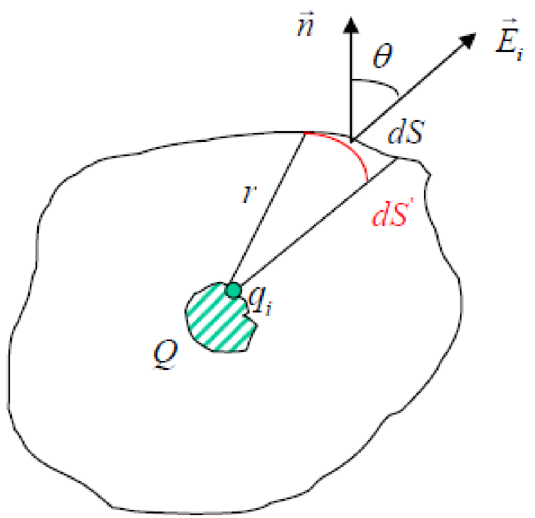
Il flusso di un vettore è uno *scalare*

TEOREMA DI GAUSS

Il flusso del campo elettrico (nel vuoto) attraverso una qualsiasi superficie chiusa S è eguale alla somma delle cariche interne q_i alla superficie diviso la costante dielettrica del vuoto.

$$\Phi_S(\vec{E}) = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i$$

TEOREMA DI GAUSS: cariche interne



$$d\Phi_i = E_i dS\cos\theta$$

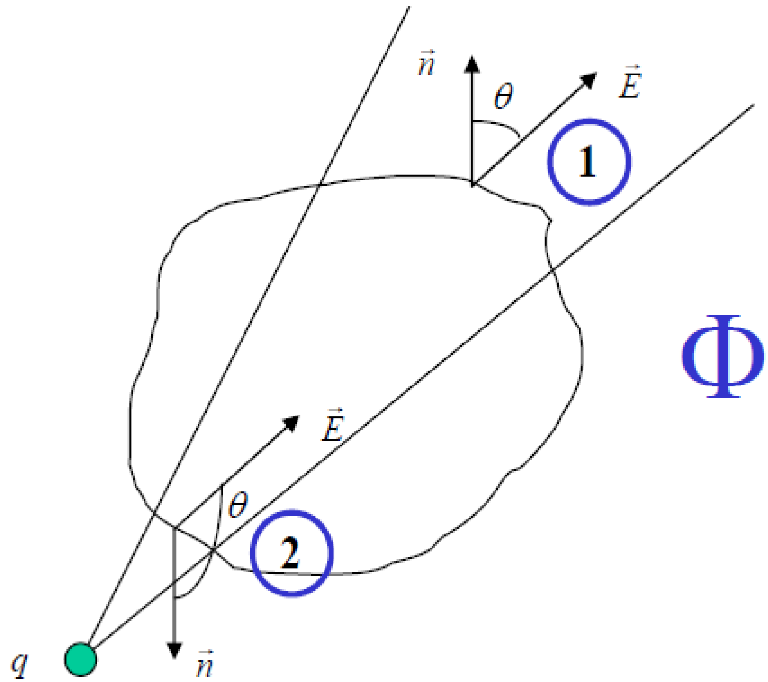
$$dS' = dS\cos\theta$$

$$d\Phi_i = E_i dS'$$

$$\Phi_i = \int d\Phi_i = \int E_i dS' = E_i \int dS' = E_i 4\pi r^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{r^2}4\pi r^2 = \frac{q_i}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

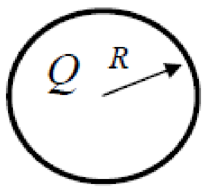
TEOREMA DI GAUSS: cariche esterne



$$\Phi_1 = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad \Phi_2 = -\frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi = 0$$

TEOREMA DI GAUSS: sfera conduttrice (1)



Consideriamo una sfera conduttrice di raggio R caricata con una carica Q. In condizioni stazionarie vogliamo calcolare il campo elettrico ed il potenziale associato, all'interno ed all'esterno di questa distribuzione di carica.

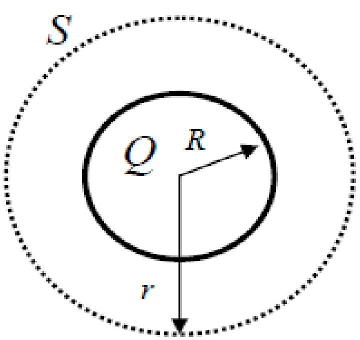
All'interno della sfera il campo elettrico deve essere nullo, altrimenti le cariche presenti sulla sfera si muoverebbero sotto l'azione di questo campo elettrico.

$$\vec{E}_{\text{int}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{sfera}(\vec{E}) = 0$$

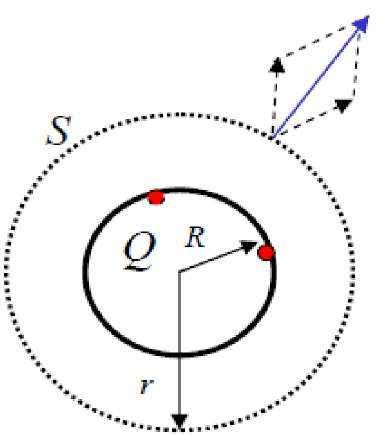
$$\Rightarrow \quad \sum q_{\text{int}} = 0$$

Non ci sono cariche all'interno della sfera. Le cariche si distribuiscono sulla superficie esterna dei conduttori.

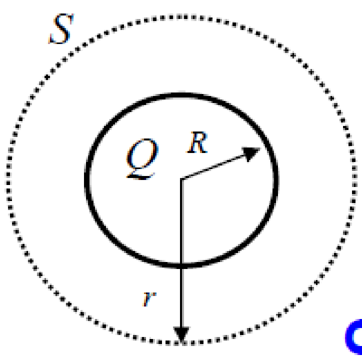
TEOREMA DI GAUSS: sfera conduttrice (2)



Possiamo utilizzare il teorema di Gauss per calcolare il campo all'esterno della distribuzione di carica. Poiché il teorema di Gauss vale per una qualsiasi superficie chiusa, conviene sceglierne una sulla quale sia agevole il calcolo del flusso. Per evidenti ragioni di simmetria in questo caso la superficie di Gauss migliore è una sfera, concentrica alla sfera conduttrice, con raggio r>R. Infatti sulla sfera S il campo E ha simmetria radiale ed è costante in modulo, potendo immaginarlo come la somma dei contributi di moltissime cariche puntiformi uniformemente distribuite sulla superficie della sfera conduttrice



TEOREMA DI GAUSS: sfera conduttrice (3)



$$\Phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \int_S dS = E\,4\pi r^2$$

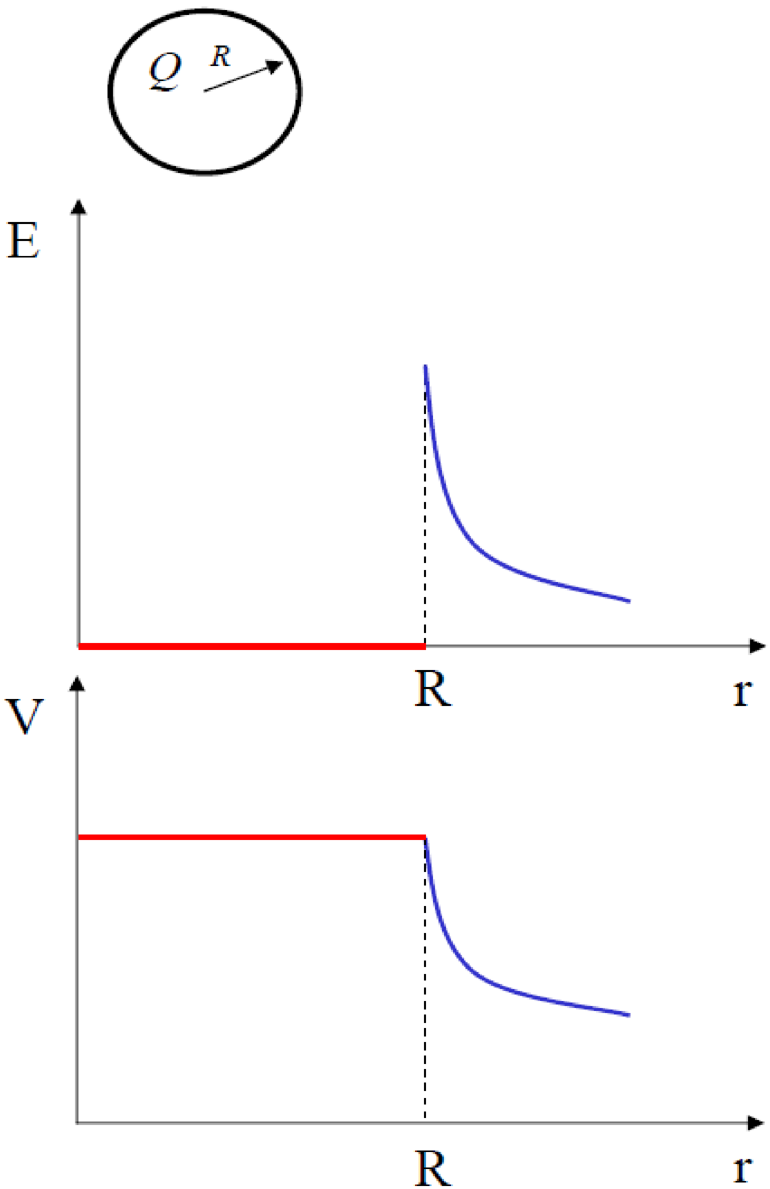
d'altra parte per il teorema di Gauss

$$\Phi_S(\vec{E}) = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{contenute\ in\ S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

da cui avremo

$$E\,4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad \Rightarrow \qquad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

TEOREMA DI GAUSS: sfera conduttrice (4)



esterno

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

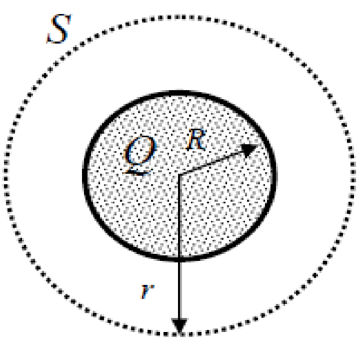
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

interno

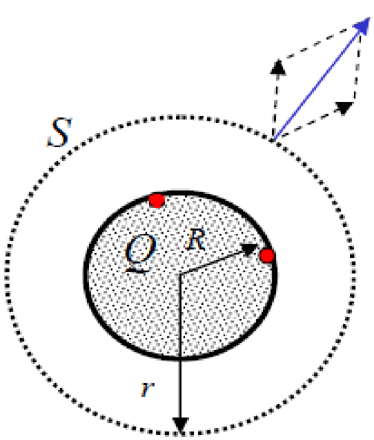
$$E = 0$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}$$

GAUSS: distribuzione uniforme sferica di carica (1)

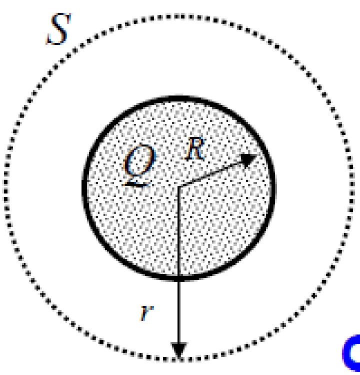


Possiamo utilizzare il teorema di Gauss per calcolare il campo **all'esterno** della distribuzione di carica. Poiché il teorema di Gauss vale per una qualsiasi superficie chiusa, conviene sceglierne una sulla quale sia agevole il calcolo del flusso. Per evidenti ragioni di simmetria in questo caso la superficie di Gauss migliore è una sfera, concentrica alla distribuzione sferica di carica, con raggio r>R. Infatti sulla sfera S il campo E ha simmetria radiale ed è costante in modulo, potendo immaginarlo come la somma dei contributi di moltissime cariche puntiformi uniformemente distribuite nel volume della sfera di raggio R.



Densità di carica $\rho = \dfrac{Q}{Volume} = \text{cost}$

GAUSS: distribuzione uniforme sferica di carica (2)



$$\Phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \int_S dS = E\,4\pi r^2$$

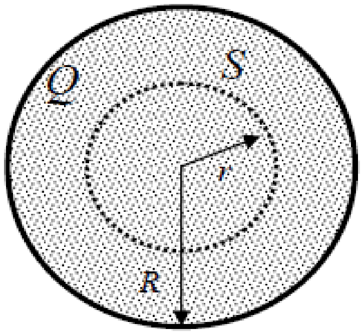
d'altra parte per il teorema di Gauss

$$\Phi_S(\vec{E}) = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{contenute\ in\ S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

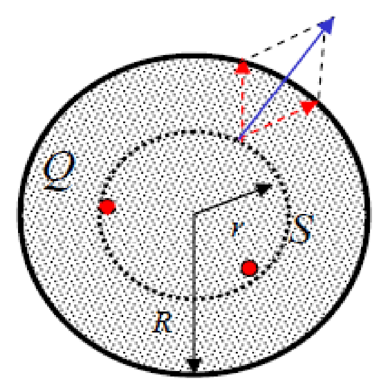
da cui avremo

$$E\,4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad \Rightarrow \qquad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

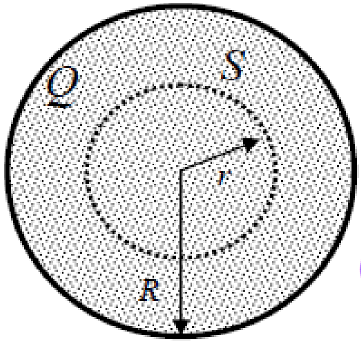
GAUSS: distribuzione uniforme sferica di carica (3)



Possiamo utilizzare il teorema di Gauss per calcolare il campo all'interno della distribuzione di carica. Poiché il teorema di Gauss vale per una qualsiasi superficie chiusa, conviene sceglierne una sulla quale sia agevole il calcolo del flusso. Per evidenti ragioni di simmetria in questo caso la superficie di Gauss migliore è una sfera, concentrica alla distribuzione sferica di carica, con raggio r<R. Infatti sulla sfera S il campo E ha simmetria radiale ed è costante in modulo, potendo immaginarlo come la somma dei contributi di moltissime cariche puntiformi uniformemente distribuite nel volume della sfera di raggio r.



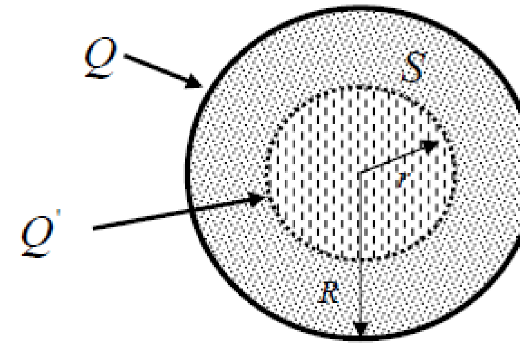
GAUSS: distribuzione uniforme sferica di carica (4)



$$\Phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \int_S dS = E\,4\pi r^2$$

d'altra parte per il teorema di Gauss

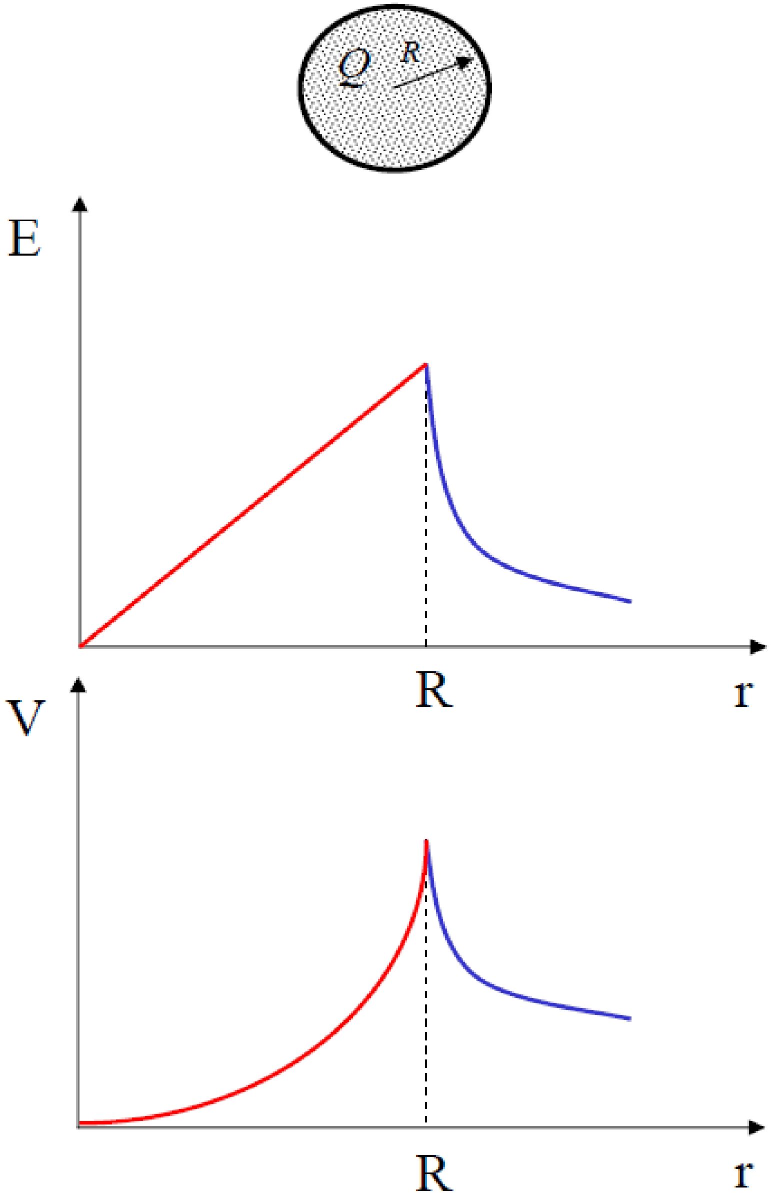
$$\Phi_S(\vec{E}) = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{contenute\ in\ S} = \frac{Q'}{\varepsilon_0}$$



$$Q' = \rho V_S = \rho \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$E\,4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho \frac{4}{3} \pi r^3 \quad \Longrightarrow \quad E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r$$

GAUSS: distribuzione uniforme sferica di carica (5)



esterno

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

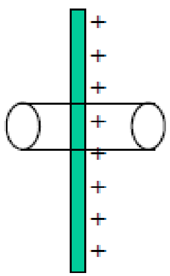
interno

$$E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}r$$

$$V = \frac{\rho}{6\varepsilon_0}r^2$$

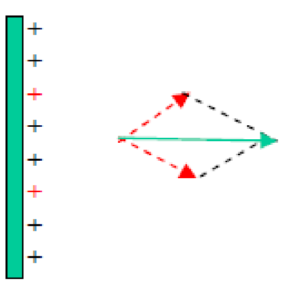
GAUSS: piano conduttore infinito carico (1)

$$\sigma = \frac{q}{s} = \text{cost}$$



Possiamo utilizzare il teorema di Gauss per calcolare il campo della distribuzione di carica. Poiché il teorema di Gauss vale per una qualsiasi superficie chiusa, conviene sceglierne una sulla quale sia agevole il calcolo del flusso.

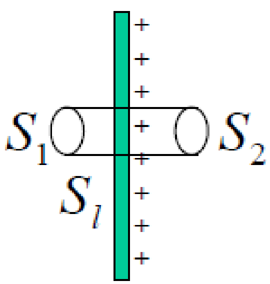
Per ragioni di simmetria in questo caso la superficie di Gauss migliore è un cilindro con le basi parallele al piano conduttore.



Infatti il campo E è ortogonale e costante rispetto a piani parallelli al piano conduttore, potendo immaginarlo come la somma dei contributi di moltissime cariche puntiformi uniformemente distribuite sulla superficie del piano conduttore.

GAUSS: piano conduttore infinito carico (2)

$$\sigma = \frac{q}{s} = \text{cost}$$



$$\Phi_{cil} = \Phi_{S_1} + \Phi_{S_l} + \Phi_{S_2}$$

nullo perchè $\vec{E} = 0$

nullo perchè $\vec{E} \perp \vec{n}$

$$\Phi_{S_2}(\vec{E}) = \int_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S}_2 = E \int_{S_2} dS_2 = ES_2$$

d'altra parte per il teorema di Gauss

$$\Phi_{S_2}(\vec{E}) = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{contenute\ in\ S_2} = \frac{\sigma S_2}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$